

اثر جهت و قدرت میدان مغناطیسی بر جریان سیال داخل حفره

مربعی با مرز متحرک

امین حدیدی^۱ و محمدرضا انصاری^۲

دانشکده فنی مهندسی

دانشگاه تربیت مدرس

(تاریخ دریافت: ۹۰/۱۲/۱۶؛ تاریخ پذیرش: ۹۱/۰۸/۲۳)

چکیده

در تحقیق حاضر، اثرات اندازه و جهت میدان مغناطیسی بر میدان جریان داخل حفره مربعی با مرز متحرک در کل دامنه تغییرات قدرت میدان مغناطیسی که تاکنون به طور عملی مورد استفاده قرار گرفته (۰ تا ۱۰ تسلا)، مطالعه می‌شود. معادلات حاکم بر مسئله، شامل معادلات مومنوم، پیوستگی و معادلات میدان مغناطیسی می‌باشند که با تدوین کد کامپیوتری کامل در محیط فرترن، به صورت عددی حل شده‌اند. برای حل معادلات مومنوم و پیوستگی از روش حجم محدود، با استفاده از الگوریتم سیمپل و برای حل معادلات میدان مغناطیسی از روش تفاضل محدود استفاده شده است. مطالعه اثر میدان مغناطیسی بر توزیع سرعت، خطوط جریان و نیز گردابه‌های جریان نشان می‌دهد که اعمال میدان مغناطیسی یکنواخت و عمودی از سطح زیرین، با قدرت کمتر از ۰/۰۱ تسلا سبب کوچک شدن گردابه‌های موجود در حفره می‌شود، به طوری که میدان مغناطیسی با قدرت حدود ۰/۰۱ تسلا سبب ناپدید شدن گردابه جریان شده، در حالی که با افزایش بیشتر قدرت میدان مغناطیسی، گردابه‌های بزرگ‌تری تشکیل می‌شود.

واژه‌های کلیدی: میدان مغناطیسی، حفره با مرز متحرک، گردابه، میدان جریان

Effects of Magnetic Field Direction and Strength on Square Lid-Driven Cavity Flow

A. Hadidi and M.R. Ansari

Mech. Eng. Dept.

Tarbiat Modarres Univ.

(Received: 6 March, 2012; Accepted: 13 November, 2012)

ABSTRACT

In this study, the effects of strength and direction of a magnetic field on lid-driven cavity flow in a wide range of magnetic field strength variations (0 to 10 Tesla) are studied. The governing equations, including conservative equations of momentum, continuity and magnetic field were solved numerically. Momentum and continuity were solved by the finite volume method, using SIMPLE algorithm where the finite difference method was used for solving of magnetic field equation. In this research, the effects of magnetic field on the velocity distribution, streamlines, and vortex flow shows that the vortices of the cavity shrink up to 0.01 Tesla, where the uniform and vertical magnetic field was applied from the bottom surface. For the magnetic field of 0.01 Tesla, the vortices disappear. Higher values of magnetic field create larger vortices.

Keywords: Magnetic Field, Lid-Driven Cavity, Vortex, Flow Field

۱- کارشناسی ارشد: amin.hadidi@yahoo.com

۲- دانشیار (نویسنده پاسخگو): mra_1330@modares.ac.ir

۱- مقدمه

مسئله جریان داخل حفره با مرز متحرک، در بیشتر کاربردهای مهندسی یک مسئله پایه می‌باشد، از این رو همواره یک موضوع اصلی برای مطالعات تحقیقاتی بوده است.

نمونه‌هایی از کاربردهای مطالعه جریان در داخل حفره تحت شرایط مختلف عبارت است از: رآکتورهای شیمیایی کاتالیزوری [۱]، تجهیزات رسوب‌گیری بخار شیمیایی [۲]، استخراج روغن، بهبود عملکرد مبدل‌های حرارتی، مدیریت گرمایی خنک‌کننده‌های الکتریکی [۳]، نواحی متأثر از میدان‌های الکترومغناطیسی [۴-۵]، مهندسی کوره [۶]، کلکتورهای انرژی خورشیدی [۷]، رآکتورهای هسته‌ای [۹] و [۸]، نیروگاه‌های مگنتوهیدرودینامیک [۱۰-۱۱]، فرآوری مواد غذایی [۱۲]، شبیه‌سازی رشد کریستال و تولید شیشه [۱۳]. از این رو، محققین زیادی مسئله جریان حفره با مرز متحرک را با شرایط مختلف مطالعه کرده‌اند. ارپر و سزکلی^۱ [۱۴]، اثر میدان مغناطیسی خارجی اعمال شده به جریان سیال در یک حفره مربعی را بررسی کرده و دریافتند، حضور یک میدان مغناطیسی می‌تواند سبب کند شدن جریان‌های جابه‌جایی طبیعی شود. در ضمن نشان دادند که قدرت میدان مغناطیسی یکی از فاکتورهای مهم در تعیین کیفیت کریستال می‌باشد. رودریاه^۲ و همکاران [۱۵]، اثر نیروی کشش سطحی بر جریان سیال رسانای الکتریکی در حفره مربعی تحت اثر میدان مغناطیسی عمودی را مورد مطالعه قرار دادند تا اثر این نیرو در میرا کردن حرکت‌های هیدرودینامیکی را تحقیق کنند. جابه‌جایی آزاد در محفظه پر از ماده متخلخل، به‌طور عددی توسط ژنگ^۳ و همکاران [۱۶]، مورد مطالعه قرار گرفت. آنها دریافتند، میدان مغناطیسی یک نیروی قابل توجه روی میدان جریان سیال و انتقال حرارت در محیط اشباع از سیال، اعمال می‌کند. ماتسچکه^۴ و همکاران [۱۷]، اثر میدان مغناطیسی بر دنباله جریان فلز مذاب پشت استوانه را مطالعه کردند. آنها از میدان مغناطیسی برای کنترل دنباله استفاده کردند و گزارش دادند که میدان‌های مغناطیسی خیلی قوی قادر به پایدار کردن جریان بوده و می‌تواند از جریان گردابه‌ها

جلوگیری کند. استفاده از میدان مغناطیسی خارجی برای کنترل ناپایداری‌های جریان اخیراً به یکی از جذاب‌ترین روش‌های کنترل توربولانس با کاربرد نیروی حجمی خارجی تبدیل شده است [۱۹-۱۸]. اطلاعات کمی درباره ناپایداری‌ها و گذار در جریان‌های گردابه‌ای MHD وجود دارد، جز این باور عمومی که میدان‌های مغناطیسی یک اثر میرا کنندگی دارد [۲۰]. تحقیقات آزمایشگاهی نیز در این زمینه محدود بوده است و به دلیل مشکلات جدی اندازه‌گیری پارامترها در جریان‌های فلز مذاب، همه نتایج آزمایشگاهی درباره پایداری دوبعدی تقریباً محدود به اعداد رینولدز بالا می‌باشد [۱۷]. اخیراً رحمان^۵ و همکاران [۲۱]، اثرات میدان مغناطیسی را روی انتقال حرارت ترکیبی در یک کانال افقی با یک حفره باز که از سطح زیرین گرم شده را مورد بررسی قرار دادند. این محققین تأثیر میدان مغناطیسی بر جریان و نرخ انتقال حرارت را به ازای اعداد هارتمن برابر ۰، ۵، ۱۰ و ۲۰ مطالعه کردند. آنها گزارش کردند که به ازای عدد هارتمن برابر صفر، یک گردابه در جریان داخل حفره وجود دارد که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی یعنی در اعداد هارتمن برابر ۵، ۱۰ و ۲۰ این گردابه محو می‌شود.

بررسی ادبیات فن نشان می‌دهد تحقیقات مختلفی در زمینه بررسی اثرات میدان مغناطیسی بر جریان در حفره با مرز متحرک صورت گرفته است، ولی در این تحقیقات بیشتر اثرات میدان مغناطیسی بر نرخ انتقال حرارت، مخصوصاً عدد نوسلت مطرح بوده و اثر میدان مغناطیسی بر هیدرودینامیک جریان به‌ویژه اثر میدان به گردابه‌های جریان به‌طور کامل مورد توجه جدی قرار نگرفته است. محققین مختلف اثر میدان مغناطیسی در بازه محدودی را بر میدان جریان مطالعه کرده و کل بازه تغییرات قدرت میدان مغناطیسی مورد مطالعه قرار نگرفته است. از این رو، در تحقیق حاضر اثر میدان مغناطیسی بر هیدرودینامیک جریان سیال به‌ویژه بر گردابه‌های جریان به‌طور کامل در بازه تغییرات ممکن قدرت میدان مغناطیسی که در کاربردهای عملی مورد استفاده قرار می‌گیرد (۰ تا ۱۰ تسلا) مطالعه شده است. همچنین با توجه به اینکه در تحقیقات قبلی اثر جهت میدان مغناطیسی بر گردابه‌های جریان داخل حفره بررسی نشده است، اثر جهت و

1- Oreper and Szekely
2- Rudraiah
3- Zeng
4- Mutschke

5- Rahman

در رابطه فوق، σ ضریب رسانندگی الکتریکی سیال برحسب $\frac{A^2 \cdot S}{N \cdot m^2}$ است.

۲-۱- توصیف مسئله

در این تحقیق، جریان داخل حفره مربعی دویبعدی با مرز بالایی متحرک در نظر گرفته شده است. ابعاد حفره در نظر گرفته شده، برابر ۱ می باشد ($L=1m$). شکل شماتیک مسئله در شکل ۱ نشان داده شده است. همان طور که در شکل ۱ مشاهده می شود، میدان مغناطیسی در مرز پایینی به صورت یکنواخت و در جهت عمودی به میدان جریان داخل حفره که ناشی از حرکت مرز بالایی آن می باشد، اعمال شده است.

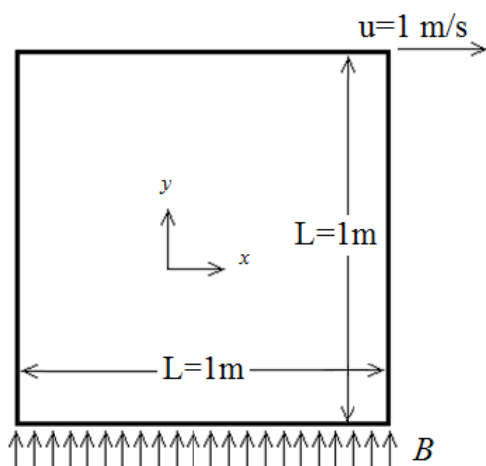
۲-۲- روش حل معادلات حاکم

با استفاده از خواص کرل و دیورژانس، معادلات مومنوم و مغناطیسی به صورت زیر ساده سازی می شود:

$$\rho \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \rho \bar{u} \cdot \nabla \bar{u} - \eta \Delta \bar{u} + \nabla p = \frac{1}{\eta} \bar{B} \cdot \nabla \bar{B} \quad (۴)$$

$$- \frac{1}{\eta} \frac{\nabla B^2}{2} + \rho \bar{g},$$

$$\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} = \frac{1}{\eta \sigma} \Delta \bar{B} + (\bar{B} \cdot \nabla) \bar{u} - (\bar{u} \cdot \nabla) \bar{B}. \quad (۵)$$



میدان مغناطیسی یکنواخت

شکل (۱): شماتیک مسئله.

راستای میدان مغناطیسی اعمال شده بر هیدرودینامیک جریان نیز مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. با توجه به اینکه اکثر محققین اثر میدان مغناطیسی بر هیدرودینامیک جریان را کاهش سرعت و تعدیل توربولانس معرفی کرده اند، در این مقاله اثر میدان مغناطیسی در حالت میدان مغناطیسی با گرادیان منفی و مثبت در جهت جریان سیال مطالعه شده و اثر متفاوت آنها بر هیدرودینامیک جریان مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. اهداف اصلی تحقیق حاضر را به طور خلاصه به صورت زیر می توان بیان کرد:

- مطالعه اثر میدان مغناطیسی با قدرتهای مختلف بر جریان سیال داخل حفره،
- مطالعه اثر علامت گرادیان میدان مغناطیسی در جهت جریان سیال و
- مطالعه راستا و جهت میدان مغناطیسی بر جریان.

۲-۲- معادلات حاکم

جریان دویبعدی، گذرا، آرام و تراکم ناپذیر در حفره با فرض خواص ثابت برای سیال، در نظر گرفته شده است. معادلات توصیف کننده مسئله، به صورت زیر می باشد:

معادله مومنوم [۲۲]:

$$\rho \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \rho \bar{u} \cdot \Delta \bar{u} - \mu \Delta \bar{u} + \Delta p = \quad (۱)$$

$$\frac{1}{\eta} \nabla \times \bar{B} \times \bar{B} + \rho \bar{g}$$

معادله مومنوم، همان معادله ناویر استوکس است که به دلیل میدان مغناطیسی اعمال شده به جریان سیال، یک ترم نیروی حجمی به طرف دوم معادله افزوده می شود. در معادله فوق، u سرعت برحسب متر بر ثانیه، μ لزجت دینامیکی برحسب $Pa \cdot s$ ، η تراوایی (پرمابلتیه) مغناطیسی برحسب $\frac{T \cdot m}{A}$ و B قدرت میدان مغناطیسی (چگالی شار مغناطیسی) برحسب تسلا (T) است.

معادله پیوستگی:

$$\nabla \cdot \bar{u} = 0 \quad (۲)$$

معادله میدان مغناطیسی [۲۲]:

$$\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} + \frac{1}{\eta} \nabla \times \left(\frac{1}{\sigma} \nabla \times \bar{B} \right) = \nabla \times (\bar{u} \times \bar{B}). \quad (۳)$$

[۲۳]، برای حل میدان فشار استفاده شده است. معادله میدان مغناطیسی نیز با استفاده از روش تفاضل محدود حل می‌شود [۲۳]. گسسته‌سازی ترم‌های جابه‌جایی در معادله مومنتوم و میدان مغناطیسی، با استفاده از روش هیبرید (طرح پیوندی) انجام شده است که ترکیب روش‌های تفاضل مرکزی و بالادست می‌باشد. برای گسسته‌سازی ترم‌های نفوذ در معادلات مغناطیسی و مومنتوم، از روش تفاضل مرکزی مرتبه دوم استفاده شده است. برای گسسته‌سازی مشتق زمانی سرعت و میدان مغناطیسی در معادلات (۶) تا (۹)، از روش اولیمر مرتبه اول استفاده شده است. برای حل معادلات گسسته‌سازی شده مومنتوم، پیوستگی و مغناطیسی، یک کد کامپیوتری کامل در محیط فرترن تدوین شد تا رفتار میدان جریان سیال تحت تأثیر میدان مغناطیسی بررسی شود.

۲-۳- شرایط مرزی و اولیه

شرایط مرزی شامل شرط مرزی مغناطیسی و هیدرودینامیکی می‌باشد. شرط مرزی هیدرودینامیکی در تمام مرزهای هندسه مورد بحث، از برهم‌نهی اصل عدم لغزش (معادله ۱۳) و اصل عدم نفوذ در مرز جامد (معادله ۱۴) به‌دست می‌آید. مرزهای مسئله غیر از مرز بالایی ساکن می‌باشند، لذا:

$$\vec{n} \times \vec{u} = u_{wall}, \quad (13)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{u} = 0. \quad (14)$$

در معادلات فوق، \vec{n} بردار عمود بر سطح است.

۲-۳-۱- شرایط مرزی مغناطیسی

مرزهای سمت چپ و راست هندسه به‌صورت سطوح کاملاً عایق مغناطیسی در نظر گرفته می‌شود [۲۴]، لذا:

$$\vec{B} = 0. \quad (15)$$

مرزهای بالا و پایین هندسه به‌صورت سطوح کاملاً رسانای مغناطیسی در نظر گرفته می‌شود [۲۴]، لذا:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial n} = 0. \quad (16)$$

شرایط اولیه مسئله به‌صورت زیر است:

$$\begin{cases} u(x, y) = 0 & \text{at } t = 0, \\ B(x, y) = 0 & \text{at } t = 0. \end{cases} \quad (17)$$

در تحقیق حاضر ترم‌های شامل لاپلاس و دیورژانس در معادلات (۴) و (۵) با استفاده از روابط ریاضی، به‌صورت زیر ساده‌سازی و گسسته‌سازی می‌شود تا به‌صورت مناسب برای برنامه‌نویسی، تبدیل شود. معادله مومنتوم در جهت x:

$$\rho \frac{\partial u_x}{\partial t} + \rho \left(u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) - \mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial P}{\partial x} = M_1 \quad (6)$$

معادله مومنتوم در جهت y:

$$\rho \frac{\partial u_y}{\partial t} + \rho \left(u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) - \mu \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial P}{\partial y} = M_2 \quad (7)$$

در روابط فوق، M_1 و M_2 ترم‌های چشمه می‌باشند که ناشی از میدان مغناطیسی اعمال شده به میدان جریان بوده و به‌صورت زیر، ساده می‌شوند:

$$M_1 = \frac{1}{\eta} \left(B_x \frac{\partial B_x}{\partial x} + B_y \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) - \frac{1}{2\eta} \frac{\partial B^2}{\partial x} + \rho g_x, \quad (8)$$

و

$$M_2 = \frac{1}{\eta} \left(B_x \frac{\partial B_y}{\partial x} + B_y \frac{\partial B_y}{\partial y} \right) - \frac{1}{2\eta} \frac{\partial B^2}{\partial y} + \rho g_y. \quad (9)$$

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0 \quad (10)$$

معادله میدان مغناطیسی در جهت x:

$$\frac{\partial B_x}{\partial t} = \frac{1}{\eta \sigma} \left(\frac{\partial^2 B_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2} \right) + \left(B_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + B_y \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) - \left(u_x \frac{\partial B_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) \quad (11)$$

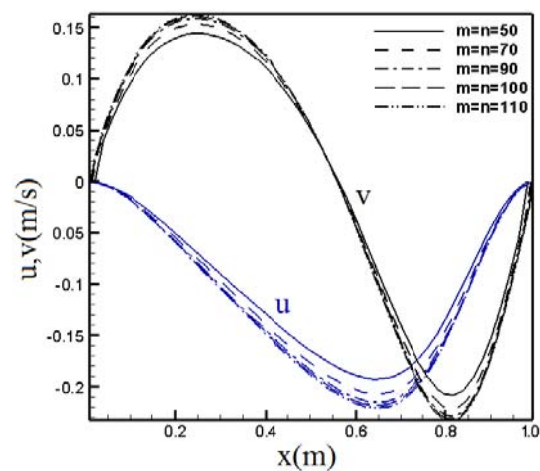
معادله میدان مغناطیسی در جهت y:

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{1}{\eta \sigma} \left(\frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_y}{\partial y^2} \right) + \left(B_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + B_y \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) - \left(u_x \frac{\partial B_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial B_y}{\partial y} \right) \quad (12)$$

برای گسسته‌سازی معادلات مومنتوم و پیوستگی از روش عددی حجم محدود [۲۳] با بهره‌گیری از الگوریتم سیمپل

۳- صحنه‌گذاری نتایج

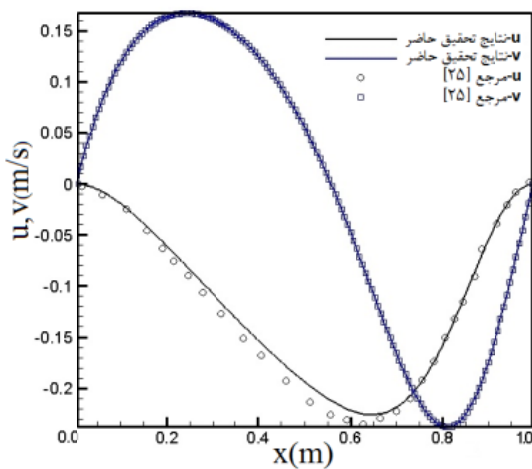
در این قسمت نخست استقلال حل از شبکه محاسباتی بررسی و در ادامه اعتبارسنجی نتایج ارایه خواهد شد. برای تعیین اندازه صحیح شبکه مورد مطالعه، محاسبات استقلال از شبکه به ازای شبکه‌های مختلف انجام گرفت که نمونه‌ای از نتایج برای میدان مغناطیسی با قدرت $B_0=0/02$ تسلا (۲۰ گاوس) و عدد رینولدز برابر ۱۰۰ برای شبکه‌های 50×50 ، 70×70 ، 90×90 ، 100×100 و 110×110 در شکل ۲ ارایه شده است.



شکل (۲): استقلال حل از شبکه محاسباتی.

۴- نتایج و بحث

در این قسمت نتایج مربوط به مطالعه اثر میدان مغناطیسی در بازه تغییرات قدرت میدان مغناطیسی در کاربردهای عملی (۰ تا ۱۰ تسلا) و نیز جهت اعمال میدان مغناطیسی بر جریان ایجاد شده ناشی از مرز متحرک در یک حفره مربعی برای عدد رینولدز برابر ۱۰۰، ارائه شده است. سیال مورد استفاده در این تحقیق، دارای تراوایی مغناطیسی نسبی برابر ۱۰۰ و ضریب رسانندگی الکتریکی برابر $50 \frac{A^2 \cdot S}{N \cdot m^2}$ می‌باشد.



شکل (۳): اعتبارسنجی نتایج.

۴-۱- بررسی اثر قدرت میدان مغناطیسی

در بخش حاضر، اثر تغییرات قدرت میدان مغناطیسی اعمال شده بر جریان داخل حفره با مرز متحرک نشان داده شده است (شکل ۴). در تمامی حالات اعمال میدان مغناطیسی بر میدان جریان سیال، اندازه و جهت میدان یکنواخت بوده و از طرف مرز پایینی حفره با مقادیر مختلف به میدان جریان با رینولدز ۱۰۰ اعمال شده است.

با ملاحظه شکل ۴ مشاهده می‌شود، با اعمال میدان مغناطیسی به میدان جریان سیال داخل حفره، خطوط و مشخصه‌های جریان تغییر می‌یابد؛ به طوری که اعمال میدان مغناطیسی به اندازه $0/01$ تسلا سبب می‌شود، گردابه‌های گوشه‌های پایین حفره در مقایسه با حالتی که میدان مغناطیسی اعمال شده برابر صفر است، کوچک‌تر شود. روند

مؤلفه‌های سرعت در خط عرضی وسط حفره ($y=0/5$) در شکل ۲ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که نتایج، به ازای شبکه‌های ریزتر از 90×90 ، مستقل از شبکه می‌باشد. در نتیجه اندازه گام‌های مکانی در شرایط ذکر شده در امتداد x و y برابر $\Delta x = \Delta y = 1/90$ خواهد بود.

۳-۲- اعتبارسنجی نتایج

به منظور اعتبارسنجی نتایج و بررسی برنامه کامپیوتری تدوین شده در این تحقیق، نتایج مطالعه حاضر با نتایج تجربی مرجع [۲۵]، در حالتی که میدان مغناطیسی اعمال شده برابر صفر می‌باشد، مقایسه شده است (شکل ۳). با توجه به شکل ۳ مشاهده می‌شود، نتایج تحقیق حاضر تطابق خوبی با نتایج تجربی مرجع [۲۵] دارد.

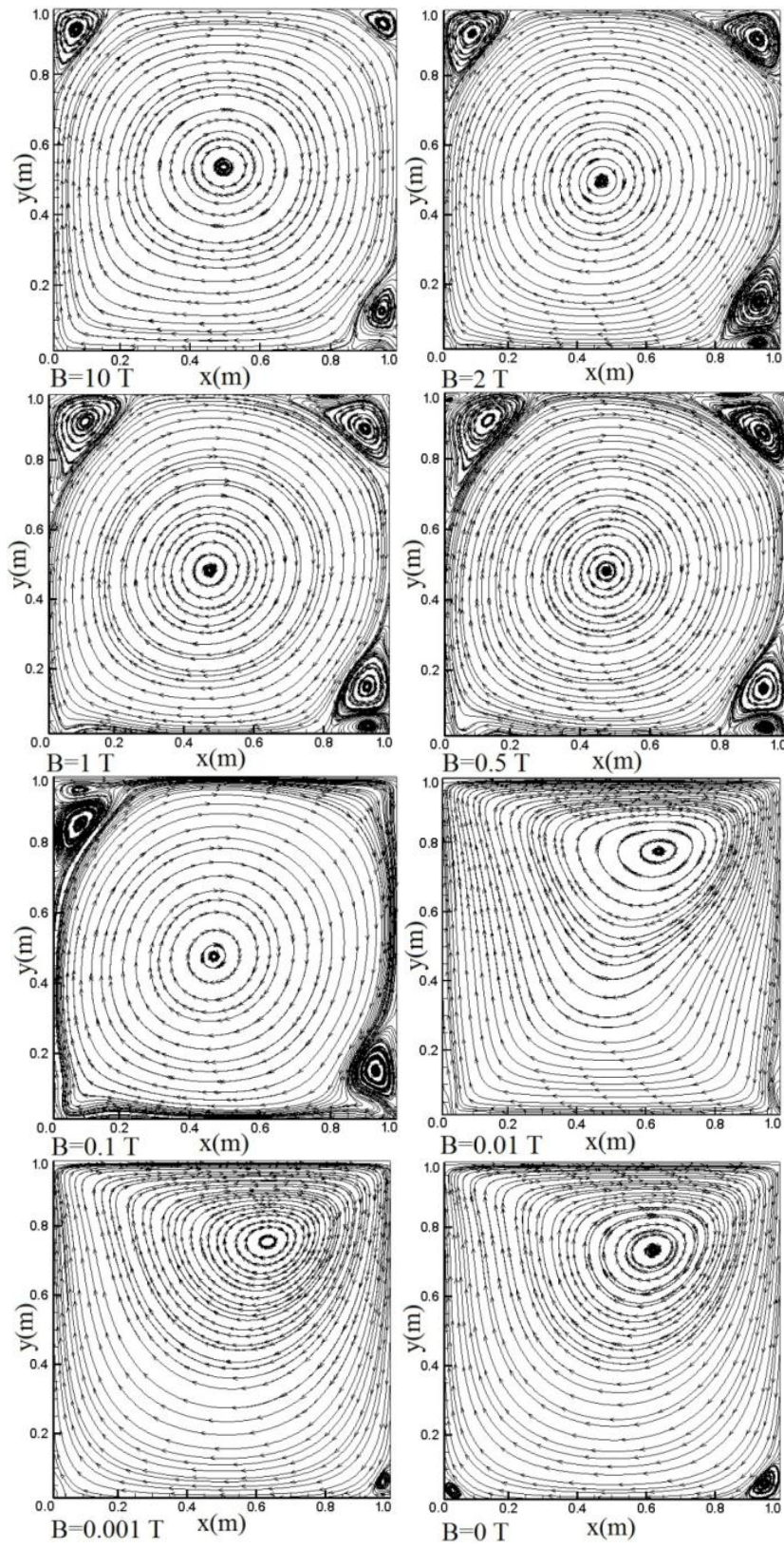
مربع) می‌باشد. کانتورهای سرعت ($u_{abs} = \sqrt{u^2 + v^2}$) در شکل‌های ۵-الف و ۵-ب، نمایش داده شده است. با توجه به شکل مشاهده می‌شود، گردابه بزرگی که در داخل حفره وجود دارد، در ناحیه ۴ شکل تشکیل شده و یک گردابه ناقص در ناحیه ۵ به وجود می‌آید. گردابه‌ها در مناطق با سرعت کم تشکیل می‌شوند، نظیر مجاورت پله‌ها در مسیر جریان و یا گوشه‌های پایینی حفره در حالتی که میدان مغناطیسی اعمال نشده باشد (شکل ۵-ج). با توجه به شکل ۵ نیز مشاهده می‌شود نواحی ۴ و ۵ کمترین مقدار سرعت در میدان جریان را دارا می‌باشند. تصور کلی از اثر میدان مغناطیسی بر جریان سیال این است که سبب کند شدن جریان سیال می‌شود [۲۱ و ۲۷].

در حالی که با مقایسه شکل‌های ۵-الف و ۵-ج مشاهده می‌شود اعمال میدان مغناطیسی سبب افزایش سرعت در ناحیه ۱ می‌شود. با توجه به شکل ۵-د مشاهده می‌شود، گرادیان میدان مغناطیسی در نواحی متناظر با ۱ و ۵، بیشتر از مناطق دیگر حفره می‌باشد. به عبارت دیگر، با افزایش فاصله از سطح زیرین حفره در امتداد محور عمودی، قدرت میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد. در نتیجه گرادیان میدان مغناطیسی در جهت محور عمودی در داخل حفره منفی است. با اینکه میدان مغناطیسی اعمال شده از سطح زیرین حفره یکنواخت می‌باشد، ولی با عبور از داخل جریان تضعیف می‌شود، و این سبب به وجود آمدن گرادیان منفی میدان مغناطیسی در جهت مثبت محور عمودی می‌شود.

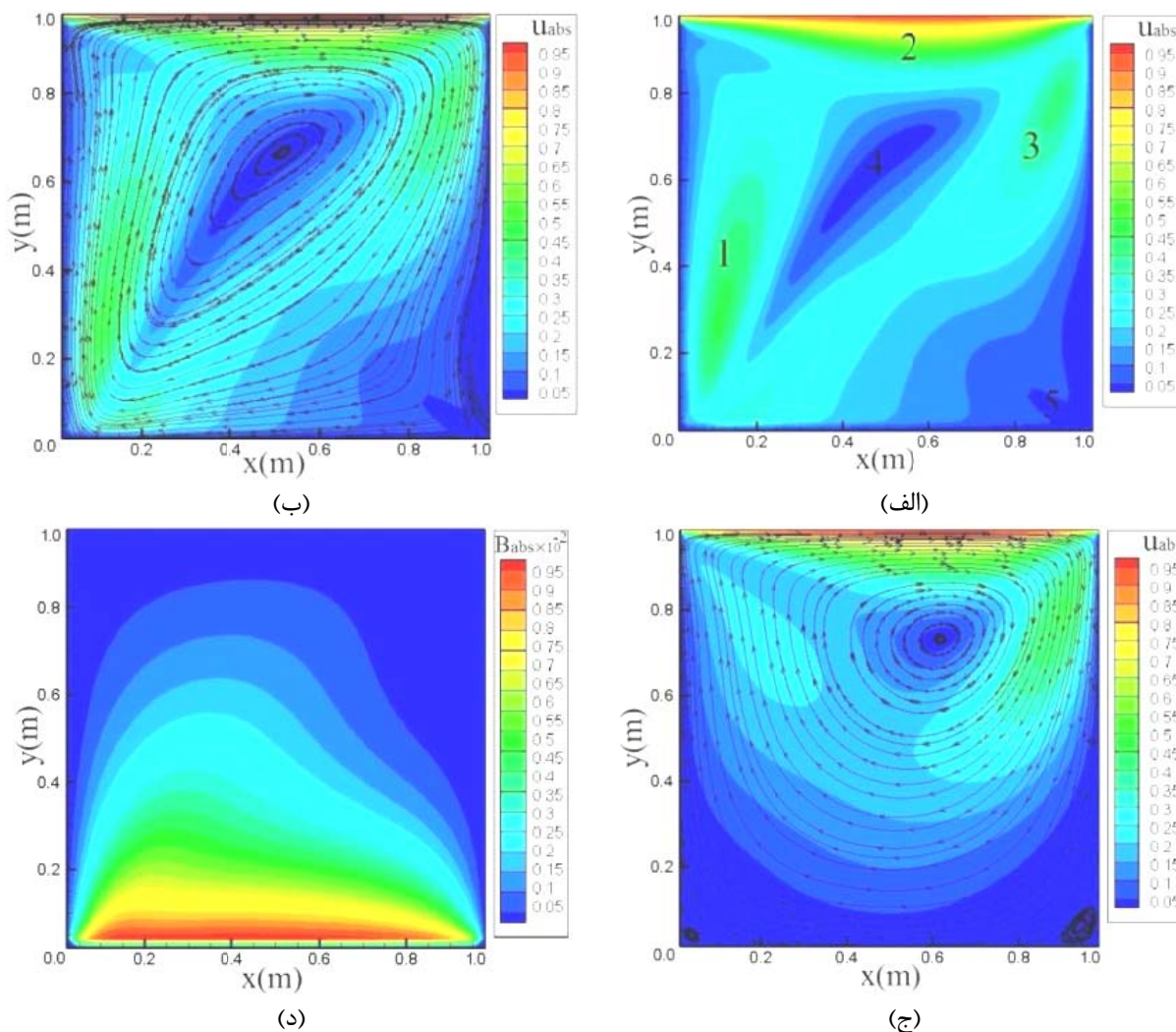
با توجه به شکل ۵-ب مشاهده می‌شود، جریان در داخل حفره، ساعتگرد است. در نتیجه جهت جریان سیال در سمت چپ حفره از جمله ناحیه ۱، در جهت مثبت محور عمودی بوده و در سمت راست حفره از جمله ناحیه ۳، در جهت منفی محور عمودی می‌باشد. از این رو در سمت چپ حفره، گرادیان میدان مغناطیسی در جهت جریان سیال، منفی بوده و در سمت چپ، مثبت می‌باشد.

کاهش اندازه گردابه‌ها با افزایش قدرت میدان مغناطیسی ادامه می‌یابد تا اینکه در حالتی که قدرت میدان برابر 0.1 تسلا می‌باشد، گردابه‌ها کاملاً ناپدید می‌شود و با نتایج ماتسچکه و همکاران [۱۷] مطابقت می‌نماید. این محققین گزارش کردند که اعمال میدان مغناطیسی به جریان سیال حول استوانه، سبب کوچک‌تر شدن دنباله پشت استوانه می‌شود. رحمان و همکاران [۲۱]، نیز گزارش کردند که با افزایش عدد هارتمن و در نتیجه افزایش قدرت میدان مغناطیسی اعمال شده به جریان در یک کانال با حفره باز، گردابه موجود در پله کوچک‌تر می‌شود. با افزایش قدرت میدان مغناطیسی، روند جریان سیال دچار تغییر می‌شود به طوری که برای میدان‌های مغناطیسی با قدرت بیشتر از 0.1 تسلا، گردابه قوی‌تری در گوشه سمت راست پایین حفره ایجاد شده و گردابه‌های دیگری نیز در گوشه بالایی تشکیل می‌شود. با افزایش قدرت میدان، اندازه گردابه‌ها افزایش می‌یابد. به ازای قدرت میدان بیشتر از ۲ تسلا، اندازه گردابه‌ها مجدداً دچار کاهش می‌شود که این تغییرات کم است. لازم به ذکر است که تسلا واحد بسیار بزرگی برای میدان مغناطیسی می‌باشد و در کاربردهای عملی معمولاً از واحد گاوس استفاده می‌شود. بزرگ‌ترین قدرت میدان مغناطیسی که در عمل مورد استفاده قرار می‌گیرد، در حدود ۷ تا ۱۰ تسلا است که در توکامک رآکتورهای گداخت هسته‌ای برای محصور و معلق‌سازی پلاسما مورد استفاده قرار می‌گیرد [۲۶].

برای توضیح علت کاهش اندازه گردابه‌ها با افزایش قدرت میدان مغناطیسی تا 0.1 تسلا، اثر میدان مغناطیسی یکنواخت و عمودی 0.1 تسلا به حفره با مرز متحرک که حاوی سیال با خواص الکتریکی و مغناطیسی زیادی می‌باشد، بررسی شده است تا اثر میدان مغناطیسی بر جریان با جزئیات بیشتری قابل بررسی باشد (شکل ۵). سیال مورد نظر دارای تراوایی مغناطیسی نسبی برابر 300 و ضریب گذردهی الکتریکی $100 \frac{A^2 \cdot s}{N \cdot m^2}$ (مجذور آمپر در ثانیه بر نیوتن در متر



شکل (۴): اثر میدان مغناطیسی بر جریان داخل حفره از سمت پایین.



شکل (۵): اثر میدان مغناطیسی با قدرت ۰/۰۱ تسلا بر جریان داخل حفره؛ (الف) کانتورهای سرعت، (ب) خطوط جریان، (ج) کانتورهای سرعت و خطوط جریان در غیاب میدان مغناطیسی، (د) کانتورهای میدان مغناطیسی.

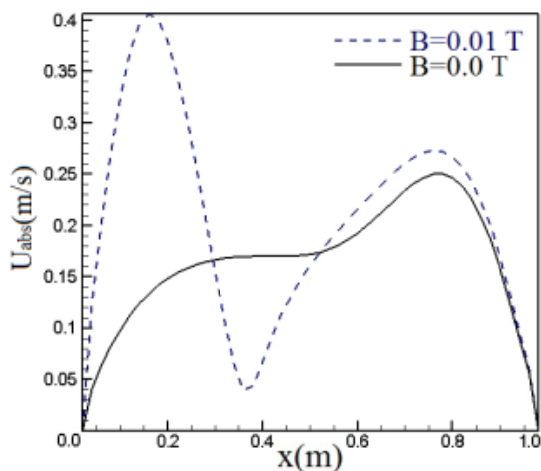
چپ حفره سبب افزایش سرعت جریان سیال شده و در سمت راست حفره، گرادیان مثبت میدان مغناطیسی در جهت جریان، سبب مقاومت در برابر جریان می‌شود. به همین دلیل در شکل ۵-ب مشاهده می‌شود، خطوط جریان در سمت راست حفره به سمت چپ که مقاومت کمتری در برابر جریان سیال وجود دارد، کشیده می‌شوند. همچنین با ملاحظه شکل مشاهده می‌شود قبل از اعمال میدان مغناطیسی، گوشه‌های پایین حفره کمترین مقدار سرعت میدان جریان را دارا می‌باشند و در این دو گوشه، گردابه تشکیل می‌شود؛ در حالی که اعمال میدان مغناطیسی به دلایل گفته شده، در

همانند نیروی اعمال شده به جریان سیال در جهت گرادیان منفی فشار و یا انتقال گرما در جهت گرادیان منفی دمای و انتقال جریان الکتریکی در جهت گرادیان منفی پتانسیل الکتریکی، در مبحث مگنتوهیدرودینامیک نیز گرادیان منفی میدان مغناطیسی در جهت جریان سیال، سبب اعمال نیرو به میدان جریان سیال در جهت جریان شده و سبب افزایش سرعت آن می‌شود؛ در حالی که گرادیان مثبت میدان مغناطیسی در جهت جریان سیال، سبب اعمال نیرو در خلاف جهت جریان شده و سبب کند شدن سرعت سیال می‌شود. از این رو میدان مغناطیسی با گرادیان منفی در سمت

ناحیه و اعمال نیروی مقاوم در سمت راست می‌شود که از این طریق میدان مغناطیسی اعمال شده سبب تغییر در میدان جریان می‌شود. در نتیجه خطوط جریان به سمت چپ حفره کشیده می‌شود و میدان مغناطیسی را نیز تحت الشعاع قرار می‌دهد (معادلات ۳-۴). در نتیجه این رفتار، میدان مغناطیسی نیز به صورت نامتقارن در داخل حفره توزیع می‌شود.

در شکل ۷ مقدار سرعت جریان در حالت مورد بررسی، برای دو وضعیتی که میدان مغناطیسی اعمال شده و حالتی که جریان داخل حفره متأثر از میدان مغناطیسی خارجی نباشد، بر روی خط افقی در وسط حفره ارائه شده است.

با ملاحظه شکل ۷، مشاهده می‌شود اعمال میدان مغناطیسی سبب افزایش شدید مقدار سرعت جریان در سمت چپ حفره می‌شود که دلیل آن گرادیان منفی میدان مغناطیسی در امتداد جریان در سمت چپ و در نتیجه تقویت میدان جریان سیال از طرف میدان مغناطیسی می‌باشد.

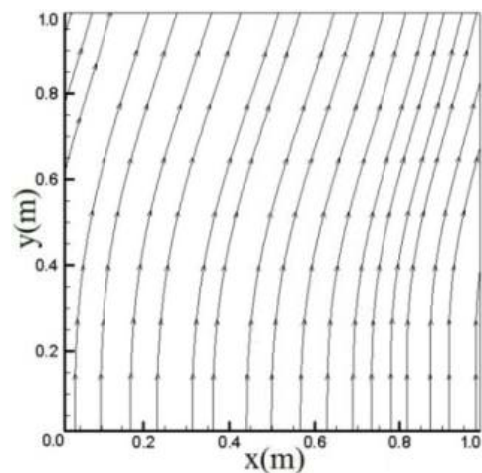


شکل (۷): توزیع سرعت در خط مرکزی افقی در حالتی که میدان مغناطیسی اعمال شده برابر ۰ و ۰/۰۱ تسلا می‌باشد.

از طرف دیگر مشاهده می‌شود با وجود افزایش نیروی مقاوم در برابر جریان سیال در سمت راست حفره در اثر اعمال میدان مغناطیسی اعمال شده، مقدار سرعت جریان سیال نسبت به حالتی که میدان مغناطیسی وجود ندارد، اندکی افزایش یافته است که این امر به دلیل جریان پر

گوشه‌ها مخصوصاً در گوشه سمت چپ که میدان مغناطیسی، گرادیان منفی در جهت جریان سیال دارد، سبب افزایش سرعت جریان سیال می‌شود. بنابراین از به وجود آمدن ناحیه‌های کم سرعت در آن گوشه‌ها که باعث جدایش جریان سیال شده و تشکیل گردابه می‌دهد، جلوگیری می‌کند.

کانتورهای میدان مغناطیسی در جریان مورد بررسی که برابند مؤلفه‌های میدان مغناطیسی ($B_{abs} = \sqrt{B_x^2 + B_y^2}$) در هر نقطه از میدان جریان می‌باشد، در شکل ۵-۵ نمایش داده شده است. در شکل ۵-۵ مشاهده می‌شود توزیع میدان مغناطیسی در داخل حفره نامتقارن است. با توجه به معادله میدان مغناطیسی حاکم بر مسئله (طرف راست معادلات (۳) و (۱۱)) مشاهده می‌شود که میدان جریان سیال و میدان مغناطیسی به هم وابسته می‌باشند، به عبارت دیگر تغییرات میدان جریان داخل حفره سبب تغییر در میدان مغناطیسی می‌شود.



شکل (۶): خطوط میدان مغناطیسی در داخل حفره به ازای قدرت میدان برابر ۰/۰۱ تسلا.

خطوط میدان مغناطیسی در داخل حفره در شکل ۶ نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود با وجود اینکه میدان مغناطیسی به طور یکنواخت و عمودی از سطح زیرین حفره اعمال می‌شود، ولی با عبور از حفره دچار تغییر می‌شود. میدان مغناطیسی اعمال شده سبب اعمال نیرو به سمت چپ حفره در جهت جریان شده و سبب افزایش سرعت در این

نیروی اعمال شده از میدان مغناطیسی بر میدان جریان، در سمت چپ حفره هم‌جهت با جریان و در سمت راست حفره بر خلاف میدان جریان است. علت این امر را به این صورت می‌توان توضیح داد که به ازای مقادیر کم میدان مغناطیسی همان‌طور که در شکل ۵-۵ نیز نمایش داده شد، توزیع میدان مغناطیسی در حفره نامتقارن است و خطوط جریان به سمت مرکز حفره که در آن نیروی مقاوم در برابر جریان کم می‌باشد، متمایل شده و با توجه به اینکه تحت تأثیر جریان پر سرعت سمت چپ حفره می‌باشند، شتاب می‌گیرند و همان‌گونه که دیده می‌شود، بیشینه مقدار سرعت در فاصله دورتری از دیواره قرار دارد که در آن نیروهای مقاوم مغناطیسی در برابر جریان شدیدتر است. به ازای مقادیر میدان مغناطیسی بزرگ‌تر از ۰/۰۵ تسلا، مشاهده می‌شود مقدار سرعت در سمت چپ حفره شدیدتر از سمت راست است که این به دلیل نیروی مغناطیسی مخالف جریان در سمت چپ و نیروی مغناطیسی موافق جریان در سمت راست می‌باشد. در این حالت همان‌گونه که در شکل ۸-ج نیز نمایش داده شده است، توزیع میدان مغناطیسی یکنواخت بوده و جریان در داخل حفره در مسیرهای دایره‌ای حول مرکز برقرار می‌شود و به سمت خاصی متمایل نمی‌شوند.

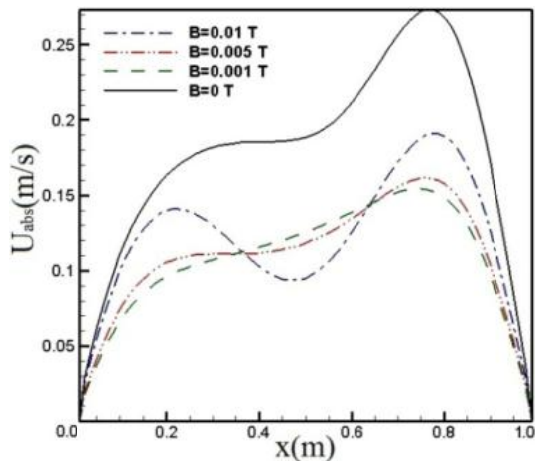
۴-۲- بررسی اثر جهت میدان مغناطیسی

در این قسمت، اثر میدان مغناطیسی با قدرت ۲ تسلا با جهت‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. شکل ۱۰ خطوط جریان داخل حفره را تحت اثر میدان مغناطیسی با قدرت ۲ تسلا با جهت‌های مختلف اعمال میدان را نشان می‌دهد. شکل ۱۰-الف، خطوط جریان بدون میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد، در شکل ۱۰-ب خطوط جریان با میدان مغناطیسی اعمال شده به‌طور عمودی از سطح زیرین را نشان می‌دهد، خطوط جریان تحت اثر میدان مغناطیسی که به‌صورت عمودی از سطح بالایی اعمال شده، در شکل ۱۰-ج نمایش داده شده است. در شکل ۱۰-د، اثر میدان مغناطیسی افقی اعمال شده از سطح جانبی بر خطوط جریان نمایش داده شده است.

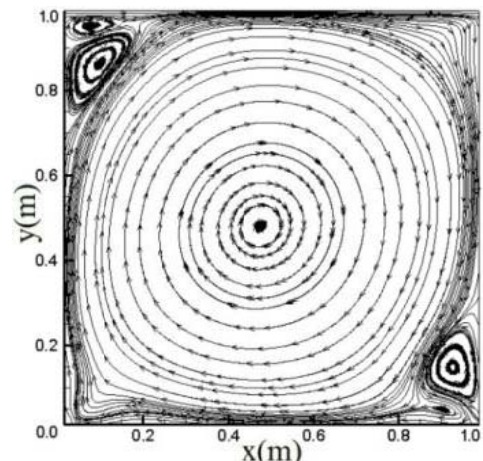
سرعتی است که از سمت چپ حفره پس از گردش در حفره به سمت راست آن می‌رسد.

در شکل ۴ مشاهده شد که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی از مقدار ۰/۰۱ تسلا، دوباره گردابه‌ای در گوشه سمت راست پایین حفره تشکیل می‌شود و علاوه بر آن گردابه، در گوشه بالایی سمت چپ حفره نیز گردابه دیگری تشکیل می‌شود. برای روشن شدن دلیل این امر، کانتورهای سرعت، میدان مغناطیسی و خطوط جریان در حالتی که میدان مغناطیسی اعمال شده به میدان جریان برابر ۰/۱ تسلا باشد، در شکل ۸ ارائه شده است. با توجه به شکل ۸ مشاهده می‌شود توزیع میدان مغناطیسی در داخل حفره تقریباً متقارن می‌باشد. در این حالت قدرت میدان مغناطیسی خیلی زیاد بوده و سبب اعمال نیروی زیادی به جریان سمت چپ حفره می‌شود که سبب حرکت شدید سیال در سمت چپ شده و در نتیجه باعث می‌شود سیال با سرعت زیادی در مسیرهای دایره‌ای داخل حفره جریان یابد. این سرعت زیاد جریان، سبب جدایی آن در گوشه بالایی و پایینی شده و سبب تشکیل گردابه می‌شود. به‌همین دلیل خطوط جریان و گردابه مرکزی حفره تقریباً در مرکز حفره قرار می‌گیرد و به سمت گوشه‌ها کشیده نمی‌شود. با افزایش بیشتر قدرت میدان مغناطیسی، جریان حول مسیر دایره‌ای در حفره شدیدتر شده که سبب جدایی جریان در گوشه سمت راست بالایی حفره نیز شده و باعث تشکیل گردابه در گوشه سمت راست بالایی حفره می‌شود. لازم به‌ذکر است که در گوشه سمت چپ پایین حفره در حالتی که میدان مغناطیسی اعمال می‌شود، گردابه‌ای تشکیل نمی‌شود. به‌دلیل هم‌جهت بودن نیروی اعمال شده در سمت چپ با جهت جریان، ناحیه با سرعت کم در گوشه پایینی حفره کوچک باقی مانده و گردابه تشکیل نمی‌شود.

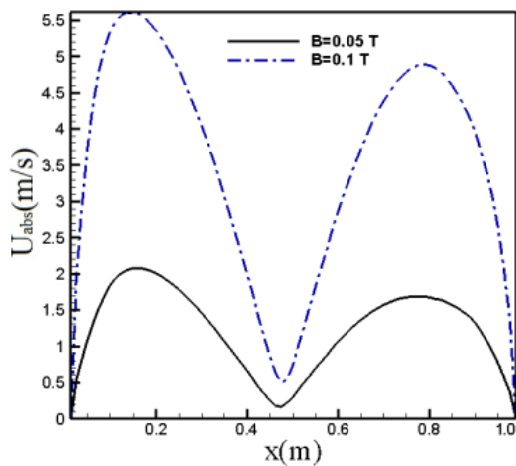
توزیع سرعت جریان بر روی خط افقی وسط داخل حفره برای حالت‌های ارائه شده در شکل ۴، در شکل ۹ ارائه شده است. با ملاحظه شکل ۹ مشاهده می‌شود با افزایش قدرت میدان مغناطیسی اعمال شده از مقدار ۰ تا ۰/۰۰۵ تسلا، سرعت در خط مرکزی افزایش می‌یابد، ولی افزایش سرعت در سمت راست حفره بیشتر از سمت چپ می‌باشد؛ درحالی‌که



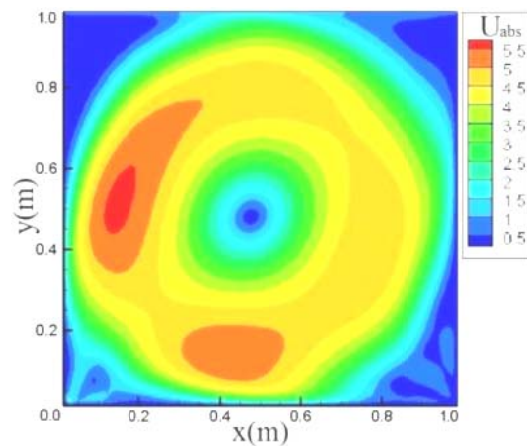
(الف)



(الف)



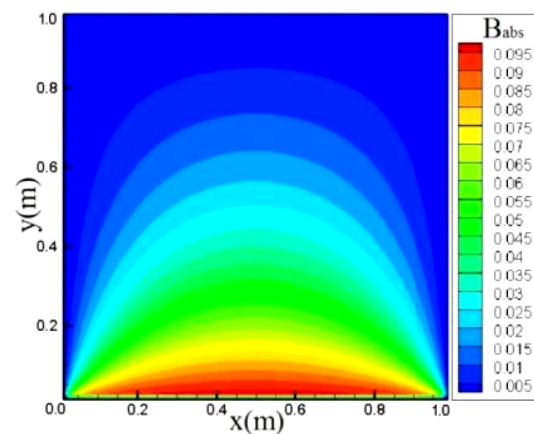
(ب)



(ب)

شکل (۹): توزیع سرعت در خط افقی مرکزی حفره به ازای مقادیر مختلف میدان مغناطیسی اعمال شده.

با ملاحظه شکل ۱۰ مشاهده می‌شود، میدان جریان داخل حفره علاوه بر قدرت میدان مغناطیسی و گرادیان آن، به جهت میدان مغناطیسی اعمال شده نیز بستگی دارد. وقتی میدان مغناطیسی از سطح پایینی اعمال می‌شود، در گوشه پایینی سمت چپ حفره، گردابه‌ای تشکیل نمی‌شود. در حالی که اگر همین میدان از سطح بالایی حفره اعمال شود، از تشکیل گردابه در گوشه بالایی سمت راست، جلوگیری می‌کند؛ زیرا در حالتی که میدان مغناطیسی از زیر اعمال می‌شود، نیروی اعمال شده از طرف میدان در سمت چپ حفره با جریان سیال هم‌جهت می‌باشد؛ در حالی که وقتی میدان مغناطیسی از سطح بالایی حفره اعمال می‌شود، نیروی

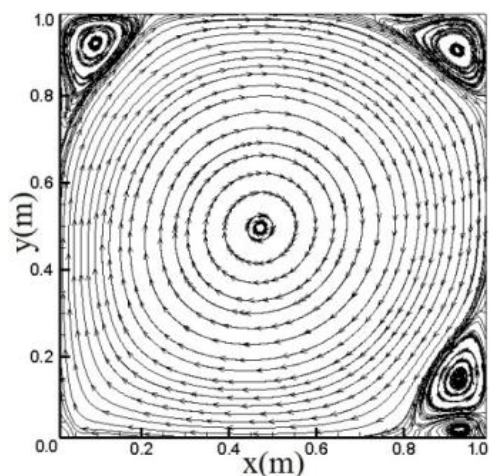


(ج)

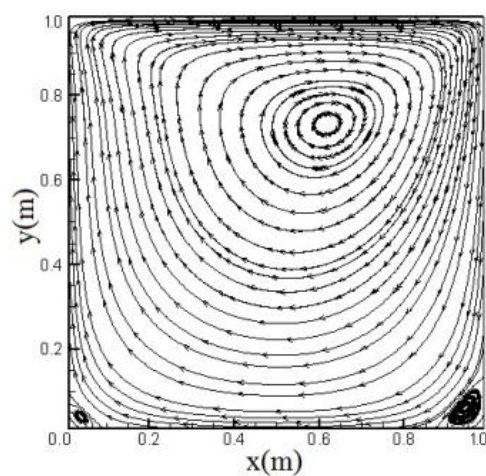
شکل (۸): جریان حفره تحت اثر میدان مغناطیسی با قدرت ۰/۱ تسلا؛ (الف) خطوط جریان، (ب) کانتورهای سرعت، (ج) کانتورهای میدان مغناطیسی.

این دو حالت متقارن می‌باشند. قدرت و راستای میدان مغناطیسی اعمال شده و نیز شرایط هیدرودینامیکی در هر دو حالت یکسان است. تنها تفاوتی که وجود دارد این است که در شکل ۱۰-ب میدان مغناطیسی از سطح زیرین اعمال شده اما در شکل ۱۰-ج، میدان از سطح بالایی به حفره اعمال شده است. بنابراین، الگوهای جریان در این دو حالت متقارن می‌باشند. در نتیجه جهت میدان مغناطیسی اعمال شده نیز می‌تواند تشکیل، اندازه و محل گردابه‌ها را کنترل کند.

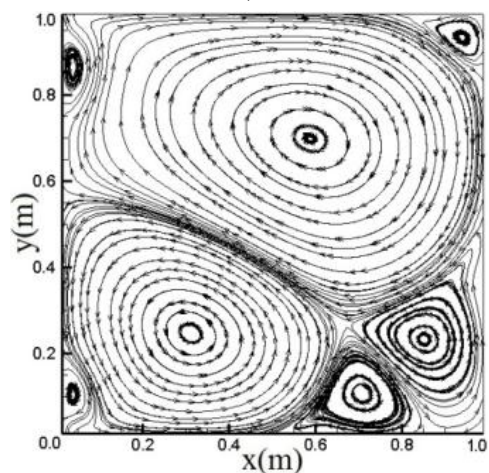
میدان مغناطیسی در سمت راست با جریان حفره هم‌جهت می‌شود. این تغییرات سبب کاهش نواحی کم سرعت در گوشه راست بالایی شده و از تشکیل گردابه جلوگیری می‌کند. اعمال میدان مغناطیسی با همان قدرت از سمت چپ، سبب تغییر در اندازه گردابه‌ها و شکل خطوط جریان می‌شود که این به دلیل نیروی عرضی وارد شده به میدان جریان از طرف میدان مغناطیسی است. همچنین با مقایسه شکل ۱۰-ب و ۱۰-ج مشاهده می‌شود که خطوط جریان در



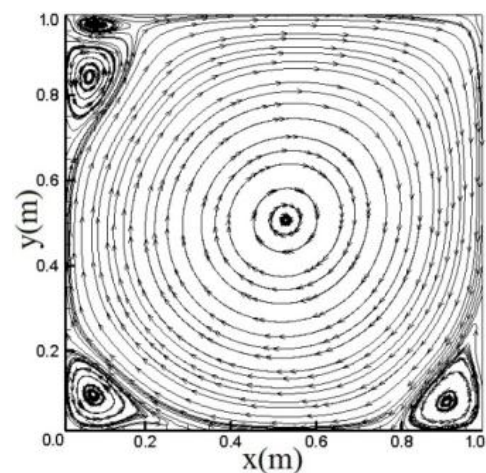
(ب)



(الف)



(د)



(ج)

شکل (۱۰): اثر جهت میدان مغناطیسی بر جریان داخل حفره؛ (الف) بدون میدان مغناطیسی، (ب) میدان مغناطیسی اعمال شده از سطح زیرین با قدرت ۲ تسلا، (ج) میدان مغناطیسی اعمال شده از سطح بالایی با قدرت ۲ تسلا، (د) میدان مغناطیسی اعمال شده از سطح چپ با قدرت ۲ تسلا.

۵- نتیجه گیری

مراجع

1. Revnic, C., Grosan, T., Pop, I., and Ingham, D.B. "Magnetic Field Effect on the Unsteady Free Convection Flow In a Square Cavity Filled with a Porous Medium with a Constant Heat Generation", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 54, No's. 9-10, pp. 1734-1742, 2011.
2. Iwanik, P.O. and Chiu, W.K.S. "Temperature Distribution of an Optical Fiber Traversing Through a Chemical Vapor Deposition Reactor", *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 43, No. 3, pp. 221-237, 2003.
3. Florio, L.A. and Harnoy, A. "Combination Technique for Improving Natural Convection Cooling In Electronics", *Int. J. Thermal Sci.*, Vol. 46, No. 1, pp. 76-92, 2007.
4. Saha, L.K., Hossain, M.A., and Gorla, R.S.R. "Effect of Hall Current on The MHD Laminar Natural Convection Flow from a Vertical Permeable Flat Plate with Uniform Surface Temperature", *Int. J. Thermal Sci.*, Vol. 46, No. 8, pp. 790-801, 2007.
5. Hadidi, A., Ansari, M.R., and Azimi, A. "Numerical Study of Magnetic Field Effects on Lid-Driven Rectangular Cavity Flow of Single-Phase Fluid and Nanofluid", *The 3rd Conf. on Applications of CFD in Chemical and Oil Industries*, Iran Univ. of Sci. and Tech., Iran, 2011.
6. Lim, K.O., Lee, K.S., and Song, T.H. "Primary and Secondary Instabilities in a Glass-Melting Surface", *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 36, No. 3, pp. 309-325, 1999.
7. Singh, S. and Sharif, M.A.R. "Mixed Convective Cooling of a Rectangular Cavity With Inlet and Exit Openings on Differentially Heated Side Walls", *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 44, No. 3, pp. 233-253, 2003.
8. Hadidi, A. and Ansari, M.R. "Applying Magnetic Field on Cooling Fluid Pipes for Heat Transfer Enhancement", *The 2nd Conf. on Nuclear Tech.*, Iranian Organization of Atomic Energy, Iran, 2010.
9. Hadidi, A. and Ansari, M.R. "Numerical Study of Bubbly Two-phase flow under magnetic field effect by Using a Level Set Method", *The 3rd Conf. on Thermal Power Plants*, Amirkabir Univ. of Tech., Tehran, Iran, 2011.
10. Nimvari, M., Hadidi, A., Jafarian, A., and Garjasi, N. "Analysis of Triple Combined Cycle with MHD Generator as a Topping Cycle", *The 3rd Conf. on Thermal Power Plants*, Amirkabir Univ. of Tech., Tehran, Iran, 2011.

با توجه به اینکه توزیع سرعت در میدان جریان، شکل خطوط جریان و نیز اندازه و محل گردابه‌ها در پایداری جریان و نرخ انتقال حرارت بسیار تعیین کننده می‌باشد و در تحقیقات گذشته اثرات میدان مغناطیسی بر میدان جریان داخل حفره با مرز متحرک به‌طور کامل مورد توجه قرار نگرفته بود، در این مقاله اثر میدان مغناطیسی در بازه تغییرات قدرت میدان مغناطیسی که در عمل استفاده می‌شود (۰ تا ۱۰ تسلا) و نیز جهت اعمال میدان مغناطیسی بر جریان ایجاد شده ناشی از مرز متحرک در یک حفره مربعی بررسی شد. مشخص شد، اعمال میدان مغناطیسی سبب تغییر در توزیع سرعت جریان و نیز اندازه و محل گردابه‌ها می‌شود. نتایج عمده‌ای که از این تحقیق به‌دست آمدند، عبارت است از:

- ۱- با اینکه میدان مغناطیسی اعمال شده از سطح زیرین به حفره یکنواخت می‌باشد، ولی با عبور از جریان داخل حفره به‌دلیل مقاومت مغناطیسی سیال، حالت غیر یکنواخت به‌خود می‌گیرد. به‌همین دلیل، به میدان جریان داخل حفره نیرویی وارد می‌شود که در سمت چپ حفره هم‌جهت و در سمت راست حفره، مخالف جریان سیال می‌باشد،
- ۲- اعمال میدان مغناطیسی با قدرت ۰ تا ۰/۰۱ تسلا به میدان جریان داخل حفره، سبب ناپدید شدن گردابه‌های موجود در جریان با عدد رینولدز ۱۰۰ می‌شود. با افزایش قدرت میدان مغناطیسی، ابتدا گردابه بزرگی در گوشه پایین سمت راست به‌وجود می‌آید. با افزایش بیشتر قدرت میدان مغناطیسی، گردابه‌های بزرگی به‌ترتیب در گوشه سمت چپ و راست بالایی تشکیل می‌شود،
- ۳- با تغییر قدرت میدان مغناطیسی اعمال شده از سطح زیرین حفره از مقدار ۰/۰۱ تا ۱۰ تسلا، هیچ گردابه‌ای در گوشه سمت چپ پایین حفره تشکیل نمی‌شود و
- ۴- میدان جریان داخل حفره علاوه بر قدرت میدان مغناطیسی و گرادیان آن، به جهت میدان مغناطیسی اعمال شده نیز بستگی دارد. در نتیجه جهت میدان مغناطیسی اعمال شده نیز می‌تواند تشکیل، اندازه و محل گردابه‌ها را کنترل کند.

- in MHD Flows, Aussois, France, pp. 491-500, 1994.
21. Rahman, M.M., Parvin, S., Saidur, R., and Rahim, N.A. "Magnetohydrodynamic Mixed Convection in a Horizontal Channel with an Open Cavity", *Int. Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, No. 2, pp. 184-193, 2011.
 22. Golub, G.H., Greenbaum, A., Stuart, AM., and Suli, E. "Mathematical Methods for the Magnetohydrodynamics of Liquid Metals", The 1st ed., Oxford Univ. Press, 2006.
 23. Patankar, S.V. "Numerical Heat Transfer Fluid Flow", McGraw-Hill, New York, 1980.
 24. Ben Salah, N., Soulaïmani, A., and Habashi, W.G. "A Finite Element Method for Magnetohydrodynamic", *Computer Methods in Applied Mech. and Eng.*, Vol. 190, No's. 43-44, pp. 5867-5892, 2001.
 25. Hirsch, Ch. "Numerical Computation of Internal and External Flows", Vol. 1, Fundamentals of Computational Fluid Dynamics, The 1st Ed., JohnWiley & Sons, Butterworth-Heinemann, 2007.
 26. Stacey, W.M. "An Introduction to the Physics and Technology of Magnetic Confinement Fusion", 1st ed., Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2010.
 27. Revnic, C., Grosan, T., Pop, I., and Ingham, D.B. "Magnetic Field Effect on the Unsteady Free Convection Flow in a Square Cavity Filled with a Porous Medium with a Constant Heat Generation", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 54, No's. 9-10, pp. 1734-1742, 2011.
 28. Venkatachalappa, M., Younghae, D., and Sankar, M. "Effect of Magnetic Field on the Heat and Mass Transfer in a Vertical Annulus", *Int. J. Eng. Sci.*, Vol. 49, No. 3, pp. 262-278, 2011.
 29. Sankar, M., Venkatachalappa, M., and Younghae, D. "Effect of Magnetic Field on the Buoyancy and Thermocapillary Driven Convection of an Electrically Conducting Fluid in an Annular Enclosure", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 32, No. 2, pp. 402-412, 2011.
 30. Sathiyamoorthy, M. and Chamkha, A. "Effect of Magnetic Field on Natural Convection Flow in a Liquid Gallium Filled Square Cavity for Linearly Heated Side Wall(s)", *Int. J. Thermal Sci.*, Vol. 49, No. 9, pp. 1856-1865, 2010.
 11. Hadidi, A., Ansari, M.R., Nimvari, M., "Numerical Study of Magnetic Field Effect on Stagnant Droplet Using the Level Set Method", The 1st Conference on Mechanical Engineering, Abhar University, Iran, 2011.
 12. Rahman, M.M., Alim, M.A., and Sarker, M.M.A. "Numerical Study on The Conjugate Effect of Joule Heating and Magnato-Hydrodynamics Mixed Convection in an Obstructed Lid-Driven Square Cavity", *Int. Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, No. 5, pp. 524-534, 2010.
 13. Abdalla, M. and Al-Amiri, A.M. "Analysis of Momentum and Energy Transfer in a Lid-Driven Cavity Filled with a Porous Medium", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 43, No. 19, pp. 3513-3257, 2000.
 14. Oreper, G.M. and Szekely, J. "The Effect of an Externally Imposed Magnetic Field on Buoyancy Driven Flow in a Rectangular Cavity", *J. Crystal Growth*, Vol. 64, No. 3, pp. 505-515, 1983.
 15. Rudraiah, N., Venkatachalappa, M., and Subbaraya, C.K. "Combined Surface Tension and Buoyancy-Driven Convection in a Rectangular Open Cavity in the Presence of Magnetic Field", *Int. J. Non-linear Mech.*, Vol. 30, No. 5, pp. 759-770, 1995.
 16. Zeng, M., Wang, Q.W., Huang, Z.P., Wang, G., and Ozoe, H. "Numerical Investigation of Natural Convection in an Enclosure Filled with Porous Medium under Magnetic Field", *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 52, No. 10, pp. 959-971, 2007.
 17. Mutschke, G., Shatrov, V., and Gerbeth, G. "Cylinder Wake Control by Magnetic Fields in Liquid Metal Flows", *Experimental Thermal and Fluid Sci.*, Vol. 16, No's. 1-2, pp. 92-99, 1998.
 18. Brown, G.L. "Vorticity in the Electromagnetic Control of Turbulence", APS-DFD Meeting, Atlanta, 1994.
 19. Rabiee, A.R., Ghadak F., and Haghiri, A. "Experimental Analysis of the Effect of a Vortex Generator on the Performance of a Subsonic Conical Diffuser", *Mech. & Aerospace Eng. J.* Vol. 4, No. 1, 2008.
 20. Meng, J.C.S. "Experimental Studies of a Seawater Superconducting Electromagnetic Thruster: A Continuing Quest for Higher Magnetohydrodynamic Propulsive Efficiency", *Proc. of the Second Int. Conf. on Energy Transfer*