

بررسی اثرات کاتالیتیکی دیواره روی گرمایش آیرودینامیکی دماغه‌های فناشونده ماوراءصوت به روش گام به گام مکانی

مرتضی مردانی^۱ و محمد مهدی دوستدار^۲

دانشگاه جامع امام حسین^(ع)

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۶/۱۷؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۸/۹)

چکیده

دقیق‌ترین روش جهت محاسبه گرمایش آیرودینامیکی، حل عددی جریان است. استفاده از روش حجم محدود جهت حل کامل معادلات ناویراستوکس در گذر زمان بسیار وقت‌گیر است. بنابراین با استفاده از الگوریتم اختلاف محدود و انتقال معادلات به فضای رویه‌ای از طریق توابع نگاشت و روش ترکیبی لایه شوک لزج و لایه مرزی خودمتمشابه، کد CTCA تدوین گردید. مشخص نمودن غلظت جرمی گونه‌ها در مرز دیواره، ناشی از فعل و انفعالات شیمیایی فناشوندگی سطح و تجزیه/ یونیزاسیون هوا از ورودی‌های اصلی حل میدان جریان دماغه‌های ماوراءصوت است. غلظت جرمی گونه‌ها در مرز دیواره ناشی از فعل و انفعالات شیمیایی، نیز به نوع کاتالیتیکی دیواره یا مدت زمان توقف جریان در نقطه خاصی از دیواره، وابسته است. در دیواره‌های کاملاً کاتالیتیک، میزان توقف جریان از زمان لازم جهت تعادل فعل و انفعالات شیمیایی بیش تر بوده و شرایط مرزی دیواره با فرض حالت تعادل شیمیایی مشخص می‌گردد. همچنین، در دیواره‌های غیر کاتالیتیک، میزان توقف جریان بسیار کم‌تر از زمان لازم جهت تعادل فعل و انفعالات شیمیایی است و شرایط مرزی دیواره با فرض حالت انجمادی مشخص می‌گردد. میزان کاتالیتیکی دیواره به متوسط نرخ ترکیب مجدد گونه‌ها وابسته است و این پارامتر یکی از ورودی‌های مسئله است. بنابراین در این تحقیق، اثرات کاتالیتیکی دیواره روی گرمایش آیرودینامیکی دماغه‌های فناشونده به روش گام‌به‌گام مکانی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج این تحقیق و تحقیقات مشابه نشان داد که فرض کاتالیتیکی دیواره در نقطه سکون و غیر کاتالیتیکی در بدنه دماغه‌ها فرض معقولی است.

واژه‌های کلیدی: لایه شوک لزج و لایه مرزی خودمتمشابه، کد CTCA، زمان توقف جریان، زمان فعل و انفعالات، تعادل شیمیایی، انجماد شیمیایی، نرخ ترکیب مجدد، توابع نگاشت

Investigation of Wall Catalytic Effects on the Aeroheating of Hypersonic Ablative Noses by Space Marching Method

M. Mardani, M.M. Dostdar

Imam Hussein University

(Received:7/September/2016; Accepted:30/October/2016)

ABSTRACT

The most accurate method for calculating the aeroheating is numerical solution method. Using finite volume method to solve the Navier-Stokes equations in time is very time consuming. So by using the finite difference algorithm, transfer equations to curvature coordinate by the mapping function, and combination of the viscous shock layer and similarity of boundary layer, the CTCA Code was developed. Determine the species mass concentration at the wall boundary due to chemical reactions of surface ablation and air dissociation/ionization, is one of the main inputs to solve the flow field around the hypersonic noses. Species mass concentration at the wall boundary due to chemical reactions is dependent on the catalytic wall type or time duration of flow stop at the specified point of wall. For fully catalytic walls, the time duration of flow stop is greater than the time required to equivalence chemical reactions and the wall boundary conditions are determined by using the chemical equilibrium assumption. Also in the non-catalytic walls, the time duration of flow stop is less than the time required to equivalence chemical reactions and they are determined by using the chemical frozen assumption. The severity of wall catalyst is dependent on the recombination average rate of species and this parameter is one of the inputs to solve the problem. Therefore in this study, the wall catalytic effects on the aeroheating of ablative noses were investigated by the space marching method. The result of current research and other similar researches showed that, the fully catalytic at stagnation points and the non-catalytic at body are reasonable assumptions.

Keywords: Viscous Shock Layer and Similarity Boundary Layer, CTCA Code, Time Duration of Flow Stop, Time Duration of Chemical Reactions, Chemical Equilibrium, Chemical Frozen, Recombination Rate, Mapping Function

۱- دانشجوی دکتری (نویسنده پاسخگو): mdostdar@ihu.ac.ir

۲- دانشیار: mdostdar@ihu.ac.ir

۱- مقدمه

در سال ۱۳۸۵ توسط رحمانپور و ابراهیمی [۶]، تقریب گرمایش آیرودینامیکی اطراف موشک‌های ماوراءصوت در سال ۱۳۹۲ توسط کریمیان و همکاران [۷] و ... اشاره کرد. با نگاهی به تحقیقات گذشته و نیازمندی‌های فعلی صنعت هوافضا در خصوص دستیابی به مقدار دقیق‌تری از گرمایش آیرودینامیکی و توزیع دمایی دماغه محموله‌های ماوراءصوت در طی مسیر پروازی با الزام حل سریع، کد CTCA^{۱۴} توسط محققین تدوین گردید [۸ و ۹] و نتایج آن با نتایج آزمایشات پروازی صحت‌گذاری گردید، لذا در این تحقیق، هدف بر آنست که اثرات کاتالیتیکی دیواره یا نرخ ترکیب مجدد واکنش‌های شیمیایی^{۱۵} ناشی از فناشوندگی سطح و تجزیه/ یونیزاسیون هوا روی گرمایش آیرودینامیکی و دمایی سطح دماغه محموله‌های بازگشتی ماوراءصوت مدل‌سازی گردد. الگوریتم مربوط به سنتیک شیمیایی فعل و انفعالات شیمیایی لایه شوک به مجموعه الگوریتم‌های کد CTCA اضافه خواهد شد و اثرات آن بر روی گرمایش آیرودینامیکی و دمایی سطح مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲- روش حل

بر اساس روند تدریجی توسعه و پیشرفت دانش آیرودینامیک و حل عددی معادلات جریان، بسته به فرض لزج یا غیرلزج بودن جریان، روش‌های محاسباتی مختلفی مانند روابط دقیق امواج مایل و انبساطی، شیب موضعی، اغتشاشات کوچک و روش‌های عددی جهت تخمین گرمایش آیرودینامیکی ارائه شده است. دقت حل روش‌های عددی نسبت به سایر روش‌ها بسیار بالاتر است. جهت حل عددی میدان جریان اطراف دماغه‌های بالا صوت می‌توان از یکی از روش‌های گام‌به‌گام مکانی یا گام‌به‌گام زمانی^{۱۶} استفاده کرد [۱].

به دلیل تنوع عدد ماخ در لایه شوک، ترکیبی از معادلات بیضوی، سهموی و هذلولی در این لایه وجود دارد. با فرض غیردائم‌بودن معادلات، شکل معادلات ناویراستوکس لایه شوک هذلولی شده و با یکی از الگوریتم‌های حجم محدود یا اختلاف محدود حل می‌گردند. استفاده از این روش بسیار زمان‌بر و حجم حافظه بالایی را می‌طلبد. بنابراین، به دلیل معایب روش حل گام‌به‌گام زمانی، حل دائم گام‌به‌گام مکانی در سال ۱۹۷۰

در محموله‌های ماوراءصوت واردشونده به جو^۱، بخش زیادی از انرژی جنبشی به انرژی داخلی گاز در گذر از موج ضربه‌ای کمائی^۲ قوی، تبدیل می‌شود و افزایش شدید دما را در لایه شوک به دنبال دارد. در دماهای بالا، مخلوط لایه شوک، تجزیه و سپس یونیزه می‌گردد. از طرف دیگر، جهت به حداقل رساندن اثرات مخرب دمایی، جنس لایه اول دماغه محموله‌های مذکور را از مواد فناشونده^۳ انتخاب می‌کنند. در دماهای بالا احتراق در سطح فناشونده به همراه تجزیه و یونیزاسیون^۴ هوا، باعث ایجاد مخلوط چندگونه‌ای^۵ در لایه شوک می‌گردد. یکی از نیازمندی‌های اصلی گروه‌های مختلف طراحی محموله‌های مذکور، دستیابی به مقدار دقیقی از گرمایش آیرودینامیکی در طی مسیر پرواز است. مقدار گرمایش آیرودینامیکی وابستگی شدیدی به میزان غلظت جرمی گونه‌ها^۶ در لایه شوک دارد و آن هم تابعی از رفتار فعل و انفعالات شیمیایی^۷ واکنش‌های فناشوندگی و تجزیه/ یونیزاسیون یا چگونگی تعریف شرط مرزی فعل و انفعالات شیمیایی بر روی دیواره است [۱].

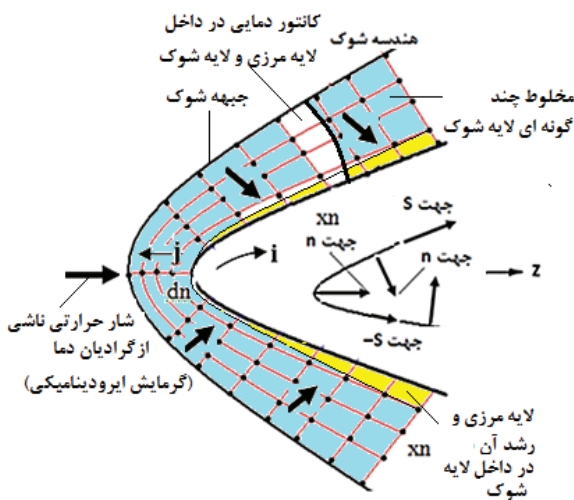
در ارتباط با موضوع فعلی تحقیقات زیادی در داخل و خارج از کشور صورت گرفته است که می‌توان به تئوری انتقال حرارت نقطه سکون هوای تجزیه‌شده در سال ۱۹۵۲ توسط فی-ریدل^۸ [۲]، حل سه‌بعدی جریان غیرتعادلی لایه شوک روی شاتل‌های مکانی فناپذیر توسط کیم و همکاران^۹ در سال ۱۹۸۴ [۳]، ارتقاء کد کامپیوتری حل عددی لایه شوک دماغه‌های فناپذیر ماینر و لویس^{۱۰} در سال ۱۹۹۲ توسط براکینا و اسکات^{۱۱} [۳]، مدل‌سازی عددی دماغه‌های سه‌بعدی فناشونده با فرض فعل و انفعالات شیمیایی متعادل با استفاده از کد UDF^{۱۲} (الگوریتم حجم محدود) توسط گروه تحقیقاتی دیکسیجن^{۱۳} در سال ۲۰۱۲ [۵]، حل میدان جریان با احتساب واکنش‌های شیمیایی

- 1-Hypersonic Reentry Vehicles
- 2-Bow Shock
- 3-Ablative Materials
- 4-Dissociation and Ionization
- 5-Multi-Component Mixture
- 6-Mass Concentration of Species
- 7-Chemical Reactions
- 8-Fay and Riddell
- 9-Kim and corporates
- 10- Miner and Lewis
- 11- Brykina and Scott
- 12- User Defined Fluent
- 13- Dxygen

14- Computing Temperature & Aero Heating Contours

15- Re-Composition Rate of Chemical Reactions

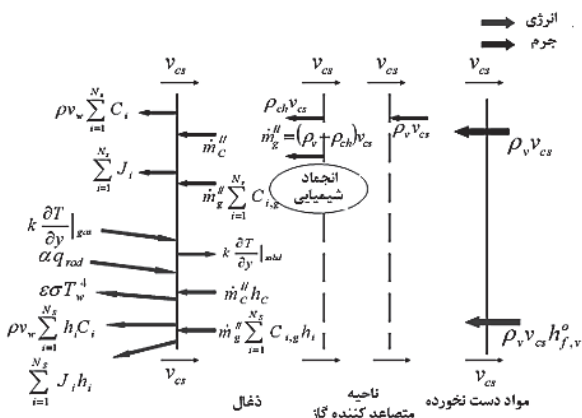
16- Time or Space Marching Methods



شکل (۱): نمایی از شبکه مخلوط چندگونه‌ای میدان جریان لایه شوک.

۳- سنتیک واکنش‌های شیمیایی

در دماغه‌های پایین‌تر از ۸۰۰ درجه کلوین، ملکول‌های هوا در لایه شوک فقط دارای سطوح انرژی انتقالی و چرخشی هستند، با افزایش دما، ابتدا انرژی نوسانی ملکول‌های لایه شوک تحریک شده، به تدریج ملکول‌های اکسیژن، نیتروژن تجزیه و سپس با همدیگر ترکیب می‌شوند و تشکیل NO می‌دهند. با افزایش دما، NO تجزیه و سپس یونیزه می‌گردد [۱۰]. از طرف دیگر، در صورتی که جنس سطح دماغه فناشونده باشد، مطابق شکل ۲، سه ناحیه "ذغال"^۸، "متصاعدکننده گاز"^۹ و "مواد دست نخورده"^{۱۰} در سطح مذکور ایجاد می‌گردد [۵].



شکل (۲): تفکیک نواحی مختلف بخش فناشونده [۵].

توسط آبت^۱، مطرح گردید و از رابطه تقریبی بیلینگ^۲ جهت حدس موقعیت شوک استفاده گردید و همچنین جهت حل معادلات از الگوریتم اختلاف محدود تیلور- مک کورمک^۳ استفاده شد [۱].

به دلیل مزایای روش گام‌به‌گام مکانی (تحقق همزمان دقت مطلوب و بالابودن سرعت حل) در کد CTCA از روش مذکور استفاده گردید. در بین روش‌های مختلف گام‌به‌گام مکانی، تنها روشی که الزام عدم انتقال اطلاعات از پایین دست به بالادست جریان را نقض نمی‌کند (حتی در حالت در نظر گرفتن اثرات انتقال حرارت تشعشی، فعل و انفعالات شیمیایی و فناشوندگی سطح)، ترکیبی از روش‌های لایه شوک لزج^۴ در یال دماغه و روش حل خود متشابه^۵ در نقاط سکون است. بنابراین در کد CTCA از روش ترکیبی گام‌به‌گام مکانی لایه شوک لزج و حل خود متشابه استفاده گردید. جهت لحاظ نمودن اثرات گردابه‌های جریان روی فیزیک میدان جریان باید از مدل‌های اغتشاشی تجربی استفاده گردد. با توجه به این که، معادلات لایه شوک لزج و حل خود متشابه در راستای مختصات رویه‌ای^۶ نوشته می‌شوند، بنابراین با مدل اغتشاشی بالدوین- لومکس^۷، سازگاری خوبی دارند (شکل ۱) و از طرف دیگر، با توجه به این که گرمایش آیرودینامیکی و اثرات آن در سرعت‌های بالا قابل توجه هستند، لذا می‌توان از مدل‌های اغتشاشی مبتنی بر فرضیه اغتشاشات کوچک، استفاده کرد. لذا در این تحقیق از مدل اغتشاشی بالدوین- لومکس جهت در نظر گرفتن اثرات جدایش جریان روی گرمایش آیرودینامیکی و دمای سطح استفاده می‌گردد. در این تحقیق، اثرات کاتالیتیکی دیواره با نرخ ترکیب مجدد واکنش‌های شیمیایی ناشی از فناشوندگی سطح و تجزیه/ یونیزاسیون تعریف شده و الگوریتم مربوط به سنتیک شیمیایی فعل و انفعالات شیمیایی لایه شوک در لایه مرزی دیواره به مجموعه الگوریتم‌های کد CTCA اضافه خواهد شد و اثرات آن بر روی گرمایش آیرودینامیکی و دمای سطح مورد بررسی قرار می‌گیرد.

- 1- Abet Method
- 2- Billing
- 3- Taylor Mack Cormack Finite-Difference Algorithm
- 4- Viscous Shock Layer
- 5- Similar Solution
- 6- Curvature Coordinate
- 7- Baldwin-Lomax Turbulence Model

- 8- Char Zone
- 9- Pyrolysis Zone
- 10- Virgin Material

براساس واکنش‌های شیمیایی جدول ۱، در دو حالت ذغالی یا غیرذغالی سطح، گونه‌های زیر به داخل لایه شوک، تزریق می‌گردند.

$CO, CN, C_3, C_2, C, C_2H, H_2, H$ Char, ablators
 CO, CN, C_3, C_2, C non-Char, ablators

در جدول ۱، همتهای برخوردکننده جسم سوم^۲ می‌توانند هرکدام از گونه‌های جدول ۲ باشند. جهت مشخص شدن، احتمال جسم سوم شدن هرکدام از گونه‌ها، باید درصد راندمان آن‌ها نسبت به آرگون محاسبه گردد. راندمان آن‌ها نسبت به آرگون در مراجع [۵۱ و ۱۱] آمده است.

جدول (۲): مشخصات فیزیکی و شیمیایی گونه‌های لایه شوک [۱۱].

شماره گونه	علامت شیمیایی	M_i	A_i	B_i	C_i	Δh_i^F
۱	O	۱۶	۰/۰۲	۰/۴۴	-۱۱/۶	0.16E9
۲	O ₂	۳۲	۰/۰۴	۰/۰۲	-۹/۶	0
۳	NO	۳۰	۰/۰۴	-۰/۰۱۹	-۹/۶	0.32E8
۴	N	۱۴	۰/۰۰۹	۰/۶۴	-۱۲/۶	0.36E9
۵	NO ⁺	۳۰	۰/۰۴	-۰/۰۱۹	-۹/۶	0.35E9
۶	N ₂	۲۸	۰/۰۵	-۰/۰۲۲	-۹/۹۸	0
۷	CO	۲۸	-۰/۰۲	۱/۰۱۳	-۱۳/۹	-0.4E8
۸	CN	۲۶	-۰/۰۰۳	۰/۶۸	-۱۲/۵	0.16E9
۹	C ₃	۳۶	-۰/۰۲	۰/۸۸	-۱۳/۵	0.3E9
۱۰	C ₂	۲۴	-۰/۰۰۳	۰/۶۹	-۱۲/۶	0.3E9
۱۱	C	۱۲	-۰/۰۰۱	۰/۷۹	-۱۳/۴	0.3E9
۱۲	C ₂ H	۲۵	-۰/۰۱۹	۰/۷۹	-۱۴/۳	0.2E9
۱۳	H ₂	۲	۰/۰۲۶	۰/۳۲	-۱۱/۳	0
۱۴	H	۱	۰/۰۱۱	۰/۶	-۱۲/۴	2.3E9

۳- معادلات حاکم

۱- معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left((r + y \cos(\theta))^j \rho u \right) + \left(\frac{\partial}{\partial y} (1 + \gamma y) (r + y \cos(\theta))^j \rho u \right) + \dot{M}_{cg} \quad (1)$$

به دلیل آزادسازی کربن و هیدروژن ناشی از فناشوندگی سطح، بسته به ذغالی بودن سطح (مانند کامپوزیت کربن-فنولیک) یا غیرذغالی بودن (مانند گرافیت، کامپوزیت کربن-کربن)، واکنش‌های شیمیایی اکسیداسیون و نیتراسیون کربن نیز در سطح فناپذیر صورت می‌گیرد. گونه‌های حاصله به صورت دیفیوژنی و وزشی^۱ به داخل لایه شوک یا المان مجاور تزریق می‌گردند. واکنش‌های شیمیایی فعل و انفعالات شیمیایی هوا براساس مدل ماینر، لويس و همچنین واکنش‌های شیمیایی سطح فناشونده براساس مدل پارک، در جدول ۱ آمده است [۱۱].

جدول (۱): واکنش‌های شیمیایی فعل و انفعالات هوا و فناشوندگی سطح.

فعل و انفعالات شیمیایی هوا در لایه شوک		
ردیف	واکنش	نوع واکنش
۱	$O_2 \xleftarrow{M_1} 2O$	تجزیه: در مجاورت همتهای برخوردکننده M_1
۲	$N_2 \xleftarrow{M_2} 2N$	تجزیه: در مجاورت همتهای برخوردکننده M_2
۳	$NO \xleftarrow{M_3} N + O$	تجزیه: در مجاورت همتهای برخوردکننده M_3
۴	$N_2 + N \xleftarrow{4} N + N + N$	تجزیه
۵	$NO + O \xleftarrow{5} N + O_2$	تجزیه و ترکیب
۶	$N_2 + O \xleftarrow{6} NO + N$	تجزیه و ترکیب
۷	$N + O \xleftarrow{EL} NO^+ + e^-$	یونیزاسیون
فناشوندگی سطح		
۸	$C(s) + O \xleftarrow{8} CO$	اکسیداسیون کربن
۹	$C(s) + 1/2 O_2 \xleftarrow{9} CO$	اکسیداسیون کربن
۱۰	$C(s) + 2N \xleftarrow{10} CN + N$	نیتراسیون کربن
۱۱	$3C(s) \xleftarrow{11} C_3$	تجزیه کربن

$$\sum_{i=1}^{n_j} \alpha_{ri} X_i \xleftrightarrow{k_{fr}, k_{br}} \sum_{i=1}^{n_j} \beta_{ri} X_i \quad (۶)$$

$$Rr_j \sim \prod_{i=1}^{n_s} [X_i]^{\beta_{ri}} \Rightarrow Rr_j = k_j \prod_{i=1}^{n_s} [X_i]^{\beta_{ri}} \quad (۷)$$

$$\frac{d[X_i]}{dt} = (\beta_{ri} - \alpha_{ri}) (k_{frj} \prod_{i=1}^{n_s} [X_i]^{\alpha_{ri}} - k_{brj} \prod_{i=1}^{n_s} [X_i]^{\beta_{ri}}) \quad (۸)$$

در معادلات فوق، n_r معرف تعداد واکنش‌های شیمیایی، n_s معرف تعداد گونه‌های شیمیایی، k_{fr}, k_{br} ثابت تعادل واکنش‌های رو به جلو و رو به عقب است. Rr_j نرخ واکنش و $\alpha_{ri}, \beta_{ri}, j$ ضرایب استوکیومتریک گونه‌ها در واکنش‌های شیمیایی، $[X_i]$ غلظت مولی گونه X_i است.

اگر \dot{w}_i معرف نرخ غلظت جرمی گونه i باشد، جهت محاسبه ثابت‌های تعادل k_{fr}, k_{br} از مدل‌های تجربی استفاده می‌گردد. براساس ترکیبی از مدل‌های تجربی، ماینر، لوپس و پارک:

$$\dot{w}_i = \dot{w}_{i,ai} + \dot{w}_{i,cb} + \dot{w}_{i,ab} \quad (۹)$$

در معادله (۹)، $\dot{w}_{i,ai}, \dot{w}_{i,cb}, \dot{w}_{i,ab}$ به ترتیب غلظت جرمی گونه i ناشی از واکنش‌های فعل و انفعالات شیمیایی هوا، واکنش‌های صورت گرفته در مجاورت همتای برخوردکننده جسم سوم (گونه i) و واکنش‌های فناشوندگی است. با بهره‌گیری از قانون اثر جرم و مدل ماینر و لوپس [۱۱-۱۳]:

$$\dot{w}_i = \dot{w}_{i,ai} + \dot{w}_{i,cb} + \dot{w}_{i,ab} \quad (۱۰)$$

$$\dot{w}_{i,ai} = \begin{cases} 0 & i \geq 7 \\ \rho M_i \sum_{r=1}^{n_r} (\Gamma_{ri}^+ L_{fr} + \Gamma_{ri}^- L_{br}) - \rho C_i & i < 7 \\ \sum_{r=1}^{n_r} \left(\Gamma_{ri}^+ \frac{L_{br}}{\gamma_i} + \Gamma_{ri}^- \frac{L_{fr}}{\gamma_i} \right), \gamma_i = \frac{C_i}{M_i}, C_i = \frac{\rho_i}{\rho} & \end{cases} \quad (۱۱)$$

\dot{M}_{cg} دبی گازهای تولیدی به داخل لایه شوک ناشی از پدیده فناشوندگی است.

۲- معادله ممنوم در راستای S:

$$\frac{1}{1+\gamma} \rho u \frac{\partial u}{\partial s} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} + \rho u v \frac{\gamma}{1+\gamma} + \frac{1}{1+\gamma} \frac{\partial P}{\partial s} = \Xi^2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\gamma u}{1+\gamma} \right) \right) \quad (۲)$$

$$+ \Xi^2 \mu \left(\frac{\gamma u}{1+\gamma} + \frac{j \cos(\theta)}{r+y \cos(\theta)} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\gamma u}{1+\gamma} \right), \dots, \Xi = \frac{1}{\text{Re}}$$

۳- معادله ممنوم در راستای Y:

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \rho u^2 \frac{\gamma}{1+\gamma} \quad (۳)$$

۴- معادله انرژی:

$$\frac{1}{1+\gamma} \rho u C_p \frac{\partial T}{\partial s} + \rho v C_p \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{1}{1+\gamma} u \frac{\partial P}{\partial s} - v \frac{\partial P}{\partial y} = \Xi^2 \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \Xi^2 \left(\frac{\gamma}{1+\gamma} + \frac{j \cos(\theta)}{r+y \cos(\theta)} \right) k \frac{\partial T}{\partial y} \quad (۴)$$

$$- \Xi^2 \sum_{i=1}^{n_s} J_i C_{p_i} \frac{\partial T}{\partial y} + \Xi^2 \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\gamma u}{1+\gamma} \right)^2 - \sum_{i=1}^{n_s} h_i \dot{w}_i$$

۵- معادله بقاء گونه‌ها در لایه شوک:

$$\frac{1}{1+\gamma} \rho u \frac{\partial C_i}{\partial s} + \rho v \frac{\partial C_i}{\partial y} = \dot{w}_i - \Xi^2 \frac{\partial}{\partial y} (J_i) - \Xi^2 \left(\frac{\gamma}{1+\gamma} + \frac{j \cos(\theta)}{r+y \cos(\theta)} \right) J_i \quad (۵)$$

در معادله فوق J, C_i کسر جرمی و عبارت شار دیفیوژن جرمی مربوط به گونه i است.

۶- روند محاسبه عبارات چشمه گونه‌ها:

در حالت کلی، نرخ خالص تولید یا مصرف یک گونه در یک واکنش شیمیایی براساس قانون اثر جرم، تعیین می‌شود. براساس این قانون، نرخ تولید یا مصرف یک گونه در یک واکنش بنیادین با حاصل ضرب غلظت مولی واکنش‌دهنده‌ها، وقتی که هرکدام از این غلظت‌ها به توان ضریب استوکیومتریک مربوطه رسیده باشند، برابر است. یعنی در حالت کلی برای واکنش زیر [۱۱]:

محاسبه شده، به وسیله عبارت $w_{ref} = \frac{U_{\infty}^*}{R_n}$ نرمالیزه می گردند.

در معادلات (۱۶-۱۰)، ρ چگالی المان لایه شوک، M_i جرم ملکولی گونه ها، C_i کسر جرمی گونه ها، γ_i تمرکز جرمی گونه ها، $z_{r,i}$ راندمان گونه ها نسبت به آرگون در واکنش های ۱، ۲، ۳، ۷، T_w دمای دیواره، P فشار دیواره، k_b ثابت بولتزمن، ch ، nch فناشونده ذغالی و غیرذغالی، α_j ، β_j ضرایب استوکیومتریک گونه ها در واکنش های ۱ تا ۷، T_k دمای المان لایه شوک است، dz ضخامت المان های سطح دماغه است. مقدار عبارات چشمه ناشی از فناشوندگی سطح، در لایه شوک صفر بوده و مقدار آن بر روی دیواره از رابطه (۱۷) محاسبه می گردد.

ضرایب CR_2, \dots در مرجع [۷] آمده است.

برای سطح فناشونده ذغالی، در بخش متصادکننده گاز که یک بخش انجمادی^۲ است گاز هیدروژن متصاد شده و ممکن است که این گاز بعد از گذر از ناحیه ذغالی با کربن ترکیب شده و CH_2 تولید شده و بخشی از آن نیز تجزیه شده و اتم هیدروژن نیز تولید می گردد. لذا در این حالت نیز تمام روند قبل تکرار می گردد، به استثنای این که:

$$w_{13,ab} = \frac{\rho V_w}{r + R_n} \left(1 - \frac{\rho_{ch}}{\rho_v}\right), V_w = \frac{\dot{m}_c}{\rho}, V_{cs} = \frac{\dot{m}_c}{\rho_c} \quad (18)$$

در رابطه فوق، \dot{m}_c دبی جرمی کربن مصرف شده، V_w سرعت تزریق گازهای ناشی از فناشوندگی به داخل لایه شوک، V_{cs} سرعت پسروی سطح فناشونده، ρ_c چگالی کربن، ρ_{ch} چگالی ذغال و ρ_v چگالی مواد دست نخورده است.

$$\dot{m}_c = \left(\frac{-w_{1,ab}}{M_1} - \frac{-w_{2,ab}}{M_2} - \frac{-w_{4,ab}}{M_4} + \frac{-w_{9,ab}}{M_9} \right) M_{11} dz \quad (19)$$

بعد از محاسبه عبارات چشمه مربوط به فناشوندگی سطح، عبارات چشمه مربوط به فعل و انفعالات شیمیایی هوا روی دیواره براساس شرایط مرزی کسر جرمی گونه ها روی دیواره و جبهه شوک، محاسبه می گردد. برای کسر جرمی گونه ها روی سطح فناشونده:

$$C_{i,new} = C_{i,old} + \frac{w_{i,cb}}{\rho}, return \quad (20)$$

$$w_{i,cb} = \begin{cases} 0 & i \geq 7 \\ -\rho C_i \sum_{r=1}^{n_r} \left(\Gamma_{ri}^+ \frac{L_{br}}{\gamma_i} + \Gamma_{ri}^- \frac{L_{fr}}{\gamma_i} \right) & i < 7 \\ \gamma_i = \sum_{r=1}^4 z_{r,i} \frac{C_i}{M_i} \end{cases} \quad (12)$$

$$L_{fr} = K_{fr} \bar{\rho} \prod_{j=1}^{\alpha r} \gamma_j^{\alpha_j}, L_{br} = K_{br} \bar{\rho} \prod_{j=1}^{\beta r} \gamma_j^{\beta_j} \quad (13)$$

$$k_{fr} = T_k^{CR_2} \exp\left(\ln(CR_{0R}) - \frac{CR_1}{T_k}\right) \quad (14)$$

$$k_{br} = T_k^{DR_2} \exp\left(\ln(CR_{0B}) - \frac{DR_1}{T_k}\right)$$

$$\alpha r = \sum_{j=1}^{10} \alpha r_j^{-1}, \beta r = \sum_{j=1}^{10} \beta r_j^{-1}, \bar{\rho} = \left(\frac{gR}{cm^3}\right) \quad (15)$$

$$\Gamma_{ri}^+ = \begin{cases} \beta_{ri} - \alpha_{ri} & \text{if } \beta_{ri} - \alpha_{ri} \geq 0 \\ 0 & \text{if } \beta_{ri} - \alpha_{ri} < 0 \end{cases} \quad (16)$$

$$\Gamma_{ri}^- = \begin{cases} -(\beta_{ri} - \alpha_{ri}) & \text{if } \beta_{ri} - \alpha_{ri} < 0 \\ 0 & \text{if } \beta_{ri} - \alpha_{ri} \geq 0 \end{cases}$$

$$w_{i,ab} = \begin{cases} \frac{-0.63 \rho C_1 \exp\left(\frac{-1160}{T_w}\right) \sqrt{\frac{k_b T_w}{2\pi C_1 M_1}}}{dz} & i=1 \\ \frac{-0.35 \rho C_2 \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k_b T_w}{2\pi C_2 M_2}}}{dz} & i=2 \\ \frac{-0.3 \rho C_4 \sqrt{\frac{k_b T_w}{2\pi C_4 M_4}}}{dz} & i=4 \\ -w_{1,cb} \frac{M_7}{M_1} - w_{2,cb} \frac{M_7}{M_2} & i=7 \\ -w_{4,cb} \frac{M_8}{M_4} & i=8 \\ \rho(5.19 \times 10^{15} \frac{\exp\left(\frac{-90845}{T_w}\right)}{P} - C_9) \sqrt{\frac{k_b T_w}{2\pi C_9 M_9}} \frac{dz}{dz} & i=9, nch \\ \rho(6.27 \times 10^{15} \frac{\exp\left(\frac{-90908}{T_w}\right)}{P} - C_9) \sqrt{\frac{k_b T_w}{2\pi C_9 M_9}} \frac{dz}{dz} & i=9, ch \\ 0, \dots, i=3,5,6, i > 9 \end{cases} \quad (17)$$

Pr عدد پراتل، μ لزجت، η محور نرمالیزه عمود بر سطح و sh معرف جبهه شوک است. D_{12} ضریب نفوذ بین دو طیف ملکول‌های سبک و سنگین المان مجاور دیواره است. سایر معادلات مربوط به شرایط مرزی سرعت و دما در مراجع [۹و۸] آمده است.

۶- معیار همگرایی

جهت محاسبه گرمایش آیرودینامیکی در یک مقطع رویه‌ای خاصی از دماغه‌های ماوراء صوت، باید معادلات پیوستگی، ممنتوم‌ها در جهات رویه‌ای و عمود بر رویه، انرژی، معادلات بقاء گونه‌های ناشی از فعل و انفعالات شیمیایی هوا و فناشوندگی سطح (۱۱ گونه برای فناشونده‌های ذغالی و ۱۴ گونه برای فناشونده‌های غیرذغالی) به‌طور همزمان همگرا گردند (حداکثر مقدار صفر همگرایی برابر با ۰/۰۱ در نظر گرفته شده است). سطرهای اول تا سوم معادله زیر معیار همگرایی معادلات انرژی، پیوستگی و ممنتوم بوده و همچنین سطر چهارم، معیار همگرایی معادلات بقاء گونه‌های ناشی از فعل و انفعالات شیمیایی هوا و فناشوندگی سطح است.

لازم به‌ذکر است که یکی از شرایط مرزی جهت حل همزمان معادلات فوق، مشخص بودن کسر جرمی گونه‌ها روی دیواره است و این مقادیر به نوع کاتالیتیکی دیواره، سنتیک شیمیایی فعل و انفعالات شیمیایی هوا و سنتیک شیمیایی فعل و انفعالات فناشوندگی سطح وابسته است. همچنین شرایط مرزی و شرایط اولیه فیزیک جریان در لایه شوک نیز به سنتیک شیمیایی فعل و انفعالات هوا و فناشوندگی سطح نیز وابسته است.

$$\varepsilon = \max \left(\begin{array}{l} \max \left(\left| \frac{1-T_n}{T_{n-1}} \right| \right), \\ \max \left(\left| \frac{1-u_n}{u_{n-1}} \right| \right), \\ \max \left(\left| \frac{1-v_n}{v_{n-1}} \right| \right), \\ \max \left(\left| \frac{1-C_{i,n}}{C_{i,n-1}} \right| \right) \end{array} \right) < 0.01, i=1 \dots 14 \quad (25)$$

سایر معادلات مربوط به مخلوط میدان جریان مانند تجزیه، یونیزاسیون هوا، فناشوندگی سطح، انتقال سطح، انتقال حرارت، متغیرهای انتقالی و ترمودینامیکی میدان جریان و ... در مراجع [۸-۱۲] آمده است.

۵- شرایط مرزی کسر جرمی گونه‌ها

در شوک‌های غیرلغزشی، جبهه شوک از هوای معمولی تشکیل شده است، یعنی $C_2 = 0.23456, C_6 = 0.76544$ و کسر جرمی گونه‌های جبهه شوک مربوط به شوک‌های لغزشی از رابطه رنکین-هیوگنیت محاسبه می‌گردد:

$$\Xi^2 \frac{\mu_{sh}}{Pr_{sh}} Le_i \frac{\partial C_{i_{sh}}}{\partial y} + \sin(\beta) C_{i_{sh}} = \sin(\beta) C_{i_{\infty}} \quad (21)$$

کسر جرمی سایر گونه‌ها بر روی جبهه شوک صفر است. با استفاده از معادله کسر جرمی گونه‌ها روی دیواره، ناشی از پدیده فناشوندگی محاسبه می‌گردد. برای کسر جرمی گونه‌ها روی دیواره ناشی از فعل و انفعالات شیمیایی هوا:

الف) برای دیواره‌های غیرکاتالیتیک^۱: در این حالت روی سطح هیچ واکنش شیمیایی بین گونه‌های مختلف قرار گرفته‌شده بر روی دیواره صورت نمی‌گیرد.

$$\frac{\partial C_i}{\partial \eta} = 0 \quad (22)$$

ب) برای دیواره‌های کاتالیتیک متعادل^۲: این دیواره‌ها سرعت واکنش‌هایی شیمیایی مربوط به گازهای قرار گرفته‌شده بر روی آن را به سمت بی‌نهایت میل می‌دهند.

$$C_i = C_{i,eq} T_w \quad (23)$$

ج) دیواره‌های تا حدی کاتالیتیک: سرعت فعل و انفعالات شیمیایی مربوط به گازهای قرار گرفته‌شده بر روی این دیواره‌ها محدود است و براساس مقدار نرخ ترکیب مجدد هر کدام از گونه‌ها، مقدار آن از صفر تا بی‌نهایت متغیر است. نرخ ترکیب مجدد یا \dot{w}_c به‌عنوان ورودی کد CTCA بوده و مقدار آن از صفر (حالت انجمادی) تا $\dot{w}_{c,eq}$ (حالت متعادل بودن فعل و انفعالات شیمیایی) متغیر است. در این حالت:

$$\frac{\partial C_i}{\partial \eta} = \frac{\dot{w}_c}{\rho D_{12}} \quad (24)$$

در معادلات فوق، Ξ شاخص عدد رینولدز، Le عدد لوویس،

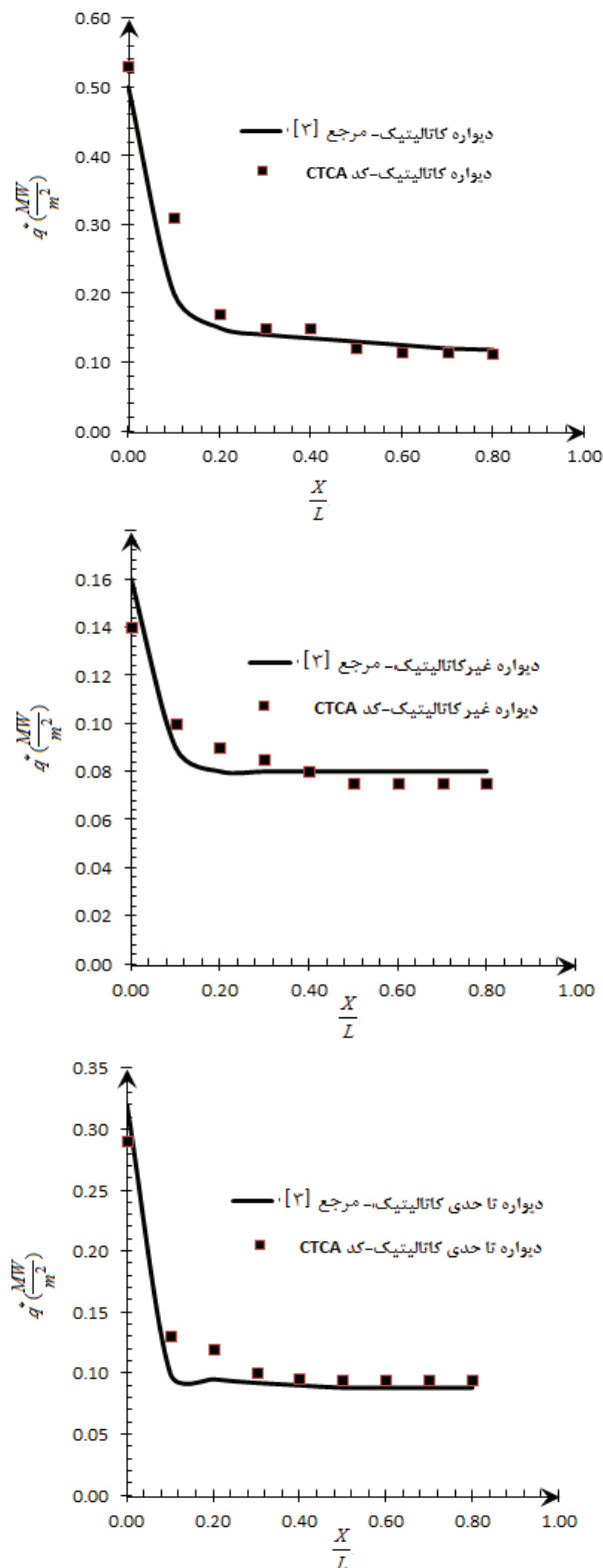
۷- نتایج و بحث

در شکل ۳، میزان گرمایش آیرودینامیکی وارد بر سطح و دمای بی‌بعد سطح یک دماغه سهمی‌گون در سرعت پروازی ۶/۷ کیلومتر بر ثانیه، ارتفاع پروازی ۷۱ کیلومتر و زاویه حمله صفر، نشان داده شده است و نتایج آن با نتایج مرجع [۳] در حالت‌های مختلف کاتالیتیکی دیواره، مقایسه شده است. برای دیواره تا حدی کاتالیتیکی، ضریب بی‌بعد نرخ ترکیب مجدد نسبت به حالت تعادلی برابر با ۰/۴ فرض شده است و همچنین در این شکل متغیر $T_{sp,eq}$ ، معرف دمای نقطه سکون دماغه در حالت کاتالیتیکی یا فعل و انفعالات شیمیایی متعادل است. نتایج مقایسه‌ای نشان می‌دهد که میزان خطای نسبی کد CTCA جهت در نظر گرفتن اثرات کاتالیتیکی دیواره نسبت به مرجع [۳] کم‌تر از ۱۰ درصد است.

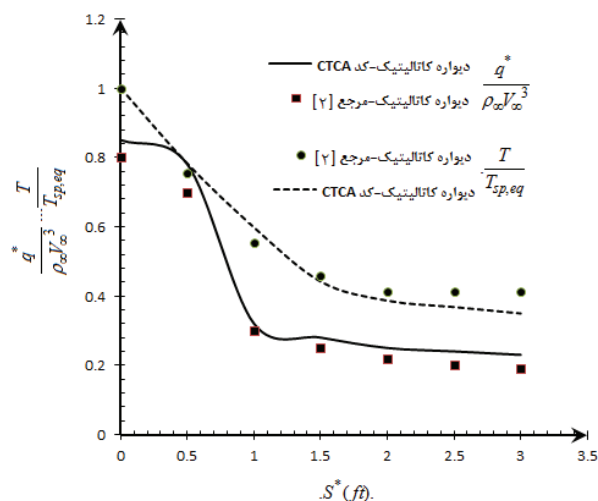
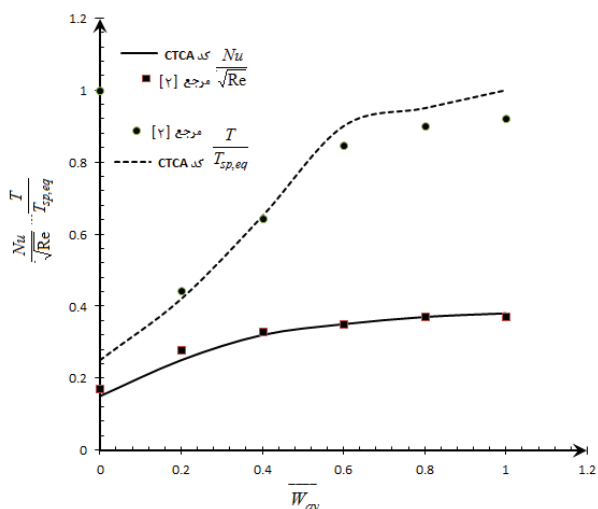
در شکل ۴، میزان گرمایش آیرودینامیکی بی‌بعد وارد بر سطح و دمای بی‌بعد سطح یک دماغه هذلولوی در سرعت پروازی ۸ کیلومتر بر ثانیه، ارتفاع پروازی ۹۵ کیلومتر و زاویه حمله صفر، نشان داده شده است و نتایج آن با نتایج مرجع [۵] در حالت‌های مختلف کاتالیتیکی دیواره، مقایسه شده است. برای دیواره تا حدی کاتالیتیکی، ضریب بی‌بعد نرخ ترکیب مجدد نسبت به حالت تعادلی برابر با ۰/۸ فرض شده است و همچنین در این شکل متغیر $T_{sp,eq}$ ، معرف دمای نقطه سکون دماغه در حالت کاتالیتیکی یا فعل و انفعالات شیمیایی متعادل است. نتایج مقایسه‌ای نشان می‌دهد که میزان خطای نسبی کد CTCA جهت در نظر گرفتن اثرات کاتالیتیکی دیواره نسبت به مرجع [۵]، کم‌تر از ۸ درصد است.

در شکل ۵، میزان نسبت اعداد ناسلت و جذر رینولدز و دمای بی‌بعد وارد بر نقطه سکون یک دماغه نوعی در ارتفاع پروازی ۱۲۰ کیلومتر بر حسب متوسط نرخ ترکیب مجدد بی‌بعد گونه‌های ناشی از تجزیه/ یونیزاسیون هوا و فناشوندگی سطح نشان داده شده است. نتایج مقایسه‌ای نشان می‌دهد که میزان خطای نسبی کد CTCA جهت در نظر گرفتن اثرات کاتالیتیکی دیواره نسبت به مرجع [۵]، کم‌تر از ۷ درصد است.

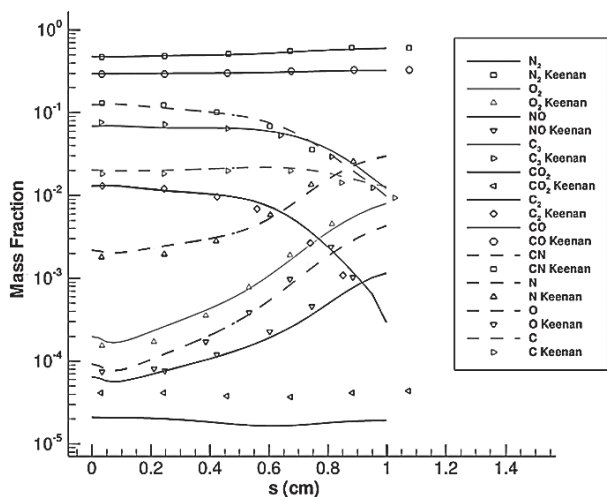
با استفاده از کد CTCA، لایه شوک یک دماغه سهموی با زاویه حمله صفر، عدد ماخ ۱۶ و ارتفاع ۶۰ کیلومتری تحلیل گردید، جهت صحت‌گذاری عملکرد الگوریتم عبارات چشمه گونه‌ها، نتایج کسر جرمی گونه با نتایج مرجع [۱۴]، مقایسه گردید.



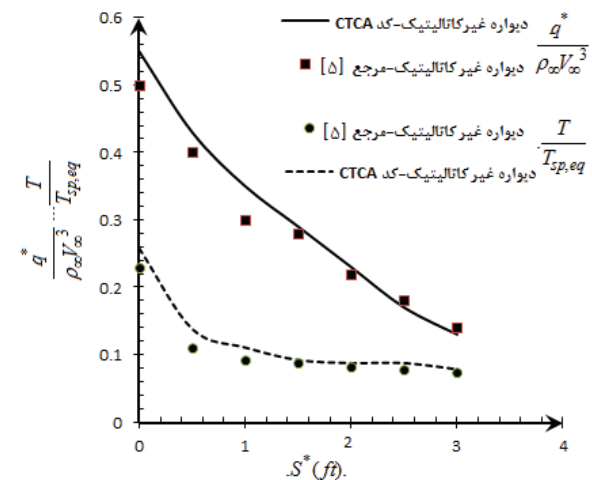
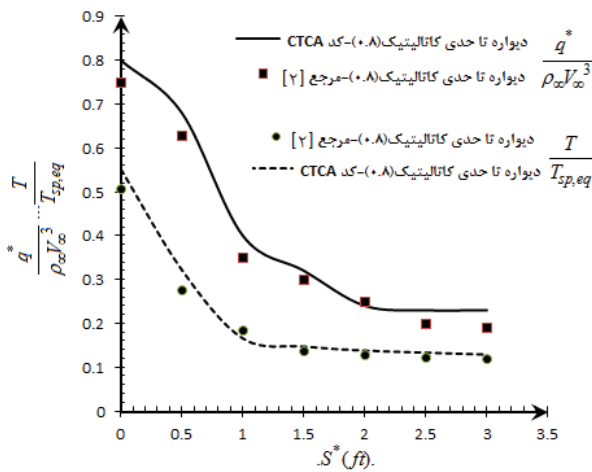
شکل (۳): میزان گرمایش آیرودینامیکی و دمای بی‌بعد وارد بر سطح یک دماغه سهمی‌گون در سرعت پروازی ۶/۷ کیلومتر بر ثانیه، ارتفاع پروازی ۷۱ کیلومتر و زاویه حمله صفر در حالت مختلف کاتالیتیکی دیواره.



شکل (۵): میزان نسبت اعداد ناسلت و جذر رینولدز و دمای بی‌بعد وارد بر نقطه سکون یک دماغه نوعی در ارتفاع پروازی ۱۲۰ کیلومتر برحسب متوسط نرخ ترکیب مجدد بی‌بعد.



شکل (۶): منحنی تغییرات کسر جرمی گونه‌ها برحسب فاصله رویه‌ای.



شکل (۴): میزان گرمایش آیرودینامیکی بی‌بعد و دمای بی‌بعد وارد بر سطح یک دماغه هذلولی در سرعت پروازی ۸ کیلومتر بر ثانیه، ارتفاع پروازی ۹۰ کیلومتر و زاویه حمله صفر در حالات مختلف کاتالیتیکی دیواره.

۸- نتیجه‌گیری

نتایج حل عددی شکل معادلات لایه شوک لزج، لایه مرزی لزج خودمتشابه جهت محاسبه اثرات کاتالیتیکی دیواره روی دمای روی سطح و گرمایش آیرودینامیکی دماغه‌های فناشونده ماوراءصوت، انطباق خوبی با نتایج تحقیقات مشابه دارد. همچنین، تغییرات کسر جرمی گونه‌ها با فرض دیواره کاتالیتیک در نقطه سکون و غیرکاتالیتیک بودن دیواره در یال دماغه، انطباق خوبی با نتایج تحقیقات مشابه دارد. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش نرخ ترکیب مجدد گونه‌ها، میزان

- Dynamic conference, Yazd University, Mechanic Engineering Complex, 2006.
7. Karemian, H., Kafarian, M. and Azezi, M. "Hypersonic Flow Domain Solution on the Missile Body with Considering of High Temperature Effects to Calculate of Aeroheating", Research Project, Aerospace Engineering Complex of Amir Kabir University, Iran, 2013.
 8. Mardani, M., Doustdar, M.M. and Ghadak, F. "Aeroheating Calculation of Hypersonic Noses with Considering an Air Ionization Effects by PNS and TLNS Methods", The 1st International and 3rd National Conference of Iranian Aerospace Propulsion Association, Maleke a Ashtar University, Esfahan, Shahinshar, Iran, 2014.
 9. Mardani, M., Doustdar, M.M. and Ghadak, F. "Aeroheating Calculation of Hypersonic Ablative Noses with Considering an Air Ionization Effects by PNS and TLNS Methods", The 14th Conference of Aerospace Propulsion, The Industrial & Science Researches Organization, Tehran, Iran, 2015.
 10. Anderson, J.D. "Hypersonic and High Temperature Gas Dynamics", New York: ISBN:978-964-2751-04-4, 1989.
 11. Miner, E. and Lawis, C.H. "Computer User's Guide for a Chemically Reacting Viscous Shock Layer Code", NASA CR-2551, 1975.
 12. Chen, Y.K. and Millos, F.S. "Finite-Rate Ablation Boundary Conditions for Carbon-Phenolic Heat-Shield", NASA Ames Research Center, Moffett Field, CA 94035-1000, 2013.
 13. Park, C. "Calculation of Stagnation Point Heat Transfer for Pioneer Venus Probes", Proposed NASA Technical Memorandum, 2002.
 14. Keenan, J. "Thermo-chemical Ablation of Heat Shields under Earth Re-entry Conditions", PhD. Thesis, North Carolina State University, 1994.

گرمایش آیرودینامیکی و دمای سطح افزایش می‌یابد، اما باید به این سؤال پاسخ داده شود که در حالت واقعی، معیار نرخ ترکیب مجدد گونه‌ها یا حد کاتالیتیکی دیواره چقدر است؟ جواب این سؤال به زمان توقف جریان و زمان لازم جهت تحقق تعادل شیمیایی واکنش شیمیایی مورد نظر در نقطه مورد بررسی بستگی دارد. نتایج تحقیقات مختلف و تحقیق فعلی نشان می‌دهد که زمان توقف جریان در نقطه سکون از زمان تحقق تعادل شیمیایی فعل و انفعالات فناشوندگی سطح و تجزیه/ یونیزاسیون هوا بیش‌تر است، بنابراین فرض کاتالیتیکی دیواره در نقطه سکون فرض معقولی است و همچنین زمان توقف جریان در یال یا بدنه دماغه‌ها بسیار کم‌تر از زمان تحقق تعادل شیمیایی فعل و انفعالات فناشوندگی سطح و تجزیه/ یونیزاسیون هوا است، بنابراین فرض غیر کاتالیتیکی دیواره در بدنه (یال) دماغه‌ها نیز فرض معقولی است.

از مزایای بارز روش فعلی، می‌توان به کاهش چشم‌گیر زمان حل معادلات جریان و کاهش حجم حافظه محاسباتی به دلیل اختلاف محدود بودن الگوریتم حل، اشاره کرد و این مزیت‌ها در تحلیل‌های ناپایای دماغه‌های فناشونده با زمان پرواز طولانی جهت استخراج کانتور دمایی در نقاط مختلف دماغه (محموله‌های میان برد و برد بلند) بسیار چشم‌گیرتر خواهد بود.

۶- مراجع

1. Anderson, J.D. "Hypersonic and High Temperature Gas Dynamics", New York: ISBN:978-964-2751-04-4, 1989.
2. Fay, J.A. and Riddell, F.R. "Theory of Stagnation Point Heat Transfer in Dissociated Air", Journal of the Aeronautical Sciences, Vol. 25, No. 2, pp. 73-85, 1952.
3. Kim, M.D., Swaminathan, S. and Lewis, C.H. "Three Dimensional Non Equilibrium Viscous Shock Layer Flow Over the Space Shuttle Orbiter", Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 21, No. 25, pp. 29-35, 1984.
4. Brykina, I.G. and Scott, C.D. "An Approximate Axisymmetric Viscous Shock Layer Aeroheating Method for Three-dimensional Bodies", AIAA NASA/TM198-207890, 1998.
5. Dexygen1.6.1. "Ablation Modeling of Nose Section with UDF Linkage to Fluent Software", Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 14, No. 3, pp. 69-78, 2012.
6. Rahmanpour, M., Ebrahemi, R. and Shamss, M. "Flow Domain Solution with Considering of Non Equilibrium Chemical Reactions to Calculate of Electron Density of Blunt Noses". 10th Shareh