

مقایسه و انتخاب مناسب مدل‌های انتقال جرم برای پیش‌بینی کاویتاسیون در جریان‌های داخلی

علی سررشته‌داری^۱ و وحید نجفی^۲

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه صنعتی شاهرود

(تاریخ دریافت: ۹۲/۰۸/۱۸؛ تاریخ پذیرش: ۹۲/۱۱/۲۰)

چکیده

با توجه به محدودیت نرم‌افزارهای موجود تجاری و کد باز در ارائه الگوهای متنوع و استفاده از مدل‌های نوین انتقال جرم در پیش‌بینی پدیده کاویتاسیون، سه نمونه از جدیدترین مدل‌های انتقال جرم، برای بررسی جریان داخلی یکسانی مورد بررسی قرار گرفته است. در جایی که تنها مدل کانز در کد منبع باز اینفوم وجود دارد، توسعه و اعمال کد مربوط به معادلات مدل‌های سینگال و زوارت در این نرم‌افزار اعمال شده، تأثیر همگی این مدل‌ها در پیش‌بینی پدیده کاویتاسیون و نتایج حاصل از آن در مقایسه با نتایج تجربی ارائه شده است. نتایج حاصل از نمونه شبیه‌سازی شده، دقت بالای مدل‌های انتقال جرم کانز، زوارت و سینگال را با خطای میانگین کمتر از ۵ درصد، و به ترتیب با خطای متوسط ۲/۹۳٪، ۳/۷۱٪ و ۴/۰۱٪ نشان می‌دهد. بنابراین در این توسعه کد عددی و مقایسه مدل‌های انتقال جرم، نتایج کلی مدل‌های کانز و زوارت دقت متوسط بالاتری را در شبیه‌سازی جریان کاویتاسیونی نشان می‌دهد؛ و با اینکه اولویت قابل توجهی بین مدل‌های کانز و زوارت وجود ندارد، لیکن با توجه به نتایج مربوط به کسر حجمی در محل تشکیل اولین توده‌های ابری کاویتاسیون، مدل توسعه داده شده زوارت در مقابل مدل موجود کانز مزیت نسبی دارد. همین‌طور استفاده از مدل سینگال با متوسط خطای بیشتر در کل مقاطع مورد بررسی، نتایج دقیق‌تری را در موقعیت شکل‌گیری اولیه کاویتاسیون، نسبت به مدل کانز نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: کاویتاسیون، اعمال مدل انتقال جرم، سینگال، زوارت، کانز، جریان داخلی.

Comparison of Mass Transfer Models and Proper Model Selection in Anticipation of Cavitation for Internal Flows

A. Sarreshtehdari and V. Najafi

Mechanical Engineering Department

Shahrood University of Tech.

(Received: 9 November, 2013; Accepted: 9 February, 2014)

ABSTRACT

Influences of three prevalent mass transfer models, on modeling of cavitation, are investigated numerically. Two models of Singal and Zwart are implemented in an open source code, Open FOAM, while the Kunz model is available for cavitation modeling. Each model is used to flow simulation through a venturi. Volume of gas fraction, in the specified sections of conduit, is compared to experimental data. High precision numerical results are obtained in compare with experimental data using Kunz, Singhal and Zwart models, which they demonstrate less than 5 percent in relative errors. Kunz, zwart and singhal models, results in 2.93%, 3.71%, 4.01% relative errors respectively, in average. Although, there is not a significant advantage between the averaged results of Kunz and Zwart models, Zwart model represents more precious results in initial position of cavitation appearance, where the Singhal model shows the accurate results too.

Keywords: Cavitation, Mass Transfer Model Implementation, Singhal, Zwart, Kunz, Internal Flow.

۱- استادیار (نویسنده پاسخگو): sarreshtehdari@shahroodut.ac.ir

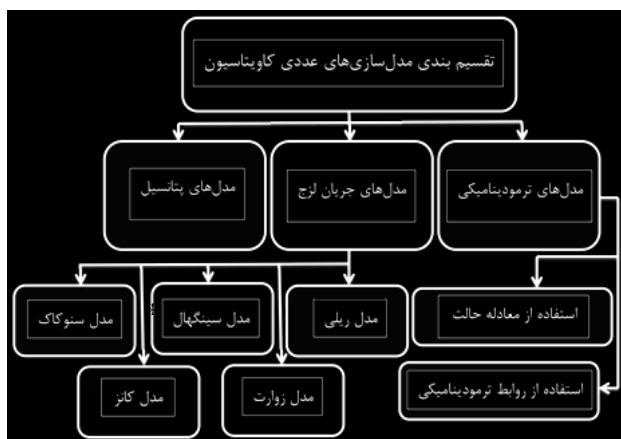
۲- کارشناس ارشد

۱- مقدمه

در این تحقیق ابتدا معادلات اساسی جریان لزج و مدل‌های متداول کانز، زوارت و سینگال در مطالعه کایتاسیون معرفی می‌شود؛ سپس بر اساس توانمندی‌های موجود در توسعه کد عددی منبع باز آپن‌فوم^۵ که به صورت پیش فرض از مدل قدیمی‌تر کانز برای شبیه‌سازی کایتاسیون بهره می‌برد- مدل‌های سینگال و زوارت اعمال می‌شود. در بخش بعد شبیه‌سازی عددی برای هندسه و نتوری به عنوان نمونه جریان داخلی انجام شده، نتایج به دست آمده حاصل از مدل‌های سه گانه کانز، سینگال و زوارت از نظر کیفی و کمی بررسی شده، به بررسی دقت نتایج در مقایسه با داده‌های تجربی پرداخته شده است. در نهایت با توجه به ویژگی‌های هر یک از مدل‌های مذکور شامل مزایا و محدودیت‌های آنها از جمله دقت نتایج در مقایسه با داده‌های تجربی، الگویی برای انتخاب مدل مناسب کایتاسیون با توجه به جریان داخلی نمونه، برای تحقیقات بعدی پیشنهاد می‌شود.

۲- معادلات و روابط حاکم

جریان‌های کایتاسیونی با استفاده از روش‌های مختلفی مدل‌سازی می‌شوند، [۱]. شکل ۱ نمای از روش‌های متداول مدل‌سازی عددی برای پدیده کایتاسیون را نشان می‌دهد. که مدل‌های کدنویسی و اجرا شده در این کار با رنگ مجزایی نشان داده شده است.



شکل (۱): مدل‌های عددی متداول در شبیه‌سازی کایتاسیون.

با توجه به نتایج موجود در مقالات و مرور پیشینه ملاحظه می‌شود که روش‌های مدل جریان لزج، به ویژه در نرم‌افزارهای دینامیک سیالات محاسباتی بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرد.

کایتاسیون را می‌توان به عنوان تسلیم^۱ سیال مایع تحت فشارهای کمتر از فشار اشباع مایع تعریف نمود. بر این اساس با کاهش فشار سیال به مقداری پایین‌تر از فشار بخار اشباع، یک تنش کششی حاصل از برهم خوردن تعادل نیروهای بین مولکولی بر جزء سیال اعمال شده، این تنش کششی باعث ناپیوستگی و تغییر فاز مایع می‌شود. این ناپیوستگی در سیال به صورت حباب‌های ریز و درشت بخار ظاهر می‌شود. ایجاد سر و صدا، خوردگی، نوسانات شدید ناشی از فروپاشی حباب‌ها، نیروهای نوسانی با فرکانس‌های شدید از جمله معایب به وجود آمدن کایتاسیون است که سبب کاهش طول عمر و راندمان ماشین‌آلات هیدرودینامیکی می‌گردد، [۱].

از جمله تحقیقاتی که در سال‌های اخیر به تأثیر مدل‌های انتقال جرم بر شبیه‌سازی کایتاسیون پرداخته‌اند، می‌توان به کارهای پالادور^۲ و همکارانش (۲۰۰۷) در آریفیس‌های حلقوی، مستطیلی، همچنین نازل‌های حلقوی و مستطیلی و ونتوری مستطیلی با استفاده از معادلات کسر جرمی بخار اشاره کرد، [۲]. مورگات^۳ و همکارانش (۲۰۱۱) به مقایسه مدل‌های انتقال جرم برای پیش‌بینی پدیده کایتاسیون صفحه‌ای پیرامون یک هیدروفویل با استفاده از شبیه‌سازی عددی پرداختند، [۳]. همچنین ژائو^۴ و همکارانش نیز در سال ۲۰۱۱ نتایج شبیه‌سازی عددی جریان کایتاسیون را تحت فشارهای بالا و حضور دمای متغیر با استفاده از مدل‌های انتقال جرم مختلف گزارش نمودند، [۴].

کارهای اخیر [۳،۴] اهمیت مدل‌های مذکور در پیش‌بینی کمیت‌های مطرح در کایتاسیون را به خوبی نشان می‌دهد. همچنین با توجه به این تحقیقات و موارد مشابه، تعیین مناسب‌ترین مدل انتقال جرم و ضرایب مناسب آنها در مسائل مختلف که منجر به بررسی مدل‌های انتقال جرم در پیش‌بینی کایتاسیون و مقایسه آنها با نتایج آزمایشگاهی می‌شود، بسیار قابل توجه است.

عدم وجود قطعیت در استفاده از مدل‌های انتقال جرم موجود و امکان پیاده‌سازی آنها در یک کد منبع باز و درک نحوه تأثیر نهایی هر یک از این مدل‌ها بر پیش‌بینی نتایج جریان شامل کایتاسیون ابری مبنای تحقیق حاضر است.

- 1- Yield
- 2 - Palau Salvador
- 3 - Morgut
- 4 - Guo

می‌شود که برای نمونه می‌توان به مراجع [۳] و [۸،۹] مراجعه نمود. در روابط به کار رفته در این تحقیق و کدهای توسعه داده شده برای آنها نیز، فازهای مایع و گاز غیرقابل تراکم در نظر گرفته شده‌اند و همان‌طور که نشان داده می‌شود دقت قابل قبول نتایج با در نظر گرفتن خطاهای مختلف از جمله خطای عدم در نظرگیری تراکم‌پذیری به دست آمده است.

در ادامه سه مدل متداول انتقال جرم که برای به دست آوردن نرخ تغییر فاز در پدیده کاویتاسیون مورد استفاده قرار گرفته‌اند معرفی و ارائه شده است. دو نمونه از مدل‌های بسیار رایج در این پدیده بر اساس توانمندی‌های نرم‌افزار اپن‌فوم در این برنامه کدنویسی و پیاده‌سازی شده و در کنار مدل موجود در آن (مدل کانز) برای بررسی مدل‌های انتقال جرم و ویژگی‌های آن در یک مسئله فیزیکی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۲-۱- معرفی مدل‌های انتقال جرم

برای پدیده کاویتاسیون، معادله انتقال بخار در حالت کلی به صورت رابطه زیر می‌باشد.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha \rho_v) + \nabla \cdot (\alpha \rho_v \vec{V}_v) = \dot{m}_e - \dot{m}_c \quad (۴)$$

که در آن v فاز بخار α کسر حجمی بخار ρ_v دانسیته بخار و بردار V_v سرعت فاز بخار و تغییرات زمانی m_e ، m_c به ترتیب مربوط به جملات انتقال جرم تبخیر v و چگالش A حباب‌های بخار می‌باشد.

تمامی مدل‌های انتقال جرم بر اساس فرضیات مختلف و با استفاده از رویکردهای متفاوت سعی در ارائه رابطه مناسبی برای ارزیابی عبارت‌های تغییرات جرم تبخیر و چگالش در رابطه بالا دارند. متداول‌ترین مدل‌های به کار رفته در مدل‌سازی کاویتاسیون در جریان لزج که مدل‌های سینگال، زوارت و کانز می‌باشند در ادامه معرفی شده روابط تشریح‌کننده عبارت تبخیر و چگالش هر یک از آنها در ادامه آمده است.

۲-۱-۱- مدل سینگال

روش سینگال توسط او و همکارانش در سال ۲۰۰۲ با نام مدل کاویتاسیون کامل ارائه گردید [۵].

در این مدل معادلات پیوستگی برای فاز مجزای مایع و بخار به صورت روابط (۵) و (۶) ارائه شده است.

به عنوان مثال در نرم‌افزار فلونت از روش مدل کاویتاسیون کامل^۱ که توسط سینگال^۲ [۵] ارائه شده است، مدل پیشنهادی زوارت^۳ [۶] و شنر^۴ [۷] استفاده می‌شود و یا در نرم‌افزار اینفوم از مدل کانز^۵ و شنر به عنوان پیش فرض استفاده شده است و در این تحقیق مدل‌های سینگال و زوارت برای بررسی تأثیر مدل انتقال جرم به ترم‌افزار مذکور افزوده شده است.

در مدل‌های انتقال جرم تغییر فاز در حین حل عددی جریان سیال به صورت جملات چشمه در معادلات پیوستگی و انتقال کسر حجمی مایع ظاهر می‌گردد. این جملات چشمه خود دارای عبارت شدت جریان جرمی می‌باشد که بایستی مقدار آن برای حل همزمان این معادلات مشخص باشد. در این روش‌ها الگوهای مختلفی برای به دست آوردن مقدار شدت جریان جرمی تبادل شده بین دو حالت مایع و بخار که نشان‌دهنده نرخ تغییرات فاز مایع و گاز در شکل‌گیری پدیده کاویتاسیون می‌باشد، استفاده می‌شود.

روابط حاکم در کاویتاسیون به ترتیب معادله پیوستگی، معادله ممنوم برای مخلوط مایع - بخار و معادله کسر حجمی برای فاز مایع می‌باشد، [۵].

$$\nabla \cdot U = \dot{m} \left(\frac{1}{\rho_l} - \frac{1}{\rho_v} \right) \quad (۱)$$

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U U) = -\nabla P - \nabla \cdot \tau \quad (۲)$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \nabla \cdot (\gamma U) = \frac{\dot{m}}{\rho_l} \quad (۳)$$

که در این روابط U سرعت متوسط جریان مخلوط، \dot{m} نرخ انتقال جرم در حین تغییر فاز، ρ_l دانسیته مایع، ρ_v دانسیته بخار و $\rho = \rho_l + \rho_v$ دانسیته کلی است، P فشار متوسط، τ تانسور تنش و γ کسر حجمی مایع می‌باشد، که به صورت نسبت حجمی مایع به مجموع حجم مایع و بخار تعریف می‌شود.

با وجود اینکه در بحث کاویتاسیون تراکم‌پذیری به ویژه برای جزء گاز از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است در برخی از موارد شبیه‌سازی کاویتاسیون ابری جزئی^۶ فرض تراکم‌ناپذیری متداول بوده به عنوان یکی از منابع افزایش خطای مدل‌سازی شناخته

1- FCM (Full Cavitation Model)

2- Singhal

3- Zwart

4- Schnerr

5- Kunz

6- Partial cloud cavitation

7- Evaporation

8- Condensation

$$\begin{aligned} e &= -C_e \frac{\sqrt{k}}{\sigma} \rho_l \rho_v \sqrt{\frac{2}{3} \frac{P_v - P}{\rho_l}} (1 - f_v) & P < P_v \\ c &= C_c \frac{\sqrt{k}}{\sigma} \rho_l \rho_v \sqrt{\frac{2}{3} \frac{P_v - P}{\rho_l}} f_v & P > P_v \end{aligned} \quad (13)$$

این مدل از دو ضریب تجربی برای ایجاد و از بین بردن حباب‌ها استفاده می‌کند. در این روابط k انرژی جنبشی جریان آشفته یا توربولانس، σ ضریب کششی سطحی مایع، P_v فشار بخار بحرانی مایع در دمای مورد نظر و C_e و C_c نیز ثوابت تجربی می‌باشند. در مدل ارائه شده اولیه همچنین در کد پیاده‌سازی شده در این تحقیق، مقادیر $C_e = 0.02$ و $C_c = 0.01$ در نظر گرفته شده‌اند.

۲-۱-۲- مدل زوارت

مدل زوارت توسط او و همکارانش در سال ۲۰۰۴ ارائه شده است. این مدل بر اساس رابطه ساده شده ریلی - پلست، برای دینامیک حباب به دست آمده است [۶]. او با فرض یکسانی اندازه حباب‌های کلویتاسیونی نرخ انتقال جرم را بر اساس تعداد دانسیته حباب‌ها n و نرخ تغییر جرم یک تک حباب به صورت رابطه زیر برآورد نمود.

$$\dot{m} = n \times (4\pi R_b^2 \rho_v \frac{DR_b}{Dt}) \quad (14)$$

در این مدل با استفاده از جایگزینی تعداد حباب‌های یکسان در رابطه تعداد حباب‌ها با کسر حجمی بخار (رابطه ۹) مدلی برای انتقال جرم به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\dot{m} = \frac{3\alpha \rho_v}{R_b} \sqrt{\frac{2(P_b - P)}{3\rho_l}} \quad (15)$$

در مقایسه این عبارت با رابطه ارائه شده در مدل قبل (۱۲) مشاهده می‌شود که تنها اختلاف موجود در این دو رابطه مربوط به دانسیته است.

در این مدل با عمومیت بخشیدن به رابطه شکل‌گیری حباب (یا عبارت تبخیر) با استفاده از یک ضریب تجربی، رابطه‌ای برای استخراج عبارت چگالش به دست می‌آید که با استفاده از آن می‌توان جملات تبخیر و چگالش را به صورت زیر استخراج نمود.

$$\begin{aligned} \dot{m}_e &= -F_e \frac{3\alpha_{mc} \rho_v}{R_b} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{P_v - P}{\rho_l}} & P < P_v \sqrt{2} \\ \dot{m}_c &= F_c \frac{3(1-\gamma) \rho_v}{R_b} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{P - P_v}{\rho_l}} & P > P_v \end{aligned} \quad (16)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [(1-\alpha)\rho_l] + \nabla \cdot [(1-\alpha)\rho_l \vec{V}] = -\dot{m} \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha\rho_v) + \nabla \cdot (\alpha\rho_v \vec{V}) = \dot{m} \quad (6)$$

و برای بیان رابطه پیوستگی مخلوط مایع و بخار از رابطه زیر استفاده می‌شود.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho) + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (7)$$

که در روابط بالا I معرف فاز مایع و ρ دانسیته مخلوط است. دانسیته مخلوط تابعی از دانسیته اجزای مخلوط و کسر حجمی فازها می‌باشد که به صورت $\rho = \alpha\rho_v + (1-\alpha)\rho_l$ تعریف می‌شود.

ترکیب روابط (۴ تا ۶) منجر به رابطه‌ای بین دانسیته مخلوط و کسر حجمی بخار می‌شود که در رابطه زیر آمده است.

$$\frac{D\rho}{Dt} = -(\rho_l - \rho_v) \frac{D\alpha}{Dt} \quad (8)$$

از طرفی با ایجاد ارتباط بین کسر حجمی بخار و دانسیته تعداد حبابها (n) و شعاع آنها داریم؛

$$\alpha = n \times \left(\frac{4}{3} \pi R_b^3 \right) \quad (9)$$

با ترکیب معادله ۷ و ۸؛

$$\frac{D\rho}{Dt} = -(\rho_l - \rho_v) (4n\pi)^{\frac{1}{3}} (3\alpha)^{\frac{2}{3}} \frac{DR_b}{Dt} \quad (10)$$

و استخراج رابطه تغییرات شعاع حباب بر اساس تغییرات فشار از معادله ریلی - پلست بر حسب فشار محیط p و فشار سطح حباب p_b به صورت رابطه (۱۱)؛

$$\frac{DR_b}{Dt} = \sqrt{\frac{2(P_b - P)}{3\rho_l}} \quad (11)$$

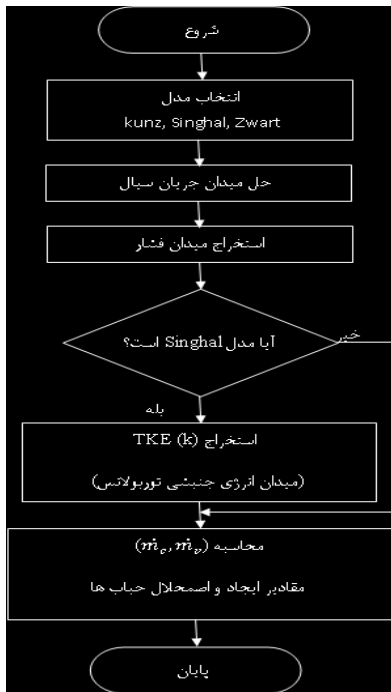
می‌توان معادله رشد حباب‌ها بر حسب شعاع را به صورت زیر به دست آورد.

$$\dot{m} = \frac{3\alpha}{R_b} \frac{\rho_v \rho_l}{\rho} \sqrt{\frac{2(P_b - P)}{3\rho_l}} \quad (12)$$

با استفاده از این رابطه، عبارات چشمه مربوط به مقادیر تبخیر و چگالش حباب‌ها با کمک مدل انتقال جرم پیشنهادی سینگال به صورت رابطه (۱۳) به دست می‌آید.

تنظیم شده است. در این الگوریتم پس از شروع هر شبیه‌سازی ابتدا مدل انتقال جرم انتخاب شده، سپس میدان جریان زمینه بر اساس یک حلگر موجود که مربوط به یک جریان آشفته است، شبیه‌سازی می‌شود؛ پس از استخراج توزیع فشار در هر گام از حل بسته به نوع مدل کاویتاسیونی مقادیر انتقال جرم تبخیر و چگالش برای هر سلول محاسبه شده، رخداد و یا عدم تشکیل کاویتاسیون و یا اضمحلال حباب‌ها بخار ارزیابی می‌شود. نکته قابل توجه در تعیین و انتخاب مدل که در الگوریتم نیز نشان داده شده است تفاوت عمده روش مدل کاویتاسیون کامل ارائه شده توسط سینگال در مقایسه با دو روش دیگر است. این تفاوت در نیاز مدل سینگال به محاسبه مقدار انرژی جنبشی توربولانس است که بایستی از حل جریان به دست آمده و در روابط این مدل (رابطه ۱۳) جایگزین شود.

به منظور مدل‌سازی پدیده کاویتاسیون با استفاده از مدل‌های معرفی شده انتقال جرم، هندسه و نتوری مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور کلیه مراحل مربوط به شبیه‌سازی جریان با استفاده از کد منبع باز آپن‌فوم، مورد استفاده قرار گرفته و با برنامه‌نویسی و اعمال مدل‌های انتقال جرم در کد مذکور با استفاده از زبان ++C حل عددی انجام و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است.



شکل (۲): الگوریتم حل بر اساس مدل انتقال جرم.

۳-۱- هندسه جریان و تنظیمات حل

مسئله مورد مطالعه جریان داخل یک مجرای ونتوری است که بر

که در این روابط P_v فشار بخار، α_{nuc} کسر حجمی در محل شکل‌گیری هسته حباب و یک مقدار ثابت بوده و R_b شعاع حباب حاصل از کاویتاسیون می‌باشد. F_e و F_c نیز دو ضریب تجربی بوده که به ترتیب برای فرایندهای تبخیر و چگالش مورد استفاده قرار می‌گیرند. این مقادیر در رابطه پیشنهادی اولیه به صورت مقادیر زیر ارائه شده‌اند و در کد تهیه شده برای اعمال این مدل نیز از همین مقادیر استفاده شده است.

$$F_c = 0.01, F_e = 50, R_b = 10^{-6} m, \alpha_{nuc} = 5 \times 10^{-4}$$

۳-۱-۲- مدل کانز

این مدل به وسیله کانز و همکارانش، با توجه به مدل معرفی شده مرکل^۱ در سال ۱۹۹۹ ارائه شده است، [۱۰]. این مدل بر اساس بقای دو مقدار جرمی برای مایع و گاز بنا شده و اولین مدلی است که قادر به در نظر گرفتن گازهای بی‌اثر (علاوه بر دو فاز مایع و بخار) نیز می‌باشد [۳]. معادلات حاکم بر تبخیر و چگالش در این مدل بر اساس روابط زیر می‌باشد.

$$\dot{m}_e = \frac{C_{prod} \rho_v \gamma^2 (1 - \gamma)}{t_\infty} \quad (17)$$

$$\dot{m}_c = \frac{C_{dest} \rho_v \gamma \min[0, P - P_v]}{(0.5 \rho_l U_\infty^2) t_\infty}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، این مدل بر اساس دو استراتژی برای ایجاد و از بین رفتن مایع به ترتیب با \dot{m}_e و \dot{m}_c نشان داده می‌شود. میزان انتقال از فاز مایع به فاز بخار به صورت نسبتی محاسبه شده است که به مقدار فشار پایین‌تر از فشار بخار وابسته است و انتقال از فاز گاز (بخار) به مایع نیز بر اساس یک معادله بر حسب کسر حجمی γ به صورت $\dot{m} = \dot{m}_e + \dot{m}_c$ در رابطه مربوط به مدل کانز P_v فشار بحرانی بخار، U_∞ سرعت جریان آزاد و مقیاس زمانی جریان سیال $t_\infty = L/U_\infty$ است که به صورت نسبت طول کاواک به سرعت جریان آزاد می‌باشد. مقادیر C_{prod} و C_{dest} ضرایب تجربی بوده و در رابطه اصلی و همچنین شبیه‌سازی‌های انجام شده $C_{dest} = C_{prod} = 100$ در نظر گرفته شده است.

۳- الگوی برنامه و شبیه‌سازی عددی

الگوریتم حل در فرآیند شبیه‌سازی کاویتاسیون برای جریان داخل یک مجرای ونتوری شکل بر اساس الگوریتم ارائه شده در شکل ۲

معادله زیر است.

$$\rho_f \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + G_k + G_b - \rho_f \epsilon - Y_M \quad (18)$$

$$\rho_f \frac{D\epsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} (G_k + G_{3k} G_b) - C_{2\epsilon} \rho_f \frac{\epsilon^2}{k}$$

پنج ثابت مربوط به مدل از کارهای تجربی به دست آمده است و برای مدل استاندارد به صورت مقادیر زیر گزارش شده است.
 $\sigma_\epsilon = 1.3$ $\sigma_k = 1.0$, $C_\mu = 0.09$, $C_{2\epsilon} = 1.92$, $C_{1\epsilon} = 1.44$,

بیان این نکته لازم است که با توجه به تعریف عدد کایتاسیون از رابطه $\sigma = (P_{inlet} - P_v) / (1/2 \rho U_\infty^2)$ و وابستگی فشار ورودی به مقدار فشار خروجی، می‌توان به منظور ایجاد شرایط منطبق با داده‌های تجربی در حل عددی، عدد کایتاسیون را با تنظیم فشار خروجی تنظیم کرد.

در این مسئله شرایط اولیه سرعت و فشار نیز فشار ثابت صفر در کل میدان جریان بوده است.

به منظور بررسی نتایج استقلال از شبکه، سه شبکه با تعداد گره‌های ۶۲۵۸، ۷۵۹۹ و ۱۰۲۸۱ در نظر گرفته شده است.

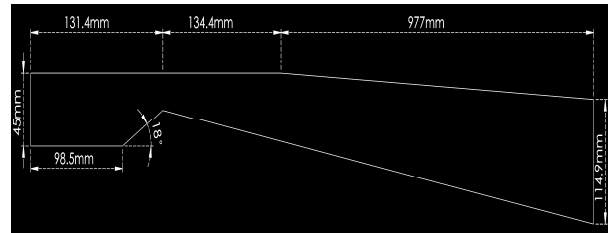
در جدول ۱ مقایسه‌ای بین نتایج به دست آمده از تغییرات سرعت در گلوگاهی و نتوری آمده است. از آنجا که نتایج دو شبکه ریزتر به یکدیگر و نتایج تجربی نزدیک هستند، بنابراین الگوی با تعداد ۷۵۹۹ گره به عنوان شبکه مطلوب برای ادامه محاسبات انتخاب شده است. توزیع سرعت حاصل از این شبکه‌ها در شکل ۵ آمده است.

جدول (۱): توزیع سرعت در مقاطع و نتوری برحسب

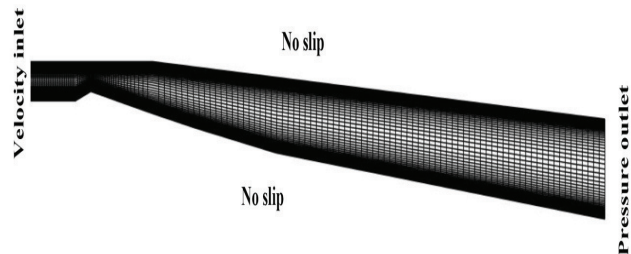
تعداد گره محاسباتی جهت بررسی استقلال از شبکه.

تعداد شبکه	6258	7599	10281
0.0035m	1.48 m/s	2.86 m/s	3.08 m/s
0.005m	5.2 m/s	5.49 m/s	5.54 m/s
0.0075m	8.89 m/s	9.78 m/s	9.84 m/s
0.008m	8.89 m/s	10 m/s	9.99 m/s
0.009m	9.29 m/s	9.98 m	10 m/s
0.01m	9.5 m/s	9.99 m/s	10.05 m/s
0.012m	9.79 m/s	10.08 m/s	10.12 m/s

اساس هندسه و آزمایش‌های شاتز و ریپود، دارای زاویه همگرایی ۱۸ درجه و زاویه واگرایی حدود ۸ درجه می‌باشد [۱۱]، مشخصات هندسی این مجرا در شکل ۳ نشان داده شده است. هندسه مورد بحث همراه با شبکه‌بندی و شرایط مرزی در شکل ۴ ارائه شده است. میزان تراکم شبکه به کار رفته در نزدیکی گلوگاهی و همچنین دیوار و نتوری بیشتر است. میزان تراکم در نزدیکی دیوار به میزانی است که شرط $y^+ < 5$ را ارضا می‌نماید.



شکل (۳): هندسه و نتوری به کار رفته در شبیه سازی عددی.



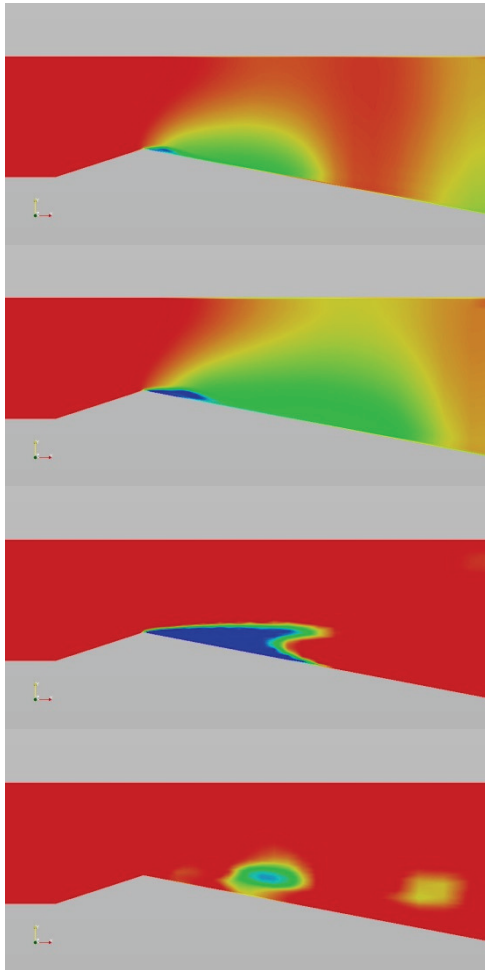
شکل (۴): نمایی از شبکه‌بندی و شرایط مرزی و نتوری.

در مرز ورودی مقدار سرعت مشخص شده و برابر $U_{inlet} = 7.2 \frac{m}{s}$ در نظر گرفته شده است. در این مرز گرادیان فشار برابر صفر لحاظ شده است. در دیواره‌های پایین و بالا شرط عدم لغزش اعمال شده است. در شرط مرزی خروجی مقدار فشار ۱۰۰ کیلوپاسکال قرار داده شده و گرادیان سرعت صفر در نظر گرفته می‌شود.

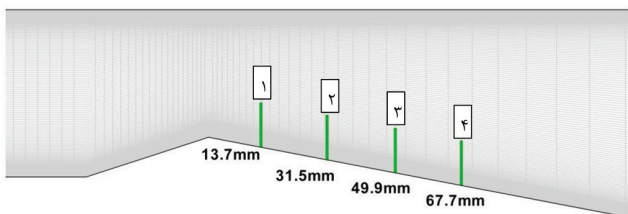
با توجه به شبیه‌سازی‌های موفق و گسترده‌ای که از مدل $k-\epsilon$ در کاربردهای کایتاسیونی انجام شده (ر.ک. [۱۱، ۳، ۱۳])؛ در تحقیق حاضر نیز مدل مذکور برای مدل سازی جریان آشفته به کار رفته است. در این مدل دو معادله انتقال، یکی برای انرژی جنبشی k و دیگری برای نرخ استهلاك انرژی جنبشی آشفته ϵ به صورت همزمان حل می‌شوند.

مدل استاندارد $k-\epsilon$ مدلی نیمه تجربی می‌باشد و شامل دو

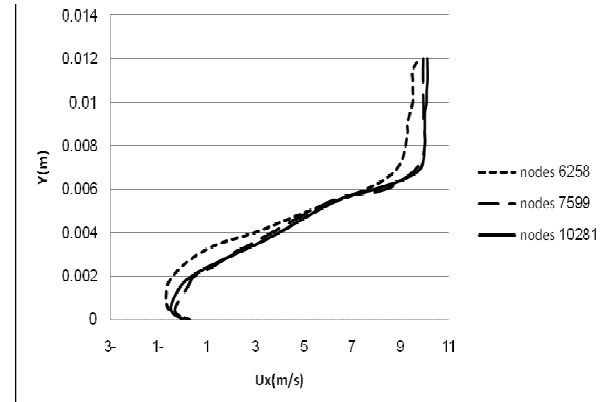
نتایج آزمایشگاهی محاسبه و مقایسه پارامتر میانگین زمانی کسر حجمی بخار ناشی از شکل‌گیری پدیده کاپیتاسیون در چهار مقطع عرضی مجرای ونتوری به طول‌های $x_1 = 13.7$ ، $x_2 = 31.5$ ، $x_3 = 49.9$ و $x_4 = 67.7$ میلی‌متر از ابتدای گلوگاه، انجام گرفته است، مکان این مقاطع در شکل ۷ نشان داده شده است.



شکل (۶): از بالا به پایین تغییر توزیع دانسیته در گلوگاه ونتوری حاصل از حل گذرای جریان و شکل‌گیری کاپیتاسیون و جدایش توده‌های بخار با گذشت زمان.



شکل (۷): مکان قرارگیری مقاطع عرضی ثبت اطلاعات.



شکل (۵): تأثیر تعداد شبکه محاسباتی بر جریان ونتوری

۴- نتایج به دست آمده از حل عددی

با استفاده از شبیه‌سازی انجام شده و حل عددی مساله، نتایج در قالب بررسی شکل‌گیری ابر کاپیتاسیون و نیز مقایسه کمی کسر حجمی در مجرای ونتوری، به همراه مقایسه مدل‌های به کاررفته در ادامه آمده است.

۴-۱- شکل‌گیری ابر کاپیتاسیون

به منظور بررسی اولیه نتایج حاصل از حل کانتورهای توزیع سرعت از حل گذرای جریان داخل مجرای ونتوری به دست آمده است و نمونه‌ای از طیف تغییرات تکرار شونده نتایج پس از همگرایی عددی در شکل ۶ ارائه شده است. همان‌طور که در این طیف تصاویر مشاهده می‌شود با برقراری جریان کاهش دانسیته در نقطه گلوگاهی یا محل همگرایی مجرای ونتوری آغاز می‌شود و با گذشت زمان به وسعت سطح این ناحیه کم دانسیته افزوده می‌شود همچنین با پیشروی حل تغییرات جزئی در نقاط دیگر دامنه حل که ناشی از خطای عددی است کاهش یافته و تغییرات دانسیته محدود به نواهی گلوگاهی می‌گردد، با گذشت بیشتر زمان و به علت ناپایداری‌های جریان در حل گذرا توده‌های کم دانسیته که معرف حباب‌های ناشی از کاپیتاسیون هستند دچار جدایش شده و در جریان حرکت می‌کنند و به تدریج مضمحل می‌شوند. پس از این مراحل دوباره فرایند شکل‌گیری رشد و جدایش توده‌های حباب بخار در جریان شکل گرفته و این فرایند تا پایان زمان حل تکرار می‌گردد.

۴-۲- توزیع کمی کسر حجمی در مجرای ونتوری

برای ارزیابی نتایج کمی و مقایسه داده‌های حاصل از حل عددی با

مساوی از پایین ترین نقطه تا ارتفاع ۱۲ میلی متری از کف مجرای ونتوری شکل، در مقاطع نشان داده شده می باشد.

مقادیر متوسط گیری شده اختلاف کسر حجمی برآورد شده از نتایج اعمال مدل های انتقال جرم جدید سینگال و زوارت همچنین مدل موجود کانز در تمامی مقاطع گزارش شده مجرا در جدول ۵ آمده است. که مشاهده می شود مدل انتقال جرم کانز در برآورد کسر حجمی بخار متوسط کمترین اختلاف را با نتایج تجربی مورد استفاده در این تحقیق داشته است. هر چند مدل زوارت نیز در کل نتیجه مطلوبی را نشان می دهد. در این میان مدل سینگال بیشترین خطای میانگین را نشان می دهد. هر چند که نتایج هر سه مدل در محدوده قابل پذیرش حل عددی و با اختلاف اندکی نسبت به یکدیگر به دست آمده اند.

جدول (۲): مقایسه خطای مدل سینگال در متوسط

زمانی کسر حجمی بخار در مقاطع ونتوری با نتایج تجربی.

شماره نقطه	% خطای نسبی در		% خطای نسبی در	
	مقطع ۱ (x=13.7mm)	مقطع ۲ (x=31.5mm)	مقطع ۳ (x=49.9mm)	مقطع ۴ (x=67.7mm)
1	1.9	3.8	3.9	3.3
2	4	1	2.2	3.1
3	11.4	1.3	0.7	3.1
4	14.2	1.4	0.8	2.7
5	12.1	2.8	0.2	2.5
6	11.2	2.5	0.5	2.1
7	6.4	5.2	1.3	2.7
8	0.3	9.5	2.9	2.7
9	0.3	10.4	4.8	3.4
10	0.3	8.5	5.1	3.7

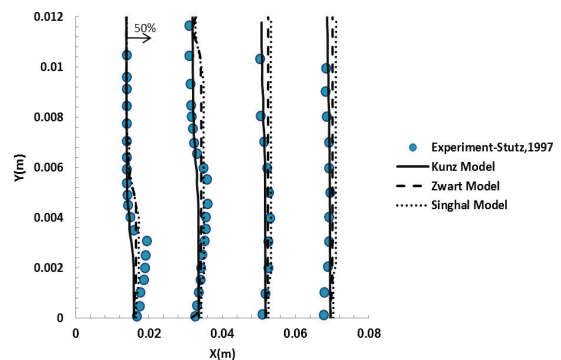
جدول (۳): مقایسه خطای مدل زوارت در متوسط زمانی

کسر حجمی بخار در مقاطع ونتوری با نتایج تجربی.

شماره نقطه	% خطای نسبی در		% خطای نسبی در	
	مقطع ۱ (x=13.7mm)	مقطع ۲ (x=31.5mm)	مقطع ۳ (x=49.9mm)	مقطع ۴ (x=67.7mm)
1	4.2	2.2	2	3.3
2	10.5	1	0.3	3.1
3	11.4	1.6	1.2	1.7
4	14.2	4.4	1.1	1.3
5	12.1	5.8	0.2	1.1
6	11.2	5.5	0.5	0.7
7	0.3	2.4	1.3	1.3
8	0.3	6.9	2.9	1.3
9	0.3	7.7	4.8	2
10	0.3	8.5	5.1	2.3

درصد کسر حجمی بخار در مقاطع مشخص شده ونتوری، در نمودار شکل ۸ ارائه شده است. به علاوه در این نمودار مقایسه ای میان نتایج به دست آمده از حل عددی حاضر با استفاده از هر سه مدل انتقال جرم مورد بررسی و آنچه توسط شاتز و ریبود در تحقیقات تجربی برای مجرای ونتوری با هندسه مشابه گزارش شده آمده است. در این شکل محور عمودی نشان دهنده فاصله از دیوار در هر یک از مقاطع مشخص شده در شکل ۷ بوده، محور افقی نیز بیان کننده درصد کسر حجمی بخار در این مقاطع نسبت به فاصله آنها از گلوگاهی می باشد؛ به عنوان مثال برای اولین مقطع با فاصله $0.0137m$ از گلوگاه ونتوری و کسر حجمی بخار α ، مقادیر به دست آمده برای محور افقی از رابطه $0.0137 + (\alpha/100)$ به دست آمده است. با توجه به نتایج حل عددی از مدل های انتقال جرم مورد بررسی مشاهده می شود که رفتار کلی هر سه مدل مورد بحث با در نظر گرفتن اندکی خطا، مشابه رفتاری است که داده های آزمایشگاهی از خود نشان می دهند.

به منظور بررسی دقیق تر نتایج کمی حاصل از کاربرد این سه مدل در ارزیابی جریان داخلی مجرای ونتوری، مقادیر عددی مربوط به اختلاف کسر حجمی حاصل از حل عددی با مقادیر تجربی در جداول ۲ تا ۴ آمده است.



شکل (۸): نتایج حل عددی با سه مدل و نتایج آزمایشگاهی.

نتایج ارائه شده در این جداول حاصل شبیه سازی پدیده کاویتاسیون توسط دو مدل اعمال شده سینگال و زوارت به کد نرم افزار این فوم به همراه مدل موجود در نرم افزار کانز و مقایسه آنها با نتایج تجربی می باشد.

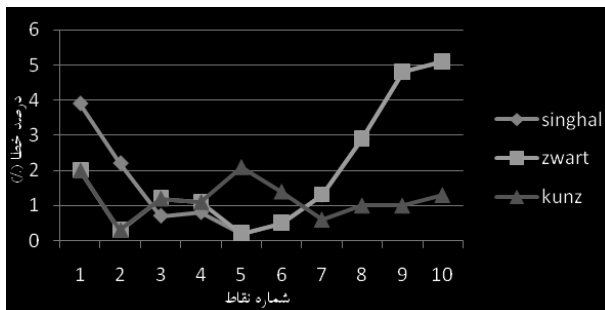
در این جداول اختلاف نسبی مقادیر میانگین زمانی گرفته شده کسر حجمی بخار حاصل از حل عددی با نتایج آزمایشگاهی موجود در هر یک از چهار مقطع نشان داده شده در شکل ۷، مقایسه شده است. نقاط ۱ تا ۱۰ موجود در جداول، معرف موقعیت هایی با فاصله

جدول (۵): مقایسه نتایج عددی مدل‌های کاپیتاسیون در ونتوری.

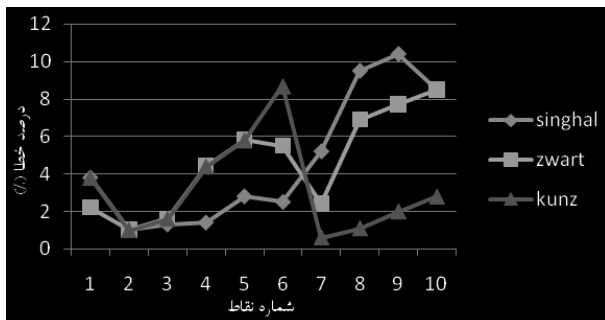
نام مدل	میانگین خطای نسبی کسر حجمی بخار
سینگال	٪4.01
زوارت	٪3.71
کانز	٪2.93



شکل (۹): درصد اختلاف نتایج عددی مدل‌های انتقال به کار رفته با نتایج تجربی در مقطع ۴ ($x=67.7\text{mm}$).



شکل (۱۰): درصد اختلاف نتایج عددی مدل‌های انتقال به کار رفته با نتایج تجربی در مقطع ۳ ($x=49.9\text{mm}$).



شکل (۱۱): درصد اختلاف نتایج عددی مدل‌های انتقال به کار رفته با نتایج تجربی در مقطع ۲ ($x=31.5\text{mm}$).

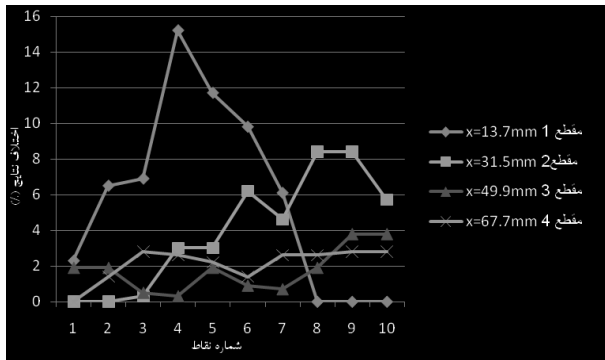
به منظور مقایسه دقیق‌تر نتایج حاصل از دو مدل اعمال شده به نرم‌افزار و مقایسه هر سه مدل انتقال جرم اجرا شده توسط حل عددی، نتایج مقایسه‌ای برای چهار مقطع گزارش شده نتایج تجربی در مجرای ونتوری به کار رفته در اشکال ۹ تا ۱۲ ملاحظه می‌شود. در این نمودارها محور افقی معرف شماره نقاط در مقاطع مورد بررسی در مجرای ونتوری و محور عمودی نشان‌دهنده مقدار درصد خطای مدل عددی به کار رفته در مقایسه با داده‌های تجربی می‌باشد. نتایج اخیر بر خلاف مقادیر متوسط‌گیری شده نتایج جالب و قابل توجهی را در استفاده از مدل‌های انتقال جرم نشان می‌دهد. که در ادامه مورد بحث قرار گرفته است.

جدول (۴): مقایسه مدل کانز در متوسط زمانی کسر حجمی

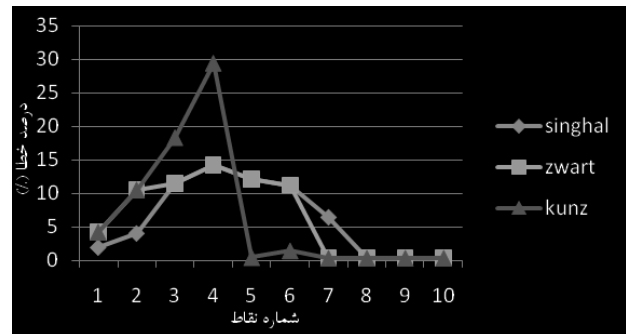
بخار در مقاطع ونتوری نسبت به نتایج تجربی.

شماره نقطه	% خطای نسبی در مقطع ۱ ($x=13.7\text{mm}$)	% خطای نسبی در مقطع ۲ ($x=31.5\text{mm}$)	% خطای نسبی در مقطع ۳ ($x=49.9\text{mm}$)	% خطای نسبی در مقطع ۴ ($x=67.7\text{mm}$)
	1	4.2	3.8	2
2	10.5	1	0.3	1.7
3	18.3	1.6	1.2	0.3
4	29.4	4.4	1.1	0.1
5	0.4	5.8	2.1	0.3
6	1.4	8.7	1.4	0.7
7	0.3	0.6	0.6	0.1
8	0.3	1.1	1	0.1
9	0.3	2	1	0.6
10	0.3	2.8	1.3	0.9

با پیش‌روی در مجرای ونتوری اختلاف نتایج کلیه مدل‌ها در مقایسه با نتایج تجربی کاهش می‌یابد؛ به نحوی که بیشینه خطای گزارش شده در شکل ۹ در مقایسه با مقدار مشابه در نمودارهای بعدی به مراتب کمتر است. همچنین مدل اعمال شده سینگال در مقایسه با مدل اعمالی دیگر (زوارت) و نیز مدل پیش‌فرض و موجود نرم‌افزار این‌فوم (مدل کانز) در مقاطع اول و دوم نتایج بهتر لیکن در ادامه مجرا نتایجی با دقت پایین‌تر نشان می‌دهد. که این امر را می‌توان با قابلیت این مدل در استفاده از ویژگی‌های انرژی جنبشی جریان آشفته در مدل انتقال جرم منسوب دانست. هر چند که پایداری این نتایج همچون موارد دیگری که توسط محققان یاد شده است در ادامه جریان به چشم نمی‌خورد. دقت نتایج مدل‌های کانز و زوارت در سه مقطع انتهایی اختلاف چندانی نشان نمی‌دهد هر چند که بهبود مدل نوین زوارت در مقایسه با مدل کانز در مقطع نخست مجرای ونتوری به طور کامل مشهود است.



شکل (۱۳): درصد اختلاف نتایج برآوردی کسر حجمی سیال توسط مدل کانز و سینگال برای نقاط در مقاطع مختلف.

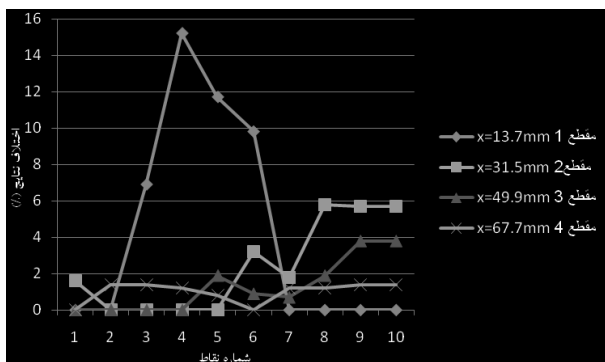


شکل (۱۲): درصد اختلاف نتایج عددی مدل‌های انتقال به کار رفته با نتایج تجربی در مقطع ۱ ($x=13.7\text{mm}$).

۳-۳- مقایسه مدل سینگال و زوارت در مقابل کانز

با توجه به آنچه اشاره شد، در این تحقیق مدل‌های نوین سینگال و زوارت به کد اپن فوم افزوده شده و نتایج حاصل از شکل‌گیری پدیده کاویتاسیون در مجرای ونتوری توسط این دو و مدل موجود در این نرم‌افزار یعنی مدل کانز بررسی گردید. در این بخش تغییرات و اختلاف حاصل از برآورد کمی کسر حجمی بخار در مقاطع مختلف توسط این دو مدل، با نتایج مدل کانز مقایسه و ارائه شده است.

شکل ۱۳ درصد اختلاف نتایج برآوردی کسر حجمی سیال توسط مدل کانز و سینگال برای نقاط ده گانه در مقاطع مختلف مجرای ونتوری و شکل ۱۴ درصد اختلاف نتایج برآوردی کسر حجمی سیال توسط مدل کانز و زوارت را برای همان نقاط نشان می‌دهد. محور افقی در این دو نمودار مربوط به شماره نقاط مورد ارزیابی در مقاطع مشخص شده، و محور عمودی معرف اختلاف درصدی نتایج حاصل از مدل‌های به کار رفته در مقایسه با نتایج تجربی می‌باشد. بهبود نتایج در هر دو مدل سینگال و زوارت در مقطع اول مجرا و تطابق قابل توجه آنها به ویژه در مقاطع بعد در این اشکال به خوبی نمایان می‌باشد. از طرفی نتایج نزدیک به دیواره مجرا در مقایسه با نتایج دورتر از دیوار در هر دو مدل انحراف بیشتری با مدل کانز نشان می‌دهد که با توجه به افزایش عدم قطعیت در پیش‌بینی مدل کاویتاسیون در نواحی با گرادیان سرعت بیشتر، به نظر طبیعی می‌رسد. که استفاده از مدل‌های جدید را در جریان‌های با عدم قطعیت بیشتر در نتایج حل عددی، از جمله عدم اطمینان به حل جریان زمینه آشفته قابل قبول‌تر نشان می‌دهد. هر چند که لازم است در استفاده از این مدل‌های جدیدتر، به ویژه مدل سینگال، توجه کافی به بحث پایداری حل و نیز قابل قبول بودن نتایج کلی حل در بازه خطای قابل پذیرش دقت لازم مبذول گردد.



شکل (۱۴): درصد اختلاف نتایج برآوردی کسر حجمی سیال توسط مدل کانز و زوارت برای نقاط در مقاطع مختلف.

۴-۴- بررسی کلی نتایج

با توجه به نتایج شبیه‌سازی عددی در جریان داخلی درون یک مجرای ونتوری شکا و استفاده از کد منبع باز اپن فوم و مدل انتقال جرم کانز، همچنین اعمال کدهای سینگال و زوارت به این کد و بررسی‌های انجام شده به نظر می‌رسد که هر چند به طور کلی در مدل کانز رفتار حل عددی مشابه داده‌های آزمایشگاهی است، ولی نتایج به دست آمده در نزدیکی دیوار، نسبت به داده‌های آزمایشگاهی و به ویژه در ابتدای تشکیل ابر کاویتاسیون دارای اختلاف است. در مدل کانز نتایج پیش‌بینی کاویتاسیون در فاصله دورتر از نقطه گلوگاهی دارای جواب‌های بهتری نسبت به فاصله نزدیک‌تر به گلوگاه می‌باشد و هر چه از گلوگاه ونتوری فاصله می‌گیریم ابرهای کاواک پیش‌بینی شده توسط مدل کانز به واقعیت نزدیکتر می‌شود. برای مدل زوارت نیز روند کلی تغییرات برای هر چهار مقطع مشخص شده مشابه نتایج آزمایشگاهی است؛ با این تفاوت که روند تغییرات در مقطع دوم که در فاصله ۰/۳۱۵ متری از گلوگاه قرار دارد، در فاصله دورتری از دیوار این رویه را نشان می‌دهد. با توجه به

اولیه تشکیل ابر کاویتاسیونی و استفاده از مدل‌های انتقال جرم کانز و زوارت در موقعیت‌های دورتر از محل تشکیل اولیه کاویتاسیون به عنوان نتیجه این تحقیق اشاره کرد.

۶- مراجع

1. Brennen, C.E. "Cavitation and Bubble Dynamics", Oxford Univ. Press, 1995.
2. Palau, S.G., González, A.P., and Arviza, V.J. "Numerical Modeling of Cavitating Flows for Simple Geometries", J. Spanish Research, 5, No. 4, pp. 460-469, 2007.
3. Morgut, M., Nobile, A., and E.Bilus, I. "Comparison of Mass Transfer Models for the Numerical Prediction of Sheet Cavitation Around a Hydrofoi" Multiphase Flow, 37, No. 6, pp. 620-626, 2011.
4. Wei-guo, Z. and Ling-xin, Z. "Numerical Simulation of Cavitation Flow Under High Pressure and Temperature", Hydrodynamics, 23, No. 3, pp. 289-294, 2011.
5. Singhal, A.K., Li, N.H., Athaval, M., and Jiang, Y. "Mathematical Basis and Validation of the Full Cavitation Model", FEDSM2001-18015, USA: Proceeding of FEDSM 01, ASME Fluids Eng. Division Summer Meeting, 2001.
6. Zwart, P.J., Gerber, A.G., and Belamri, T. "A Two-Phase Flow Model for Predicting Cavitation Dynamics", Fifth International Conference on Multiphase Flow, Yokohama, Japan, 2004.
7. Schnerr, G.H. and Sauer, J. "Physical and Numerical Modeling of Unsteady Cavitation Dynamics", Fourth Int. Conference on Multiphase Flow, New Orleans, USA, 2001.
8. Ji, A.B., Luo, X., Wua, Y., Peng, b.X., and Duan, Y. "Numerical Analysis of Unsteady Cavitating Turbulent Flow and Shedding Horse-Shoe Vortex Structure Around a Twisted Hydrofoil", Int. J. of Multiphase Flow, Vol. 51, pp. 33-43, 2013.
9. Yu, X., Wang, Y., Huang, C., and Du, T. "Study on the Influence of Phase Change Rate on Cloud Cavitation", Procedia Engineering, Vol. 61, pp. 204-206, 2013.
10. Kunz, R.F., Boger, D.A., Chyczewski, T.S., Stinebring D.R., and Gibling, H.J. "Multi-phase CFD Analysis of Natural and Ventilated Cavitation about Submerged Bodies", Proc. 3rd ASME/JSME Joint Fluid Eng. Conference, Paper FEDSM99-7364, 1999.
11. Stutz, B. Reboud, J.L. "Experiments on Unsteady Cavitation", Experiments in Fluids", 22, No. 3, pp. 191-198, 1997.
12. Bernard, S., Susan, R.R., Usan, R., Muntean, R., and Anton I. "Numerical Analysis of the Cavitating Flow", Proceeding of the Romanian Academy, Series A, 7, No. 1, 2006.
13. Brennen, E. "Fundamentals of Multiphase Flows", Cambridge Univ. Press, 2005.
14. Brown, D. and Cortez, R. "Accurate Projection Methods for the Incompressible Navier-Stokes Equations", J. of Computational Physics, 168, No. 2, pp. 464-499, 2001.
15. Nurick, W.H. "Orifice Cavitation and its Effect on Spray Mixing", J. Fluids Eng, 98, No. 4, pp. 681-687, 1976.

شکل‌های ابر کاواک مشاهده شده در نتایج کیفی به نظر می‌رسد که این اختلاف می‌تواند، به علت ایجاد ابر کاواک در فاصله بیشتری از دیوار و مجرای گلوگاهی توسط مدل مذکور باشد.

در مدل سینگال نیز نتایج به طور کلی مشابه داده‌های تجربی است، هرچند که این مدل در مقاطع دورتر از گلوگاه نسبت به دو مدل قبلی دارای دقت کمتری می‌باشد؛ به عبارت دیگر دو مدل زوارت و کانز برای هندسه ونتوری حاضر و از نظر مقادیر میانگین خطاها، دارای جواب‌های بهتری نسبت به مدل سینگال می‌باشند.

۵- نتایج

تازگی و عدم وجود قطعیت در استفاده از مدل‌های انتقال جرم موجود و درک نحوه تأثیر نهایی هر یک از مدل‌های انتقال جرم برای پیش‌بینی کاویتاسیون در جریان‌های داخلی لزج مبنای بررسی هم‌زمان سه مدل کانز، زوارت و سینگال در یک جریان با مجرای هندسی ونتوری در این تحقیق بوده است. مدل کانز به عنوان یک مدل موجود در نرم افزار این فوم موجود بوده است و در این تحقیق مدل‌های زوارت و سینگال به عنوان مدل‌هایی که بعد از مدل کانز ارائه شده‌اند در این نرم‌افزار پیاده‌سازی شده است. نتایج حل عددی توسعه داده شده بر اساس مدل‌های زوارت و سینگال به همراه مدل کانز با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است.

نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی‌های عددی برای مسائل مذکور نشان‌دهنده دقت قابل قبول این مدل‌ها، در همخوانی با نتایج تجربی است. با وجود اینکه نتایج در مسئله نمونه، اولویت خاصی بین مدل انتقال جرم کانز، زوارت و سینگال در مقادیر میانگین کسر حجمی سیال نشان نمی‌دهد، لیکن نتایج مذکور مدل کانز در مقطع شروع کاویتاسیون، در مقایسه با دو مدل دیگر، که مدل‌های کدنویسی شده در این تحقیق می‌باشند (کد سینگال و زوارت) خطای بیشتری دارد. از سوی دیگر با پیشروی در جهت جریان دقت مدل کانز و زوارت نسبت به سینگال بهبود قابل توجهی نشان داده، انحراف نتایج مدل سینگال از داده‌های تجربی رو به افزایش می‌گذارد.

در نمونه شبیه‌سازی شده با مدل‌های انتقال جرم کانز، سینگال و زوارت خطای نسبی متوسط کمتر از ۵ درصد حاصل شده است، که نشانگر مناسب بودن ضرایب ثابت این مدل‌ها برای مسائل جریان داخلی مشابه است. لیکن وجود خطاهای موضعی قابل توجه در برخی از مقاطع، استفاده از مدل مناسب انتقال جرم برای استخراج نتایج مطلوب در تحقیقات مشابه بعدی را امری ضروری می‌سازد. به عنوان نمونه می‌توان به استفاده از مناسب مدل سینگال در نواحی