

بررسی تأثیر تغییرات تخلخل بر پروفیل سرعت جریان کیسون

محمد رضا شاه نظری^۱، زهرا احمدی^۲ و سیروس آقاجانی^۳

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

(تاریخ دریافت: ۹۲/۰۶/۰۳؛ تاریخ پذیرش: ۹۲/۱۲/۲۰)

چکیده

در این مقاله، به بررسی تغییرات پروفیل سرعت سیال غیرنیوتنی کیسون در ازای حالت‌های مختلف توزیع میزان تخلخل پرداخته شده است. برای توزیع میزان تخلخل سه حالت ثابت، تغییرات شعاعی و تغییرات به صورت نمایی مدنظر بوده است. برای هر سه حالت مورد بررسی، مدل برینکمن به عنوان معادله مومنتوم به کار رفته است. از آنجایی که سیال کیسون مدل مناسبی برای خون است، این تحلیل می‌تواند در زمینه مطالعات پیرامون کلسترول و پلاک‌های چربی درون خون کاربرد داشته باشد. برای تمامی حالات مورد نظر، معادله کلی حرکت به صورت مزدوج با معادله کیسون، جهت پیدا کردن توزیع سرعت تحلیل شده و در نهایت نتایج حاصل از این سه حالت و نیز حالت نیوتنی به نمایش درآمده و با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

واژه‌های کلیدی: سیال کیسون، محیط متخلخل، معادله برینکمن، جریان خون، تغییرات تخلخل.

The Analysis of the Effect of Porosity Changes on the Casson Flow Velocity Profiles

M.R Shahnazari, Z. Ahmadi and C. Aghanajafi

Mechanical Engineering Department

K.N. Toosi University of Technology

(Received: 28 August/2013 ; Accepted: 19 March/2014)

ABSTRACT

In this paper, changes of Casson Non-Newtonian fluid velocity profile, for different distribution of porosity, have been investigated. For distribution of porosity, fixed, radial and exponential variations has been considered. For all three states, Brinkman model has been used as momentum equation. Since the Casson fluid is a good model for blood, this analysis can be used in studying about Cholesterol and fat in the blood. For all of the desired states, general movement equation and Casson equation have been analysed for finding the velocity distribution and finally the results of all three states and Newtonian state have been shown and compared.

Keywords: Casson Fluid, Porous Media, Brinkman Model, Blood Flow, Porosity Changes.

۱- دانشیار (نویسنده پاسخگو): shahnazari@kntu.ac.ir

۲- کارشناس ارشد: z.ahmadi_420@yahoo.com

۳- دانشیار: aghanajafi@kntu.ac.ir

۱- مقدمه

تداخل جریان متخلخل و بیومکانیک از قدمت زیادی برخوردار نیست. با پیشرفت علم پزشکی و آسیب‌شناسی‌های خون، مبحث جدیدی تحت عنوان وجود ذرات معلق درون خون و نقش آن در عوامل حیاتی بدن به مرحله ظهور رسید. به بیان دیگر فلسفه وجودی این مبحث، بررسی تأثیرگذاری ذرات معلق درون خون بر خواص جریان و ویژگی‌های حرارتی آن است. ذرات معلق می‌تواند شامل پلاک‌های چربی کلسترول درون خون، وجود لخته‌های خونی در جریان سیال و مثال‌هایی از این دسته باشد. اولین مدل انتقال جریان در محیط متخلخل در سال ۱۸۵۶ توسط داریسی ارائه شده است. این مدل برای بافت‌های ماهیچه‌ای تزریقی و جریان درون بافت‌های نرم متصل به هم کاربرد دارد. ولی این طرح ساده، شرایط مرزی، نیروی درگ و نیز ترم‌های جابجایی را در نظر نمی‌گیرد. بنابراین فورشهیمر^۱ به اصلاح معادله داریسی پرداخت و ترمی تحت عنوان ترم فورشهیمر به آن اضافه کرد که ناشی از اینرسی سیال است. اثر وجود دیواره صلب مورد توجه برینکمن قرار گرفت و معادله داریسی را در سال ۱۹۴۷، به معادله برینکمن مبدل ساخت. این مدل، اثرات مقاومت داریسی را مدنظر قرار می‌دهد و شرایط مرزی نیز در آن لحاظ شده است، ولی همچنان از نیروی درگ صرف‌نظر می‌گردد. مهم‌ترین کاربردی که برای معادله برینکمن عنوان می‌شود، برای رگ‌های مسدود شده توسط کلسترول و لخته‌های خونی و نیز ماهیچه‌های نزدیک رگ است و در نهایت مدل عمومی که هم ترم اینرسی سیال و هم اثر دیواره را در نظر گرفته است مطرح شد که به معادله برینکمن - فورشهیمر - داریسی معروف است که نسبت به مدل‌های دیگر پیچیده‌تر است و به طور معمول برای بافت‌های استخوانی و کاربردهای پزشکی با اثرات اینرسی نسبتاً بزرگ پیشنهاد می‌شود. این مدل علاوه بر در نظر گرفتن ترم‌های قبلی، اثرات درگ را نیز در خود جای داده است [۱]. با توضیحات بالا، دلیل انتخاب مدل برینکمن روشن می‌شود.

بررسی انتقال حرارت خون در محیط متخلخل منجر به ارائه معادلاتی نیز شده است. از پژوهش‌های اولیه، ژوان و روتزل^۲ اشاره

کرد [۳و۲]. آنها از معادلات انتقال جریان در محیط متخلخل برای مدل‌سازی سامانه بافت - شریان^۳ استفاده نمودند. سامانه بافت - شریان از ذرات صلب (سلول‌های بافت) و حفره میانی که سیال خون جاری در سیاهرگ‌ها و سرخرگ‌ها را در بر می‌گیرند، تشکیل شده است. آنها دو معادله انرژی جداگانه برای خون و بافت نوشته و به شرح تبادل حرارتی مابین این دو پرداختند. ناکایاما و کواهارا نیز معادله انرژی کلی را برای جریان خون محصور در بافت بیولوژیکی بر پایه تئوری محیط متخلخل ارائه دادند [۴]. آنها برای جریان درون رگ^۴ و میان‌بافتی^۵ معادلات سرعت و دما را مورد بررسی قرار دادند و نتایج ژوان و روتزل را با کار خود مقایسه کردند. وفایی و خالد، به بررسی نقش محیط متخلخل در مدل کردن جریان و انتقال حرارت بافت‌های بیولوژیکی پرداخته و به کمک معادله برینکمن و نیز معادله تنش کیسون به تحلیل هندسه موردنظر خود که یک استوانه افقی است، پرداخته‌اند [۵].

کوان، شنگ و می^۶ نیز از همین مدل مطرح شده توسط وفایی و خالد استفاده کردند و به بررسی توزیع فشار درون رگ با در نظر گرفتن تخلخل آن پرداختند و نتایج را در حالت غیردائم رسم نمودند [۶]. متا و دش نیز به بررسی تغییرات توزیع گذردهی درون رگ پرداختند. آنها با فرض گذردهی ثابت و شعاعی به کمک مدل برینکمن به حل عددی و تحلیلی جریان سیال پرداختند و نتایج حاصل از گذردهی شعاعی را با گذردهی ثابت مقایسه کردند [۷]. از معایب اصلی کار آنها شرط ساده‌شونده برای توزیع تخلخل در رگ بود که اختلاف زیادی با واقعیت توزیع داشت. کویانی نیز در این زمینه تحقیقاتی را انجام داده است. وی به بررسی جریان آرام در یک کانال متخلخل بین دو صفحه موازی پرداخته است و از معادله داریسی برای انتقال مومنوم استفاده کرده و مسئله خود را در حالت دما ثابت حل کرده است [۸]. اریم و کردچه^۷ نیز از هندسه مشابه هندسه کویانی استفاده کردند. آنها به بررسی جریان سیال غیرنیوتنی ویسکوالاستیک بین دو صفحه موازی پرداختند و پروفیل دما را برای مقادیر متفاوت گذردهی حل نموده و نتایج آن را ارائه کردند [۹]. میشر، پرندان و پاندا نیز معادله داریسی را برای یک سیلندر افقی به عنوان یک رگ خونی مورد استفاده قرار دادند و تنش

3-Blood-tissue

4-Intra vascular

5-Extra vascular

6-Quan, Sheng & Mei

7-Erim & Kurdcebe

1-Forchheimer

2-Xuan & Reotzel

$$\mu \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{-d\bar{u}}{dr} \right) \right] - \mu \frac{\bar{u}}{K(\bar{r})} = \frac{d\bar{p}}{dz} \quad 0 \leq \bar{r} \leq R, \quad (2)$$

که در آن، μ لزجت، \bar{u} سرعت محوری، p فشار، \bar{K} نفوذپذیری محیط متخلخل و R شعاع استوانه است. ترم $\mu \frac{\bar{u}}{K(\bar{r})}$ همان مقاومت دارسی است که به واسطه تخلخل وارد معادله مومنوم شده است. اکنون به کمک رابطه معروف نیوتن ($\bar{\tau} = -\frac{d\bar{u}}{dr}$) و شرط عدم لغزش در نقطه R ، می‌توان ترم تنش برشی را وارد معادله (۲) کرد که در نهایت به فرم زیر بازنویسی می‌شود:

$$\bar{\tau} = -\frac{1}{r} \int_0^{\bar{r}} \frac{s}{K(s)} \left(\int_0^R \tau dx \right) ds - \frac{1}{2} \frac{d\bar{p}}{dz} \bar{r}. \quad (3)$$

$$0 \leq \bar{r} \leq R$$

لازم به ذکر است توزیع تنش درون لوله مستقل از نوع سیال است. لذا معادله (۲) برای سیالات اعم از نیوتنی و غیرنیوتنی معتبر است. در واقع به کمک فرم نیوتنی، توزیع تنش به دست می‌آید و به دلیل اینکه برای سیال غیرنیوتنی نیز به همین صورت است، از پاسخ به دست آمده در معادله کیسون استفاده نموده و راه حل ادامه می‌یابد. بدیهی است که در معادلات بالا شرط تنش متناهی در مرکز برقرار می‌باشد.

معادله کیسون برای هماتوکریت کمتر از ۴۰ و نرخ کرنش کوچکتر از ۱۰ در سال ۱۹۵۹ توسط شخص کیسون به طور تقریبی به فرم زیر به دست آمد [۱۲]:

$$\sqrt{\bar{\tau}} = \sqrt{\tau_y} + \sqrt{-\mu_\infty \frac{d\bar{u}}{dr}} \quad \bar{\tau} \geq \tau_y, \quad (4-f)$$

$$\bar{\tau} = \tau_y \quad \bar{\tau} \leq \tau_y, \quad (4-b)$$

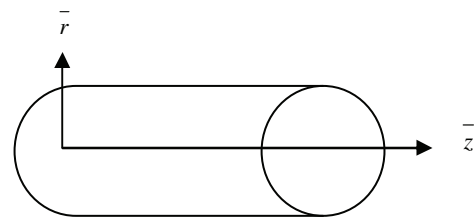
که در آن τ_y تنش تسلیمی است که توضیح داده شد. μ_∞ نیز لزجت مربوط به کیسون است. ملاحظه می‌شود هنگامی که تنش از تنش تسلیم کمتر باشد، نرخ کرنش صفر است و هنگامی که این مقدار از تنش تسلیم بیشتر شود، فرم رادیکالی به خود می‌گیرد. همان‌طور که ذکر شد، بعد از به دست آمدن توزیع تنش، از رابطه‌های (۴) پروفیل سرعت به دست می‌آید. در اینجا نیز برای سرعت شرط عدم لغزش برقرار است که در این صورت سرعت در دیواره برابر صفر است. با بی‌بعد کردن معادلات، معادله برینکمن را می‌توان به صورت معادله (۵) بیان نمود:

برشی نزدیک دیواره و انتقال حرارت را بر حسب پارامترهای تخلخل رسم نمودند. آنها از اعدادی که چاتو در مقاله خود برای خواص خون ذکر کرده بود، استفاده نمودند و سیال موردنظر را نیز مدل کیسون در نظر گرفتند [۱۰]. در این مقاله، هدف این است که برای حالت‌های مختلف گذردهی، معادله برینکمن در شرایط یکسان مورد بررسی قرار گیرد. در این راستا، ارتباط مابین گذردهی (K) و تخلخل (ε) نیز در نظر گرفته شده و با کاربرد جریان کیسون، توزیع تنش و پروفیل سرعت تعیین می‌شود.

۲- تئوری

هندسده مورد نظر برای به دست آوردن معادلات، یک استوانه افقی است که در شکل ۱ نمایش داده شده است. معادلات مومنوم، در فضای استوانه‌ای استخراج شده و مورد استفاده قرار می‌گیرند. فرضیات برای حل مسئله به صورت زیر می‌باشد:

- ۱- کلیه خواص فیزیکی ثابت می‌باشند.
- ۲- جریان موردنظر دائم، متقارن محوری^۱، توسعه یافته و آرام است.
- ۳- طول لوله موردنظر به اندازه کافی بلند است تا از اثرات لبه صرف‌نظر گردد. در ضمن شرط عدم لغزش دیواره نیز برقرار است.



شکل (۱): هندسه مسئله مورد بررسی.

معادله مومنوم برای سیال متخلخل درون یک لوله باریک از رابطه برینکمن^۲ تبعیت می‌کند [۱۱].

$$\nabla P = -\frac{\mu}{K} v + \mu \nabla^2 v. \quad (1)$$

با در نظر گرفتن فرضیات، رابطه برینکمن به فرم رابطه (۲) ساده می‌شود:

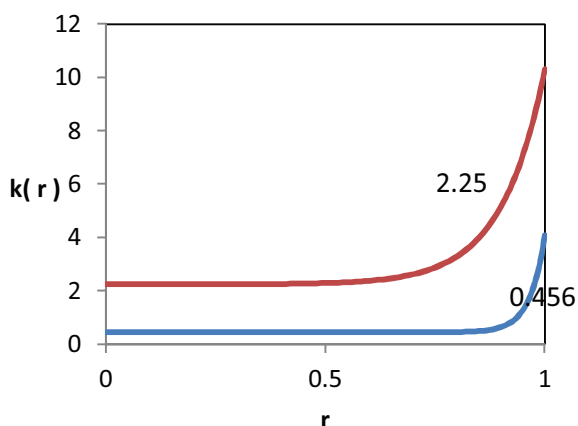
$$\beta = \frac{0.00965(1-\varepsilon_\infty)}{\left(\frac{b}{H}\right)\sqrt{K_\infty}}, \quad (10-b)$$

این دو رابطه اثر کانالی شدن بر جریان سیال را برای محیط متخلخل بیان می‌کند. در معادله مربوط به K فرض شده است که توزیع تخلخل به صورت نمایی است و نزدیک به دیواره این ذرات حضور نخواهند داشت. در واقع یک کانال کوچک مجاور دیواره عاری از هرگونه ذرات فرض شده است. ضخامت این کانال برابر b در نظر گرفته شده است.

برای رابطه بین گذردهی و تخلخل می‌توان از معادله کارمن - کوزنی استفاده می‌گردد [۱۵] که به صورت زیر است:

$$K = \frac{\varepsilon^3}{180(1-\varepsilon)^2} d^2, \quad (11)$$

در این رابطه d همان قطر ذره معلق درون سیال است. با توجه به روابط ذکر شده در مورد نحوه توزیع تخلخل، تغییرات K در عرض لوله را در شکل ۲ می‌توان ملاحظه کرد. این نمودار برای دو مقدار K_∞ رسم شده است. گذردهی در دیواره مقادیر بزرگتری دارد. با حرکت به سمت مرکز، این مقدار کاهش پیدا کرده و تقریباً ثابت می‌شود.



شکل (۲): نمودار تغییرات گذردهی در عرض لوله.

۳- روش حل

از آن جایی که انتگرال دوگانه ضمنی است از روش وزنی مانده‌ها استفاده می‌شود. ایده این حل بر پایه ارضاء معادلات دیفرانسیل توسط تبدیل آن به یک معادله انتگرال است. معادله دیفرانسیل بر یک تابع وزنی تقسیم شده و در نهایت بر روی دامنه محاسبات، میانگین گرفته می‌شود. چون این حل، یک نوع تقریب است لذا معادلات دیفرانسیل اصلی به طور دقیق ارضاء نمی‌شوند و مانده

$$\tau = r - \frac{1}{r} \int_0^r \frac{s}{K(s)} \left(\int_s^1 \tau dx \right) ds. \quad (5)$$

$$0 \leq r \leq 1$$

در این صورت معادله کیسون نیز به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\sqrt{\tau} = \sqrt{\theta} + \sqrt{\frac{du}{dr}} \quad \tau \geq \theta, \quad (6-f)$$

$$\tau = \theta \quad \tau \leq \theta, \quad (6-b)$$

که در آنها، متغیرهای بی‌بعد به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$r = \frac{\bar{r}}{R} \quad u = \frac{\bar{u}}{u_c}, \quad (7-f)$$

$$k = \frac{\bar{K}}{R^2} \quad \tau = \frac{\bar{\tau}}{\tau_c},$$

در اینجا سرعت بحرانی و تنش بحرانی به صورت زیر در نظر گرفته شدند:

$$u_c = -\frac{R^2}{2\mu_\infty} \frac{d\bar{p}}{dz}, \quad (7-b)$$

$$\tau_c = \frac{\mu_\infty}{R} u_c, \quad (7-c)$$

$$\theta = \frac{\tau_y}{\tau_c}. \quad (7-d)$$

۲-۱- انواع گذردهی

همان‌گونه که اشاره شد که سه نوع گذردهی مورد بررسی قرار می‌گیرد: گذردهی ثابت، گذردهی با تغییرات شعاعی و نیز گذردهی با تغییرات نمایی. در حالت اول K مقداری ثابت دارد، در حالت دوم تغییرات شعاعی گذردهی بر طبق رابطه زیر صورت می‌پذیرد:

$$K(r) = K_0 \frac{1-r}{r}. \quad (8)$$

در حالت سوم تغییرات گذردهی به صورت نمایی مورد توجه است. جهت برآورد میزان گذردهی، در اینجا، اثر کانالی شدن مورد توجه قرار گرفته است. با در نظر گرفتن این اثر k را می‌توان از رابطه تجربی زیر برآورد نمود [۱۳ و ۱۴]:

$$K(s) = K_\infty [1 + \alpha e^{-\beta(1-s)}], \quad (9)$$

که در این رابطه تجربی، ضرایب به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\alpha = \frac{0.17b}{\sqrt{K_\infty}}, \quad (10-f)$$

تکرار به معادلات بیشتری نیاز داریم و حجم محاسبات به شدت افزایش خواهد یافت. این عمل برای هر سه فرم گذردهی انجام می‌گیرد. فقط در معادله (۱۳) باید مقدار K مربوط را قرار داد.

نکته دیگر اینکه به دلیل وجود تنش تسلیم در این سیال، از مرکز لوله تا یک شعاعی معلوم سرعت ثابت بوده و تغییر نمی‌کند. به این ناحیه، محدوده جریان بسته‌ای یا منطقه عدم گرادیان سرعت گویند. این مقدار از روی تنش قابل محاسبه می‌باشد. بدیهی است که شعاع ناحیه عدم گرادیان سرعت با تغییر تنش تسلیم تغییر می‌کند. مکانی در طول لوله که مقدار تنش در آن نقطه با مقدار تنش تسلیم برابر می‌شود، شعاعی است که جریان بسته در آن جریان دارد. این عدد برای محاسبات بعدی مورد نیاز است و پس از به دست آمدن تنش برای مقادیر مختلف گذردهی، شعاع‌های مختلف جریان بسته‌ای آن نیز مورد محاسبه قرار می‌گیرد. پس از انجام این مرحله می‌توان پروفیل سرعت را در لوله به دست آورد.

توزیع سرعت با انتگرال‌گیری از معادله (۶-الف) به دست خواهد آمد. معادله سرعت بی‌بعد بر حسب تنش به صورت زیر است:

$$u_j = \theta(1-r_j) + \int_{r_j}^1 \tau dr - 2\sqrt{\theta} \int_{r_j}^1 \sqrt{\tau} dr, \quad (14)$$

این معادله در قسمت جریان بسته‌ای اعتبار ندارد و تنها منحصر به بخش بیرونی است. بنابراین معادله تا مقدار r_p اعتبار دارد که این مقدار نیز باید در حل پروفیل سرعت مورد توجه قرار گیرد. تنش تسلیم نیز باید وارد حل شود. در ناحیه جریان بسته‌ای سرعت سیال ثابت و برابر با سرعت در این ناحیه است، از پیوستگی پروفیل این مقدار به دست می‌آید که تا مرکز استوانه مقدارش تغییر نمی‌کند.

نرخ جریان نیز با به دست آمدن تنش مورد محاسبه قرار می‌گیرد. از روابط زیر می‌توان نرخ تنش را مورد محاسبه قرار داد:

$$Q = 8 \int_0^1 u r dr = -4 \int_{r_p}^1 \frac{du}{dr} r^2 dr = 4\left(\theta \frac{1-r_p^3}{3}\right) + \int_{r_p}^1 \tau r^2 dr - 2\sqrt{\theta} \int_{r_p}^1 \sqrt{\tau} r^2 dr. \quad (15)$$

۴- نتایج و بحث

هدف از این مقاله تحلیل جریان سیال کیسون درون لوله در یک محیط متخلخل به ازای گذردهی‌های مختلف است. توزیع تخلخل و در نتیجه گذردهی محیط به فرم‌های ثابت، شعاعی و نمایی در

بر جای خواهد ماند. با به حداقل رساندن این مانده‌ها جواب به دست می‌آید.

کمینه‌سازی مانده‌ها به پنج روش صورت می‌پذیرد:

- ۱- روش ترتیبی
- ۲- روش زیر دامنه
- ۳- روش گِزِکین^۱
- ۴- روش حداقل مربعات
- ۵- روش گشتاور

در این حل ما از روش اول استفاده خواهیم کرد. روش کلی کار به این صورت است که ابتدا معادله تنش به صورت یک چند جمله‌ای در نظر گرفته می‌شود، درجه چند جمله‌ای مشخص نیست، برای درجات مختلف باید حل شود تا در نهایت مناسب‌ترین جواب به دست آید.

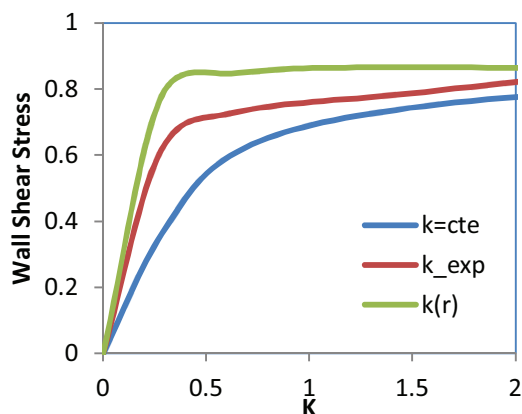
$$\tau = a_0 + a_1 r + a_2 r^2 + a_3 r^3 + \dots, \quad (12)$$

برای درجات ۲ و ۳ و ۴ حل انجام شده است. برای نمایش روش حل در اینجا برای درجه سوم معادلات نشان داده خواهد شد. بدیهی است که برای سایر درجات نیز همین روند ادامه دارد. در معادله (۵)، انتگرال اول سمت راست معادله به صورت تحلیلی محاسبه می‌شود، بنابراین تنها یک انتگرال باقی می‌ماند.

$$a_0 + a_1 r + a_2 r^2 + a_3 r^3 = r_j - \frac{1}{r_j} \int_0^{r_j} \frac{s}{K(s)} \left(\int_s^1 (a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3) dx \right) ds. \quad (13)$$

هدف به دست آوردن ضرایب ثابت چند جمله‌ای است. برای این حالت (مرتبه سوم) چهار ضریب ثابت وجود دارد. بنابراین برای حل نیازمند چهار معادله می‌باشیم، به ازای چهار شعاع مختلف معادله (۱۳) بازنویسی می‌شود. هر کدام از این معادلات دارای یک انتگرال عددی می‌باشند که با روش‌های انتگرال‌گیری عددی در محاسبات عددی حل می‌شوند. در نهایت ماتریس حاصل ضرایب تنش را محاسبه می‌کنند. تکرار این روش برای مقادیر مختلف چهارتایی شعاع، خطای محاسبات را کاهش می‌دهد. این روش در این حل، تا ۱۰۰۰ تکرار ادامه می‌یابد. در نهایت میانگین عددی ۱۰۰۰ عدد به دست آمده برای هر ضریب، مقدار نهایی آن خواهد بود. سپس از این حل، معادله تنش با تقریب مرتبه سوم به دست آمده است. برای مراتب دیگر نیز همین روش به کار گرفته شده است. بدیهی است که با افزایش درجه چند جمله‌ای، تعداد ضرایب مجهول افزایش یافته و در هر

نسبت به شعاع فرم خطی پیدا می‌کند و به سمت جریان پوازی^۱ میل پیدا می‌کند ($\tau=2$). سرعت میل به این جریان برای گذردهی ثابت، کمتر است و در نظر گرفتن گذردهی نمایی، رشد سریعتری را به سمت جریان پوازی در حالت حدی نشان می‌دهد. در یک شعاع ثابت با افزایش K_{∞} تنش برشی روند صعودی دارد که این امر واضح است. زیرا با افزایش گذردهی، طبق معادله برینکمن از مقاومت دارسی کاسته می‌شود، بنابراین تنش باید روند افزایشی به خود بگیرد. حالت حدی آن زمانی است که مقدار گذردهی به سمت بی‌نهایت میل کند. در این صورت مقاومت دارسی به سمت صفر میل می‌کند و تنش برشی با شعاع برابر می‌شود. در شکل ۴ روند تغییرات تنش برشی نزدیک دیواره نسبت به K_{∞} نشان داده شده است. رفتار تنش برشی نزدیک دیواره بر حسب نوع توزیع با افزایش گذردهی، متفاوت است. در هر سه حالت، تنش با سرعت رشد می‌کند ولی از حوالی گذردهی $0/5$ نرخ رشد آن کم شده و در نهایت به سمت مقدار شعاع متمایل می‌شود که صحت گفتار قبلی (میل به سمت جریان پوازی) در این نمودار نیز مشهود است. فرض توزیع شعاعی تخلخل، سریع‌ترین رشد را در بین سه حالت مدنظر، دارا می‌باشد. در مقادیر کوچک K ، می‌توان رفتار لایه مرزی را



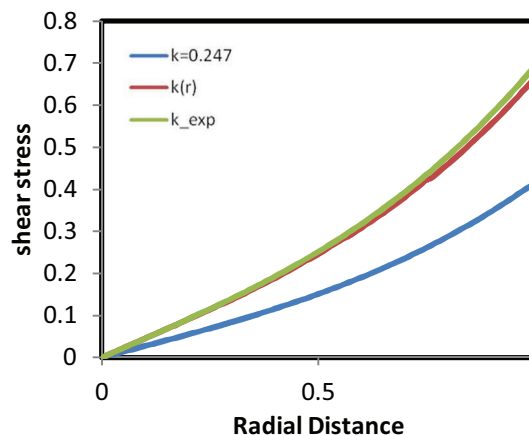
شکل (۴): تغییرات تنش برشی (بدون بعد) نزدیک به دیواره بر حسب K های مختلف.

شکل ۵ پروفیل سرعت را در حالتی که تنش تسلیم برابر صفر است، نشان می‌دهد. در صورتی که تنش تسلیم صفر باشد، رابطه (۴) همان رابطه معروف سیال نیوتنی خواهد شد. این شکل تنها برای گذردهی نمایی نشان داده شده است. در صورت صفر قرار دادن

نظر گرفته شده است. تأثیرات K و تنش تسلیم در توزیع تنش، تنش برشی نزدیک دیواره، پروفیل سرعت، اندازه شعاع منطقه بسته‌ای و نرخ جریان بررسی شده است. برای نمایش صحت محاسبات از نتایج جریان نیوتنی استفاده شده است. هنگامی که تنش تسلیم برابر با صفر باشد رابطه (۶) به رابطه سیال نیوتنی تبدیل خواهد شد. لذا برای تنش تسلیم صفر اگر پروفیل سرعت رسم شود باید پروفیل نیوتنی حاصل شود. مقادیر گذردهی توسط رابطه کوزنی - کارمن به مقادیر تخلخل وابسته شده‌اند. (جدول ۱)

جدول (۱): مقادیر مختلف k به ازای تخلخل‌های مختلف.

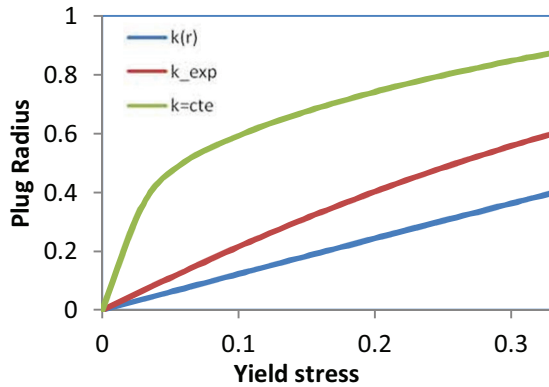
K_{∞}	ε
۰/۲۴۷	۰/۳
۰/۴۵۶	۰/۳۵
۰/۸	۰/۴
۱/۳۵۵	۰/۴۵
۲/۲۵	۰/۵



شکل (۳): نمودار تنش برشی درون لوله بر حسب شعاع (بدون بعد) برای انواع گذردهی.

همان‌طور که از شکل ۳ ملاحظه می‌شود، نحوه توزیع تنش در حد فاصل بدون بعد مرکز تا دیواره به ازای نحوه گذردهی متفاوت نمایش داده شده است. از آنجایی که تنش برشی درون لوله تابعی از شعاع و فشار است، لذا تنش تسلیم بر توزیع تنش تأثیر نمی‌گذارد. به بیان دیگر با تغییر تنش تسلیم، شکل ۳ دچار تغییر نخواهد شد. نکته دیگر آن که با افزایش K_{∞} تغییرات تنش

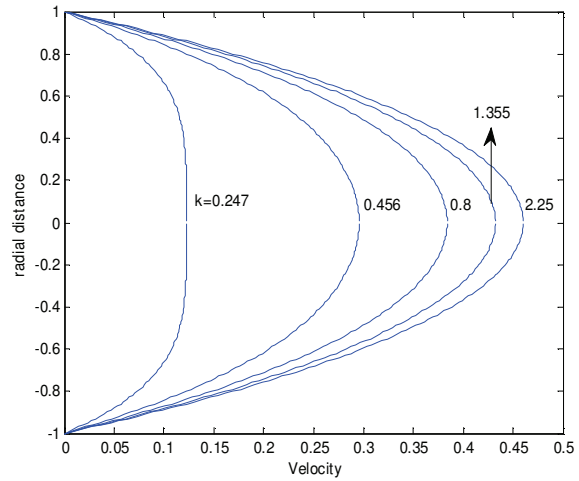
شده است. همان‌طور که شکل نشان می‌دهد و پیشتر نیز به آن اشاره شد، در ناحیه جریان بسته‌ای، به دلیل اینکه نرخ کرنش صفر است، سرعت مقدار ثابتی دارد و برابر با مقدار سرعت در شعاع این ناحیه است. این ناحیه با افزایش میزان گذردهی سیر نزولی به خود می‌گیرد و محدوده کوچکتری را در عرض لوله به خود اختصاص می‌دهد. ناحیه فاقد گرادیان سرعت در حالتی که گذردهی ثابت فرض شود، از وسعت بیشتری برخوردار است و پروفیل سرعت، صاف‌تر خواهد بود. در توزیع تخلخل شعاعی، بیشترین سرعت در لوله نسبت به سایر موارد، رخ خواهد داد.



شکل (۷): نمودار تغییرات شعاع (بدون بعد) منطقه بسته‌ای بر حسب تنش تسلیم برای K_{∞} های مختلف.

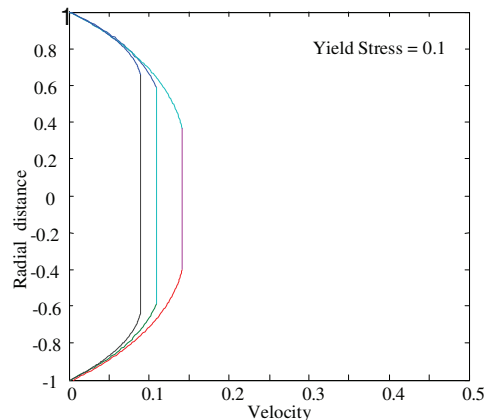
در شکل ۷ به ازای هر مقدار K_{∞} تنش تسلیم تغییر داده شده است تا اثرات آن بر محدوده ناحیه بسته‌ای مورد بررسی قرار گیرد. در تنش تسلیم ثابت، شعاع ناحیه فاقد گرادیان سرعت در گذردهی ثابت بیشترین مقدار را به خود اختصاص می‌دهد. بدیهی است که با افزایش تنش تسلیم در K_{∞} ثابت محدوده فاقد گرادیان سرعت نیز رشد می‌کند. نحوه رشد این محدوده به اندازه K_{∞} و نیز نوع تخلخل بستگی دارد. بزرگ‌تر بودن K_{∞} این رشد را به فرم خطی در خواهد آورد. ولی کوچک‌تر شدن آن رشد را به صورت منحنی نمایان خواهد کرد. در حالت حدی که K_{∞} بسیار بزرگ شود، ناحیه فاقد گرادیان سرعت در تمام عرض لوله رشد خواهد کرد، به نحوی که در کل لوله تنش برشی با تنش تسلیم برابر خواهد شد. همچنین تغییرات شعاع ناحیه جریان بسته‌ای بر حسب تنش تسلیم، در دو حالت گذردهی شعاعی و نمایی، به حالت خطی نزدیک است، در حالی که در گذردهی ثابت، این تغییرات منحنی گونه است.

شعاع جریان بسته‌ای، پروفیل نیوتنی حاصل می‌شود و صحت محاسبات تأیید می‌شود.



شکل (۵): توزیع سرعت (بدون بعد) برای مقادیر مختلف K در حالت بدون تنش تسلیم (نیوتنی).

با بزرگ‌تر شدن گذردهی انحنای پروفیل بیشتر می‌گردد و به پروفیل جریان پوازی میل پیدا می‌کند. در مقادیر کوچکتر K ، پروفیل صاف‌تر می‌گردد. دلیل این امر را در تغییر مقاومت داری می‌توان یافت.



شکل (۶): توزیع سرعت در عرض لوله برای مقادیر مختلف K_{∞} در حالت غیر نیوتنی.

شکل ۶ چگونگی توزیع سرعت در مقطع لوله را به ترتیب از چپ به راست برای گذردهی ثابت، نمایی و شعاعی نشان می‌دهد. این نمودار برای تنش تسلیم ۰/۱ و ثابت گذردهی ۰/۲۴۷ رسم

۵- نتیجه گیری

در این مقاله به بررسی خواص جریان سیال کیسون درون یک لوله با تغییرات گذردهی ثابت، شعاعی و نمایی پرداخته شده است. نتایج نشان می‌دهد که شعاع ناحیه جریان بسته‌ای نه تنها تابعی از تنش تسلیم است، بلکه نحوه گذردهی محیط متخلخل و بزرگی مقدار آن نیز تأثیرگذار است. با ثابت بودن تنش تسلیم، ناحیه فاقد گرادیان سرعت با کاهش میزان گذردهی گسترش پیدا می‌کند. این شعاع در حالت گذردهی ثابت، کمترین مقدار را نسبت به دو حالت دیگر اختیار می‌کند. با افزایش تنش تسلیم و کاهش میزان گذردهی نرخ جریان نزول می‌کند. با مقایسه نتایج حاصل از توزیع نمایی تخلخل با توزیع همگن و نیز توزیع شعاعی، ملاحظه می‌شود که فرض نمایی بودن تخلخل بر رفتار سیال را دگرگون نمی‌کند، ولی انحنای پروفیل سرعت نسبت به حالت توزیع یکنواخت ذرات تخلخل، زیادتر می‌شود که در نتیجه بر نرخ جریان و بزرگی ناحیه فاقد گرادیان سرعت نیز اثر می‌گذارد. گذردهی شعاعی نیز دارای همین وضعیت نسبت به حالت نمایی است. با توجه به واقعیات تجربی، فرم نمایی در بین این سه گذردهی، نتایج ملموس‌تری را نشان می‌دهد. نتایج به دست آمده، می‌تواند در آسیب‌شناسی جریان خون درون رگ حاوی پلاک‌های چربی و یا لخته‌های خونی مورد استفاده قرار گیرد.

۶- مراجع

- Kaviani, M. "Laminar Flow through a Porous Channel Bounded by Isothermal Parallel Plates", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 28, pp. 851-855, 1985.
- Kurdcebe, C. and Erim, M.Z. "Heat Transfer of a Viscoelastic Fluid in a Porous Channel", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 48, pp. 5072-5075, 2005.
- Mishra, B.K., Pradhan, P., and Panda, T.C. "Flow of Blood in a Porous Medium and its Effect on Heat Transfer Rate", Int. J. Molecular Medicine and Advance Sci. Vol. 4, pp. 8-13, 2010.
- Nield, D. and Bejan, A. "Convection in Porous Media, Springer-Verlag, New York, 1999.
- Fung, Y.C. "Biomechanics: Mechanical Properties of Living Tissues", 2nd ed. Springer Sci. 1993.
- Shahnazari, M.R. and Zia Bashar Hagh, M. "Theoretical and Experimental Investigation of the Channeling Effect in Fluid Flow through Porous Media", Int. J. Porous Media, Vol. 8, pp. 115-125, 2005.
- Alazmi, B. and Vafai, K. "Analysis of Variable Porosity, Thermal Dispersion, and Local Thermal Nonequilibrium on Free Surface Flows Through Porous Media", J. heat Transfer, Vol. 126, pp. 389-399, 2004.
- Vafai, K. "Handbook of Porous Media", 2nd ed. Taylor & Francis Group, LLC, 2005.

- Bejan, A., Dincer, I., and Lorente, S. "Porous and Complex Flow Structures in Modern Technologies", Springer-Verlag, New York LLC, 2004.
- Xuan, Y.M. and Roetzel, W. "Bioheat Equation of the Human Thermal System", Chem. Eng. Thech. Vol. 20, pp. 268-276, 1997.
- Xuan, Y.M. and Roetzel, W. "Transfer Response of the Human Limb into Anexternal Simulation", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 41, No.1, pp. 229-239, 1998.
- Nakayama, A. and Kuwahara, F. "A General Bioheat Transfer Model Based on the Theory of Porous Media", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 51, pp. 3190-3199, 2008.
- Khaled, R.A. and Vafai, K. "The Role of Porous Media in Modeling Flow and Heat Transfer in Biological Tissues", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 46, pp. 4989-5003, 2003.
- Fu-quan, S., You-Sheng, X., and Hau-Mei, L. "Blood Flow in Capillaries by Using Porous Media Model", J. Central South Uni. of Tech. pp. 46-49, 2007.
- Dash, R.K. and Metha, K.N. "Casson Fluid Flow in a Pipe Filled with a Homogenous Porous Medium", Int. J. Eng. Sci, Vol. 34, pp. 1145-1156, 1996.