الگوریتمی بر پایه فیلتراسیون فشار برای شبیه‌سازی یک جریان غیرقابل تراکم سیال غیر ایده‌آل، با استفاده از روش شبکه بولتزمن

مصطفی ورمزیار [۱] و سیدرضا حمزه لو [۲]
دانشکده مهندسی مکانیک
دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

حسین افشار [۳]
دانشکده مهندسی مکانیک
واحد تهران شرق، دانشگاه آزاد اسلامی

مجید بازارگان [۴]
دانشکده مهندسی مکانیک
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۹/۰۷؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۱۱/۰۹)

چکیده

در این تحقیق یک مدل شبکه بولتزمن با هدف شبیه‌سازی جریان جابجایی آزاد به‌کمک فیلتراسیون فشار معرفی می‌شود. سیال در نزدیکی نقطه فوق بحرانی به‌شدت تراکم‌پذیر و البته در محیط ریزگرانش تحت شرایط ماخ پایین جریان دارد. در این پژوهش، الگوریتمی بر پایه فیلتراسیون فشار ارایه می‌شود که به‌وسیله آن می‌توان از مدل تراکم‌ناپذیر شبکه بولتزمن در یک جریان تراکم‌پذیر ماخ پایین استفاده کرد. اولین مثال مورد بررسی به قیاس شرط مرزی حاضر با مدل بازگشت در جریان پوازیه می‌پردازد. در این قسمت نشان داده شده که مرتبه خطای روش پیشنهادی به مراتب پایین‌تر از روش بازگشت و از مرتبه دو روی مکان است. در مثال بعد، تاثیر شرط مرزی جدید در پایدار نگاه داشتن جریان رایلی- بنارد تا رایلی‌های بالا گزارش می‌شود. در پایان، از معادلات فیلتر شده فشاری جهت شبیه‌سازی جریان جابجایی آزاد سیال فوق بحرانی درون حفره استفاده می‌شود. نتایج توافق خوبی با داده‌های موجود از پژوهش‌های پیشین دارد.

کلمات کلیدی: روش شبکه بولتزمن، ضریب هدایت متغیر، فیلتراسیون فشار، جریان جابجایی آزاد، سیال غیر آیده‌آل

An Algorithm Based on Filtering of Pressure for Simulation of Low Mach Number Flow with Non-Ideal Fluid, Using LBM

M. Varmazyar and S.R. Hamzeloo
Mech. Engineering Department
Shahid Rajaee Teacher Training University

H. Afshar
Mech. Engineering Department,
East Tehran Branch, Islamic Azad University

M. Bazargan
Mech. Engineering Department
K.N. Toosi University of Technology

Received: (Received: 27/November/2016; Accepted: 29/January/2018)

ABSTRACT

In this research, a lattice Boltzmann model is proposed to simulate free convection flow through pressure filtration. High compressibility effect needs to be considered near the critical point. A Poiseuille flow has been used as the first example to examine the effects of boundary condition model used in this study. It has been shown that the encountered error is of second order, which is considered to be desirable. The effect of the present boundary condition on the stability of solution to a Rayleigh-Benard problem has also been demonstrated. Finally, the filtered pressure equations have been implemented to model flow of a supercritical fluid in a cavity. The results are in good agreements with available data in the literature.

Keywords: Lattice Boltzmann Method, Variable Thermal Conductivity, Pressure Filtration, Natural Convection Flow, Non-Ideal Fluid

۱- استادیار (نویسنده پاسخگو): varmazyar.mostafa@srttu.edu
۲- استادیار: rehamzeloo@srttu.edu
۳- استادیار: afshar@iauet.ac.ir
۴- دانشیار: bazargan@kntu.ac.ir

۱- مقدمه

روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی معمول بر پایه گسسته‌سازی مستقیم معادلات ناویر استوکس و انرژی می‌باشند. این درحالی است که روش‌های جنبشی در دینامیک سیالات محاسباتی مستخرج از معادله بولتزمن هستند. خصوصیات روش‌های جنبشی منجر شده است که اخیراً این روش‌ها مورد استقبال قرار گرفته اند[۶-۱]. از جمله این خصوصیات آن است‌که با دیدگاه میکروسکوپی می‌توان مسایل دینامیک سیالات را مورد بررسی قرار داد. این موضوع کمک می‌کند تا مسایلی که حل آن‌ها با استفاده از روش‌های ماکروسکوپی، شبیه به معادلات ناویر استوکس، دشوار است، تشریح شوند [۸-۷]. در واقع خصوصیت معادله بولتزمن آن است‌که بین هیدرودینامیک و فیزیک میکروسکوپی آن‌ها ارتباط برقرار می‌کند. به‌همین دلیل این روش‌ها، شیوه‌های مسوسکوپی نامیده می‌شوند، چراکه میان قوانین بقای ماکروسکوپی و دینامیک میکروسکوپیِ مرتبط با آن، عمل می‌کنند. به‌علاوه آن‌که معادله بولتزمن یک معادله انتگرودیفرانسیلی مرتبه اول با ترم جابجایی خطی است. در حالی که معادله ناویر استوکس یک معادله مرتبه دوم با ترم جابجایی غیرخطی است. قسمت غیرخطی معادله بولتزمن مربوط به ترم برخورد آن است که آن هم به‌صورت محلی است. این مساله منجربه مزیت‌های عددی برای حل معادله بولتزمن خواهد شد [۱۱-۹].

جریان مورد بررسی در این تحقیق جریان سیال فوق‌بحرانی است که در وضعیت غیرایده‌آل تراکم‌پذیر و دارای تغییرات خواص بسیار شدید می‌باشد. در زمینه انتقال حرارت سیال فوق‌بحرانی در شرایط ریزگرانش، می‌توان از فیلتراسیون فشاری کمک گرفت. این فیلتراسیون کمک می‌کند تا تغییرات فشار در دو مرتبه متفاوت مورد بررسی قرار گیرد. ایده اصلی این کار از مقاله آکاری و راسپو [۱۲] گرفته شده است. ایشان در سال ۲۰۰۶ میلادی با ترکیب الگوهای مختلفی از روش حجم محدود و با استفاده از فیلتراسیون فشاری موفق به ارایه روشی پایدار شدند که بتواند جریان جابجایی آزاد سیال فوق‌بحرانی را در یک محفظه مکعبی مدل‌سازی نماید. این تحقیق در ادامه مطالعه ورمزیار و بازارگان [۳] صورت گرفته و هدف آن ارایه مدلی بهینه با بهره‌گیری از مرتبه بندی تغییرات انواع فشار در جریان سیال فوق بحرانی به کمک روش شبکه بولتزمن می باشد. لازم به‌ذکر است‌که مدل شبکه بولتزمن مرجع [۳] برای سیال تراکم‌پذیر ماخ پایین با معادله حالت واندروالس توسعه یافته و هیچ گونه مرتبه بندی بر روی فشار ندارد.

فرض ضریب پخش متغیر در انتقال حرارت مسایل مهندسی کاربرد زیادی دارد. کوره‌ها، مشعل‌های متخلخل، دریافت کننده‌های حجمی انرژی خورشید و عایق‌های فیبری و فوم چند نمونه از این کاربردها در حضور تشعشع می‌باشند [۱۴-۱۳]. در برخی از مسایل جابجایی مانند مبدل‌های حرارتی و سیستم‌های خنک‌کاری نیز استفاده نکردن از ضریب پخش متغیر خطای غیرقابل قبولی را به‌دنبال دارد [۱۶-۱۵]. ثابت آرامش یک پارامتر کلیدی در روش شبکه بولتزمن حرارتی می‌باشد که البته متاثر از ضریب پخش است. این پارامتر به نوعی بر روی تکامل توابع توزیع در طول زمان اثر می‌گذارد. جهت تداوم مزیت‌های روش شبکه بولتزمن (شبیه پخش- برخورد) نیاز هست تا شبکه یکنواخت باشد. در سال ۲۰۰۶ میلادی، گوپتا و همکاران [۱۷] روش شبکه بولتزمن را برای یک مساله انتقال حرارت یک‌بعدی با ضریب هدایت متغیر توسعه دادند. قبل از این بررسی، تمامی تحلیل‌هایی که با روش شبکه بولتزمن انجام شده بود فرض خواص ثابت داشتند. گوپتا و همکاران فرض کردند که ثابت آرامش با دما تغییر کند. ایده اساسیِ چگونگی محاسبه تغییرات ضریب پخش با دما در مطالعه حاضر، از مقاله هاژی و مارکوس [۱۸] گرفته شده است. آن‌ها روش شبکه بولتزمن را جهت شبیه‌سازی جریان سیال فوق بحرانی به‌کار گرفته‌اند. ضریب پخش حرارتی نزدیک نقطه بحرانی با دما تغییر می‌کند. در سال ۲۰۱۳ میلادی ورمزیار و بازارگان [۱۹] مدلی را در روش شبکه بولتزمن توسعه دادند که توانایی شبیه‌سازی تغییرات خواص را در شرایط غیرخطی شدید دارا می‌باشد. در مدل ایشان، بخش متغیر ضریب پخش حرارتی با اضافه‌کردن یک ترم به تابع توزیع تعادلی شبیه‌سازی شده است. با کمک این روش، در قیاس با روش‌های ماکروسکوپیک، اثرات غیرخطی معادله انرژی حذف می‌شود. ترم منبع نیز به‌عنوان یک ترم در سمت راست معادله شبکه بولتزمن درنظر گرفته شده است. در تحقیق حاضر مدلی از شبکه بولتزمن ارایه می‌شود که دارای خطا از مرتبه دو بر روی عدد نادسن می‌باشد که در قسمت بعد تشریح خواهد شد.

نحوه شبیه‌سازی نیروی شناوری را در روش شبکه بولتزمن می‌توان به سه دسته کلی زیر تقسیم نمود:

۱- دسته اول مبتنی بر روش لو [۲۰] می‌باشد. این روش مقدار نیرو را در معادله شبکه بولتزمن به‌صورت زیر پیشنهاد می‌دهد:

$$\tilde{F_i} = -\frac{1}{c_s^2}\omega_i \rho \vec{c}_i.\vec{F}, \tag{۱}$$

که در آن، $\vec{F}$ نیروی حجمی، ω_i ضریب وزنی مربوط به جهت i، c_s سرعت صوت، ρ دانسیته سیال، $\vec{c}_i$ بردار سرعت متناظر با جهت i و $\tilde{F_i}$ اثر نیرو در جهت i شبکه بولتزمن می‌باشد.

۲- دسته دوم بر اساس روش شان و چن [۲۱] است. در این روش اثر نیرو بر روی سرعت میکروسکوپیک، طبق قانون دوم نیوتن، اعمال می‌گردد. به‌عبارت دیگر سرعت ماکروسکوپیک و تعادلی به‌صورت زیر اصلاح می‌شود:

$$\vec{u}(x,t) = \vec{u}'(x,t) + \tau\frac{\vec{F}(x,t)}{\rho}, \tag{۲}$$

$$\vec{u}^{eq}(x,t) = \vec{u}'(x,t) + \tau\frac{\vec{F}(x,t)}{\rho}, \tag{۳}$$

که در آن، τ ثابت آرامش در روش شبکه بولتزمن، $\vec{u}$ سرعت ماکروسکوپیک، $\vec{u}'$ سرعت میکروسکوپیک و $\vec{u}^{eq}$ سرعت متناظر با تابع توزیع تعادلی است.

۳- دسته سوم مبتنی بر روش گو و همکاران [۹] می‌باشد. این روش به‌صورت هم‌زمان هم مقدار نیرو را در معادله شبکه بولتزمن وارد می‌سازد و هم مقدار سرعت‌ها را به‌صورت زیر اصلاح می‌کند:

$$\tilde{F_i} = \left(1-\frac{1}{2\tau}\right)\omega_i\left[\frac{\vec{c}_i-\vec{u}}{c_s^2}+\frac{(\vec{c}_i\,\vec{u})}{c_s^4}\vec{c}_i\right].\vec{F} \tag{۴}$$

$$\vec{u}(x,t) = \vec{u}'(x,t) + \frac{\vec{F}(x,t)}{2\rho} \tag{۵}$$

$$\vec{u}^{eq}(x,t) = \vec{u}'(x,t) + \frac{\vec{F}(x,t)}{2\rho} \tag{۶}$$

با کمک آنالیز چاپمن انسکوگ می‌توان نشان داد که تنها دسته سوم است که دقیقا معادلات ماکروسکوپیک ناویر- استوکس را شبیه‌سازی می‌کند [۹]. دسته‌های اول و دوم دارای خطا می‌باشند که با استفاده از بسط چاپمن انسکوگ می‌توان آن‌ها را محاسبه نمود [۹]. به‌عنوان مثال، مقدار خطای معادله پیوستگی (Err_{Cntnty}) برای دسته اول به‌صورت زیر است:

$$Err_{Cntnty} = -\frac{1}{2}\vec{\nabla}.\vec{F}, \tag{۷}$$

و مقدار خطای معادله ممنتوم (Err_{Mmntm}) نیز به فرمت زیر قابل حصول است:

$$Err_{Mmntm} = -\frac{1}{2}\varepsilon'\frac{\partial\vec{F}}{\partial t_1} + \left(\tau-\frac{1}{2}\right)\vec{\nabla}.\left(\vec{u}\vec{F}+\vec{F}\vec{u}\right), \tag{۸}$$

که در آن، ε' پارامتری است‌که در بسط چاپمن انسکوگ متغیرها حول آن بسط داده می‌شوند. خطای دسته اول و دوم ممکن است در پاره‌ای از مسایل چندان اهمیت نداشته باشد. به‌عنوان مثال در مورد جریان پوازیه، با فرض اینکه گرادیان فشار به‌عنوان نیرو در معادله ممنتوم اثر بگذارد، می‌توان گفت که ترم نیرو در زمان و مکان ثابت است و لذا خطای دسته اول صفر خواهد بود.

در ادامه‌ی شرط مرزی‌های هیدرودینامیکی معرفی شده توسط سوشی [۱۰] و سکوپ [۲۲]، محمد [۲۳] مرور خوبی بر روی شرط مرزی‌های متعارف روش شبکه بولتزمن داشته است. مقالاتی نیز در این میان وجود دارند که شروط مرزی را با دقت‌های بالاتر، کاربردهای وسیع‌تر و یا مورد استفاده در هندسه‌های پیچیده‌تر ارایه کرده‌اند. از آن جمله می‌توان به مطالعه چن [۲۴] اشاره کرد که به‌معرفی روش برون یابی پرداخته است. این روش به‌لحاظ دقت و مرتبه خطا شبیه به روش بازگشت مرتبه دوم می‌باشد. به‌علاوه که این شرط مرزی امکان استفاده شدن در حالات فشار ثابت و سرعت ثابت بر روی مرز را نیز فراهم می‌آورد. از جمله شروط مرزی دیگری که امکان استفاده شدن در شرایط فشار ثابت و سرعت ثابت را ممکن می‌سازد به پژوهش‌های زیر می‌توان اشاره نمود. ژو و هی [۲۵] با نگارش معادلات ماکروسکوپیک بر اساس متغیرهای میکروسکوپیک بر روی مرز، سعی در محاسبه مقادیر مجهول مرز داشتند. دستگاه معادلات ایشان با لحاظ کردن قانون بازگشت بر روی قسمت غیر تعادلیِ تابع توزیع، بسته می‌شود. اینامورو و همکاران [۲۶] نیز با فرض یک سرعت اصلاحی روشی را با کمک از معادلات ماکروسکوپیک ارایه نمودند. هر دو این روش‌ها دارای خطایی از مرتبه دوم بر

روی مکان بوده و از دقت بالایی برخوردار می‌باشند. لات و همکاران [۲۷] بر روی دسته‌ای از شروط مرزی کار کرده‌اند که خطای آن‌ها از مرتبه سه بر روی مکان می‌باشد. البته این افزایش دقت شرط مرزی، باعث کاهش پایداری مساله می‌شود. همه شروط مرزی پیشنهادی، در مسایلی که نیروی حجمی درون سیال فعال باشد دچار گسستگی بر روی دیواره خواهند شد. در قسمت چهارم این مقاله، مدلی پیشنهاد می‌شود که شرایط نیروی درون میدان را می‌بیند و از پرش سرعت بر روی دیواره جلوگیری می‌کند.

در بخش پنجم نتایج مدل‌های معرفی شده در چند نمونه مساله مختلف به تفصیل مورد ارزیابی قرار گرفته است. نهایتا به‌کمک الگوریتم فیلتراسیون فشاری جریان جابجایی آزاد سیال فوق‌بحرانی تحت شرایط ریزگرانش شبیه‌سازی شده است.

۲- کاهش خطا در شبیه‌سازی تغییرات ضریب پخش

بر اساس روش شبکه بولتزمن حرارتی ارایه‌شده توسط نویسندگان این مقاله [۱۱, ۱۹]، می‌توان تابع برخورد در جهت i (Ω_i) را به‌صورت زیر تغییر داد به‌طوری که $-t_i\delta j_{ST}$ وظیفه شبیه‌سازی ترم منبع را به‌عهده دارد:

$$\Omega_i = g_i\left(x+\vec{c}_i, t+1\right) - g_i\left(x,t\right) - \omega_i \delta j_{ST}, \qquad (۹)$$

که در آن، g_i تابع توزیع احتمال در جهت i با هدف مدل‌سازی معادله انرژی می‌باشد. همچنین تقریب BGK[۱] به صورت زیر اصلاح می‌شود:

$$\Omega_i = -\frac{1}{\lambda}\left(g_i - g_i^{eq}\right) + \omega_i \vec{c}_i . \delta\vec{j}_{CT}, \qquad (۱۰)$$

که در آن، $\delta\vec{j}_{CT}$ تابع اصلاح‌کننده خطای شبکه بولتزمن، g_i^{eq} تابع توزیع تعادلی در جهت i و λ ثابت آرامش در شبکه بولتزمن حرارتی است. تابع توزیع تعادلی نیز به‌صورت زیر پیشنهاد می‌گردد:

$$g_i^{eq} = \omega_i\left(T + \frac{1}{c_s^2}T\vec{c}_i.\vec{u} - \frac{D}{c_s^2}\vec{c}_i.\vec{\nabla}T\right), \qquad (۱۱)$$

که در آن، D قسمت متغیر ضریب پخش و T دما است. با تعریف $\alpha = \alpha_0 + D$، که در آن α_0 ثابت و D متغیر است، و با کمک آنالیز چاپمن انسکوگ که توسط لات [۲۸] به‌طور کامل توضیح داده شده است، معادله انرژی به‌شکل زیر محاسبه می گردد:

$$\partial_t\left(T\right) + \vec{\nabla}.\left(T\vec{u}\right) = \vec{\nabla}.\left[\alpha\vec{\nabla}T\right] + \underbrace{\varepsilon'\,\vec{\nabla}.\left[\frac{\alpha_0}{c_s^2}\partial_t\left(T\vec{u} - D\vec{\nabla}T\right)\right]}_{\text{unwanted term}} - \qquad (۱۲)$$

$$\underbrace{\varepsilon'\,\vec{\nabla}.\left[\lambda c_s^2\delta\vec{j}_{CT}^{\,1}\right]}_{\text{correction term}} - \underbrace{\varepsilon'\,\delta j_{ST}^{1}}_{\textit{source term}} + \mathcal{O}\left(\varepsilon'^2\right).$$

رابطه (۱۲) معادله پخش- جابجایی را با ضریب پخش متغیر α نشان می‌دهد. علاوه بر آن یک ترم خطا تحت عنوان ترم ناخواسته[۲] و یک ترم اصلاح‌کننده[۳] در معادله ظاهر شده‌اند. جهت کاهش خطا در حل گذرا می‌توان ترم اصلاح‌کننده $\delta\vec{j}_{CT}^{\,1}$ را براساس معادله زیر انتخاب کرد:

$$\left[\frac{\alpha_0}{c_s^2}\partial_t\left(T\vec{u} - D\vec{\nabla}T\right)\right] - \left[\lambda c_s^2\delta\vec{j}_{CT}^{\,1}\right] = 0, \qquad (۱۳)$$

که به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\delta\vec{j}_{CT} = \frac{1}{c_s^2}\left(1-\frac{1}{2\lambda}\right)\left(\underbrace{\varepsilon'\partial_t\rho\vec{u}}_{\left(\vec{j}_{CT}\right)_1} - \underbrace{\varepsilon'\partial_t D\vec{\nabla}\rho}_{\left(\vec{j}_{CT}\right)_2}\right), \qquad (۱۴)$$

که در آن، $(\vec{j}_{CT})_1$ به مشتق زمانی بر روی حاصل ضرب سرعت و دما وابسته است و $(\vec{j}_{CT})_2$ دارای مشتق مکانی و زمانی بر روی دما می‌باشد. می‌توان مشتق بردار سرعت بر روی زمان را با تقریب $0\left(\varepsilon^2\right)$ به‌صورت زیر محاسبه کرد:

$$\varepsilon'\partial_t\vec{u} = \vec{u}\left(t+1\right) - \vec{u}\left(t\right) + O\left(\varepsilon'^2\right), \qquad (۱۵)$$

و همچنین می‌توان مقدار مشتق دما بر روی زمان را نیز به فرم زیر تخمین زد:

$$\varepsilon'\partial_t T = -\frac{1}{\lambda\omega_0}\varepsilon' g_0^1. \qquad (۱۶)$$

در نهایت، رابطه (۱۴) به‌صورت زیر اصلاح خواهد شد:

1- Bhatnagher-Gross-Krook

2- Unwant Term

3- Correction Term

$$\delta \vec{j}_{CT} = \frac{1}{c_s^2}\left(1-\frac{1}{2\lambda}\right) \left[T\left(\vec{u}(t+1)-\vec{u}(t)\right)-\frac{\vec{u}(t)}{\lambda\omega_0}\varepsilon' g_0^1\right]+ \frac{1}{c_s^2}\left(1-\frac{1}{2\lambda}\right)\left[D\vec{\nabla}\left(\frac{1}{\lambda\omega_0}\varepsilon' g_0^1\right)+O\left(\varepsilon'^2\right)\right]. \quad (۱۷)$$

علاوه بر آن، می‌توان ادعا نمود که ترم $D\vec{\nabla}\left(\frac{1}{\lambda t_0}\varepsilon f_0^1\right)$ نیز از $O\left(\varepsilon^2\right)$ می‌باشد چرا که $\vec{\nabla}=\varepsilon\vec{\nabla}_1$. بنابراین، می‌توان معادله (۱۷) را به‌صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\delta \vec{j}_{CT} = \frac{1}{c_s^2}\left(1-\frac{1}{2\lambda}\right) \left(\rho\left(\vec{u}(t+1)-\vec{u}(t)\right)-\frac{\vec{u}(t)}{\lambda\omega_0}\varepsilon' g_0^1+O\left(\varepsilon'^2\right)\right). \quad (۱۸)$$

۳- شرط مرزی مدل حاضر

برای برقراری شرط مرزی دیریشله در شبکه بولتزمن حرارتی، فلاکس در تمام جهات به‌صورت زیر برابر فرض می‌شود:

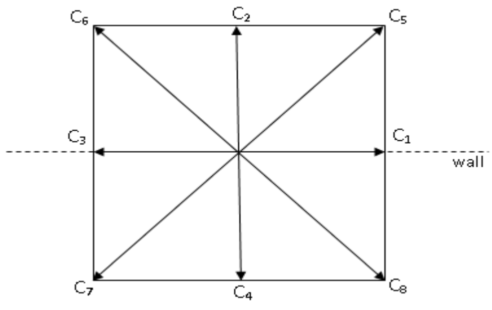
$$g_i - g_i^{eq} = g_j - g_j^{eq} \quad (۱۹)$$

در اینجا، i نشان دهنده جهت ذراتی است که به داخل میدان حل باز می‌گردند. j به قرینه جهت i اطلاق می‌شود. برای نودهای دیواره، بالانس فلاکس را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$g_i = (\omega_i + \omega_j)T_w - g_i^{eq}, \quad (۲۰)$$

که در آن، T_w دمای دیواره می‌باشد. برای شرط مـرزی عـایق، مقادیر تابع توزیع بر روی نودهای مرزی از روی مقادیر متناظر آن در نزدیک‌ترین نود داخلی محاسبه می‌شوند.

شکل ۱، مدل شبکه بر روی مرز بالا را نشان می‌دهد. بر این اساس مجهولات مربوط به شرط مرزی هیدرودینامیکی f_4 و f_5 و f_8 و ρ می‌باشند.



شکل (۱): مدل شبکه D2Q9 بر روی مرز پایین.

حضور نیروی خارجی در روابط منجر به ایجاد یک سرعت پرش بر روی دیواره می گردد. در این مطالعه جهت حذف این سرعت، از مدل مرجع [۲۹] بهره گرفته شده است. برای این منظور معادلات حاکم بر مساله را به‌صورت زیر می‌توان تعریف نمود:

$$\begin{aligned} f_4+f_7+f_8 &= \rho-\left(f_0+f_1+f_2+f_3+f_4+f_5+f_6\right),\\ f_4+f_7+f_8 &= f_2+f_5+f_6-\rho u_y+\frac{F_y}{2},\\ f_3+f_6+f_7 &= f_1+f_5+f_8-\rho u_x+\frac{F_x}{2}. \end{aligned} \quad (۲۱)$$

با توجه به معادلات (۲۱) می‌توان مقدار دانسیته را به‌صورت زیر محاسبه کرد:

$$\rho = \frac{f_0+f_1+f_3+2\left(f_2+f_5+f_6\right)+F_y/2}{1+u_y}. \quad (۲۲)$$

جهت استخراج مجهولات می‌بایست یک معادله دیگر به دستگاه فوق اضافه نمود. برای این منظور از پیشنهاد ژو و هی [۲۵] استفاده می‌شود. ایشان از شرط مرزی بازگشت بر روی قسمت غیرتعادلی تابع توزیع استفاده می‌کنند ($f_2-f_2^{eq}=f_4-f_4^{eq}$). بر اساس دستگاه معادلات فوق، می‌توان مجهولات را با لحاظ حذف سرعت پرش بر روی دیواره به‌صورت زیر محاسبه نمود:

$$\begin{aligned} f_4 &= f_2-\frac{2}{3}\rho u_y,\\ f_7 &= f_5+\frac{1}{2}\left(f_1-f_3\right)-\frac{1}{6}\rho u_y-\frac{1}{2}\rho u_x+\frac{F_x}{4}+\frac{F_y}{4},\\ f_8 &= f_6-\frac{1}{2}\left(f_1-f_3\right)-\frac{1}{6}\rho u_y+\frac{1}{2}\rho u_x-\frac{F_x}{4}+\frac{F_y}{4}. \end{aligned} \quad (۲۳)$$

۴- نتایج و بحث

در این قسمت سه مثال مورد بررسی قرار می‌گیرد. اولین مورد، بررسی اثرات شرط مرزی حاضر در جریان پوازیه می‌باشد. در این قسمت مرتبه خطا به‌همراه مقدار خطا نشان داده می‌شود. در بخش بعد، تاثیر شرط مرزی جدید در پایداری حل تا رایلی‌های بالا گزارش می‌شود. مثال مورد بررسی در این بخش جریان رایلی بنارد می‌باشد. در قسمت

بعد، از معادلات فیلترشده فشاری جهت شبیه‌سازی جریان جابجایی آزاد سیال فوق‌بحرانی درون حفره استفاده شده است.

۱-۴- جریان پوازیه

از آنجایی که حل تحلیلی جریان کانال با اعمال نیروی ناشی از توزیع فشار شناخته شده است، می‌توان از آن جهت محاسبه خطای شرط مرزی حاضر استفاده نمود. حل دقیق جریان تراکم‌ناپذیر پوازیه برابر است با:

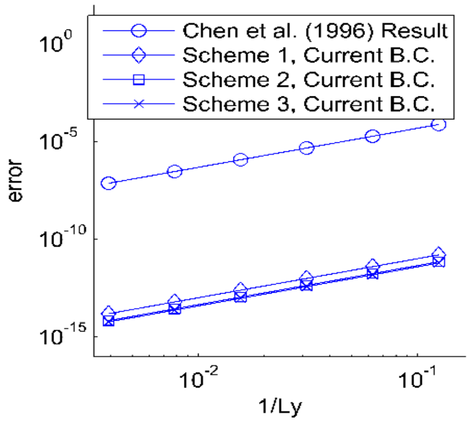
$$U = u_0\left(1-\left(\frac{y}{L}\right)^2\right), \qquad (۲۴)$$

که در آن، $u_0 = FL^2/(\rho\upsilon)$ نیروی محرک جریان و υ ویسکوزیته سینماتیکی می‌باشد. عرض کانال برابر 2L است. عرض کانال از مقدار L_y=۸ تا L_y=۲۵۶ درنظر گرفته شد. برای هر مدل، عدد رینولدز Re=u_0L/υ ثابت نگه داشته می‌شود. از آنجایی که ویسکوزیته تنها به τ وابسته است، مقدار u_0L ثابت می‌باشد. برای این منظور مقدار نیرو با دو برابر شدن L یک هشتم می‌شود. مقدار اولیه دانسیته برابر ۲/۷ لحاظ شده است. سرعت بر روی مرز بالا و پایین بر اساس مدل حاضر برابر صفر خواهد بود. شرط مرزی پریودیک برای مرزهای دیگر اعمال گردید. مقدار خطا با استفاده از رابطه زیر محاسبه شد:

$$err = \sqrt{\sum_i (u_i - U_i)^2 / N_n}, \qquad (۲۵)$$

که در آن، U سرعت تحلیلی می‌باشد و N_n تعداد نودی است که در محاسبه خطا دخیل بوده‌اند. مقادیر سرعت محاسباتی و تحلیلی با سرعت مرکز بی‌بعد شده است. شکل **۲**، نتایج مقادیر خطای محاسبه شده برای حالات مختلف ابعاد کانال می‌باشد. این نتایج با نتایج شی‌چن و همکاران [۲۴] مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود مقدار خطای مدل حاضر حدود ۶ مرتبه از مقدار خطای روش برون یابی مرجع مذکور پایین‌تر است. دلیل این موضوع حذف پرش مقدار نیرو بر روی دیواره می‌باشد. همچنین، خطای مدل حاضر نسبت به مکان دارای تقریب مرتبه دو است.

همان‌طور که در شکل **۲** نشان داده شده است الگوهای مختلف شبیه‌سازِ نیرو، خطای تقریبا مشابهی در شبیه‌سازی دارند. این موضوع نشان‌دهنده آن است که خطای ناشی از شرط مرزی در شبیه‌سازی جریان پوازیه بیش از خطای معادله شبکه بولتزمن می‌باشد.



شکل (۲): خطای ناشی از مدل شبکه بولتزمن در جریان پوازیه و مقایسه با مرجع [۲۴].

۲-۴- جریان رایلی بنارد

مساله جابجایی آزاد رایلی بنارد در حالت پایا با شرط مرزی حاضر مورد بررسی قرار گرفت. جهت حصول حل مستقل از شبکه، اندازه شبکه از ۶۱×۳۱ تا ۳۰۱×۱۵۱ تغییر داده شد. مشاهده گردید تغییرات در شبکه‌های ریزتر از ۲۲۱×۱۱۱ تاثیر گذار در نتایج نمی‌باشند. لذا تمامی حل‌ها بر پایه تعداد شبکه ۲۲۱×۱۱۱ انجام شده است. عدد پرانتل ۰/۷۱ فرض می‌گردد. روند افزایش گام‌به‌گام عدد رایلی مانند مثال مشابه در فصل قبل می‌باشد.

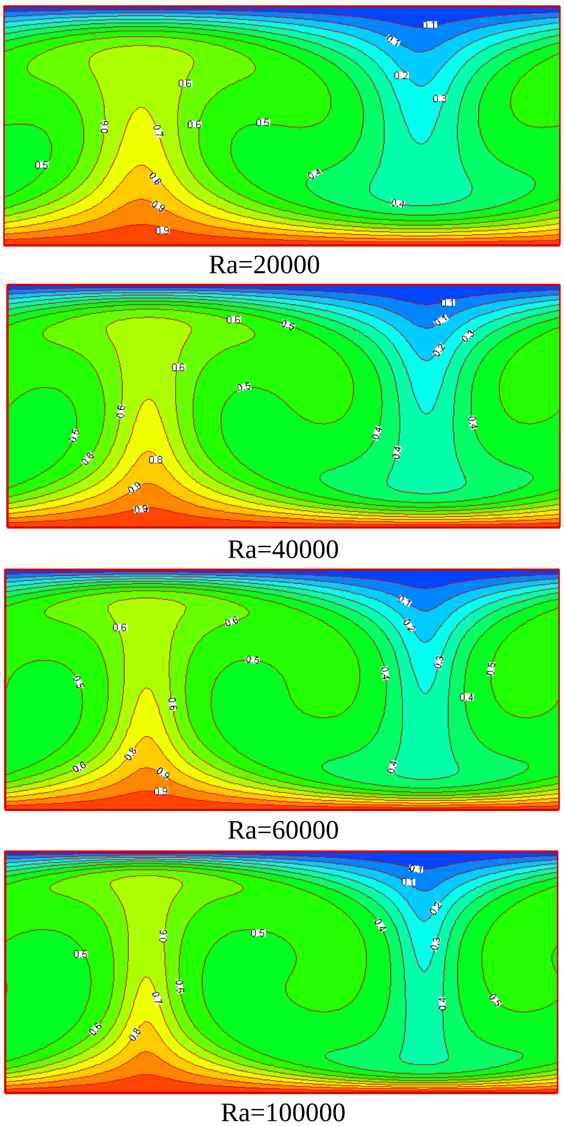
مقدار عدد نوسلت برای حالت پایدار و ضریب پخش ثابت و با تغییر الگوهای شبیه‌سازی نیرو، که در مقدمه توضیح داده شده‌اند، در جدول **۱** مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج با مقادیر محاسبه شده توسط رابطه تجربی مرجع [۳۰] به‌صورت زیر قیاس گردید.

$$Nu=۱/۵۶\times(Ra/Rc)^{۰/۲۹۶}$$

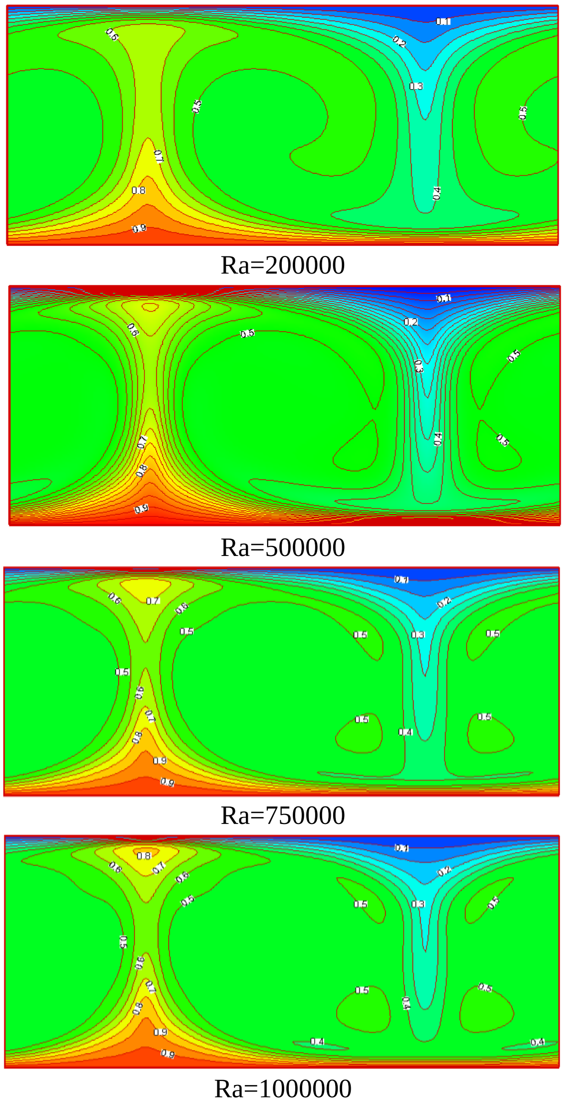
فرض این رابطه آن است‌که جریان ماخ پایین و آرام می‌باشد. مقادیر برای رایلی ۲۵۰۰۰ و ۵۰۰۰۰ در جدول **۱** نشان داده شده است. رایلی بحرانی ۱۷۰۷ فرض شد. مشاهده می‌شود مقادیر الگوی سوم نیرو با مدل شرط مرزی حاضر کمترین خطا را دارا می‌باشند. الگوی دوم نیرو خطای بسیار زیادی را برای مساله جابجایی آزاد دارد، لذا این الگو، مدل مناسبی برای شبیه‌سازی جریان جابجایی آزاد که نیروی حجمی در زمان و مکان تغییر می‌کند نیست. خطای ناشی از الگوی اول

نیرو در رایلی ۲۵۰۰۰ چندان موثر نمی‌باشد و می‌تواند به‌عنوان الگوی شبیه‌ساز مورد استفاده قرار گیرد. لیکن به‌نظر می‌رسد خطا با افزایش عدد رایلی به‌صورت فزاینده‌ای افزایش پیدا کند. در این جدول، الگوی سوم شبیه‌ساز نیرو تحت شرایط مختلف شرط مرزی مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حاکی از آن است که مدل حاضر شرط مرزی، دارای کمترین خطا می‌باشد.

خطوط دما ثابت برای محدوده وسیعی از عدد رایلی در شکل‌های **۳** و **۴** نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود با افزایش عدد رایلی لایه مرزی حرارتی نازک‌تر می‌شود.

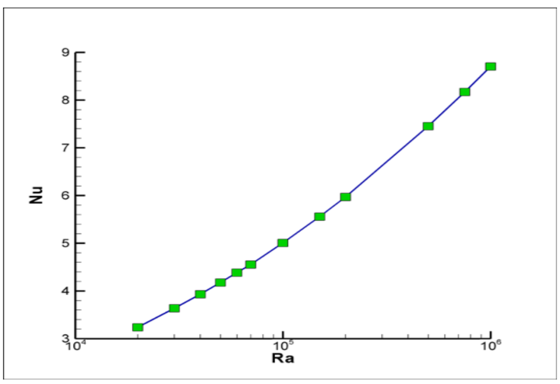


شکل (۳): خطوط دما ثابت دوبعدی تحت شرایط پایا برای طیف وسیعی از اعداد رایلی.



شکل (۴): خطوط دما ثابت دوبعدی تحت شرایط پایا برای محدوده وسیعی از اعداد رایلی.

عدد نوسلت محاسبه شده برای حالات مختلف شکل‌های **۳** و **۴** در شکل **۵** نشان داده شده است.



شکل (۵): عدد نوسلت محاسبه شده بر اساس اعداد رایلی مختلف.

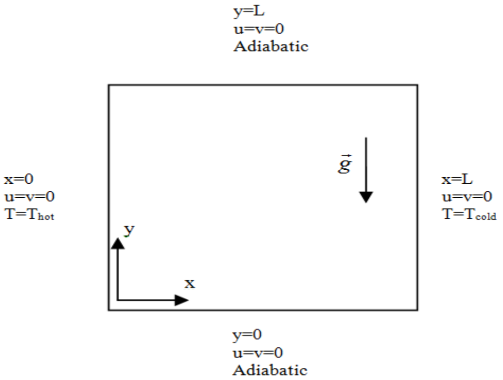
شان [۳۱] مساله مشابهی را با شرط مرزی بازگشت، شبیه‌سازی نموده است. او نیز با استفاده از افزایش گام‌به‌گام عدد رایلی، شبیه‌سازی جریان رایلی بنارد را انجام داده است. نتایج او نشان می‌دهد وقتی عدد رایلی بزرگ‌تر از ۳۰۰۰۰ می‌شود، نوساناتی در حل پدیدار می‌گردد که پاسخ را از حالت پایا خارج می‌نمایند. گزارش شان این موضوع را ناشی از شرط مرزی می‌داند. نتایج حاضر نیز موید این مطلب است. با شرط مرزی حاضر، نتایج شبیه‌سازی برای جریان با اعداد رایلی تا $۱۰^{۶}$ پایدار است.

جدول (۱): مقایسه عدد نوسلت محاسبه‌شده با استفاده از مدل حاضر و رابطه تجربی.

عنوان روش ها	عدد نوسلت (Nu)	
	Ra=۲۵۰۰۰	Ra=۵۰۰۰۰
$۱/۵۶\times(Ra/Rc)^{۰/۲۹۶}$	۳/۴۵۲	۴/۲۳۸
الگوی سوم شبیه‌ساز نیرو شرط مرزی بازگشت مرتبه اول	۳/۳۱۲	۴/۰۴۷
الگوی سوم شبیه‌ساز نیرو شرط مرزی بازگشت مرتبه دوم	۳/۳۶۴	۴/۱۱۳
الگوی اول شبیه‌ساز نیرو شرط مرزی حاضر	۳/۲۸۷	۴/۰۹۴
الگوی دوم شبیه‌ساز نیرو شرط مرزی حاضر	۳/۶۷۵	۴/۵۱۴
الگوی سوم شبیه‌ساز نیرو شرط مرزی حاضر	۳/۴۴۶	۴/۲۲۹

۴-۳- جریان جابجایی آزاد سیال فوق بحرانی درون حفره

در این مساله، هندسه درنظر گرفته شده یک مربع می‌باشد که دیواره‌های $x = 0$ و $x = L$ به‌ترتیب گرم و سرد با دمای معلوم می‌باشند. دیواره‌های دیگر تحت شرایط آدیاباتیک هستند. هندسه و شروط مرزی در شکل ۶ نشان داده شده است.



شکل(۶): شماتیکی از هندسه و شرایط مرزی.

سیال CO_2 فرض شده و در ابتدا تحت سکون است. تعادل حرارتی با دمای T_0 برقرار است. این دما کمی بالاتر از دمای بحرانی (T_c) به‌صورت زیر است:

$$T_0 = (1+\varepsilon)T_c, \tag{۲۶}$$

که در آن، ε یک پارامتر بی‌بعد می‌باشد و میزان انحراف از دمای بحرانی را نشان می‌دهد $(\varepsilon << 1)$. میانگین دانسیته ρ_0 برابر با دانسیته بحرانی لحاظ شده است. هنگامی‌که شبیه‌سازی شروع می‌شود، دمای دیواره راست به اندازه ΔT_h گرم می‌شود ($T_0 + \Delta T_h$). این مقدار در حد چند میلی‌کلوین می‌باشد. متقابلا دیواره چپ نیز با سرعتی بسیار کم و به‌اندازه ΔT_c سرد می‌شود ($T_0 - \Delta T_c$). این مقدار نیز در حد چند میلی‌کلوین خواهد بود. دما و دانسیته بحرانی برای گاز CO_2 به‌صورت زیر است.

$$T_C=304.13\ K, \qquad \rho_c = 468\frac{kg}{m^3}. \tag{۲۷}$$

مقدار ضریب هدایت حرارتی (k)، ظرفیت حرارتی (c_p) و لزجت (μ) برای سیال CO_2 نزدیکی نقطه بحرانی به‌صورت زیر تغییر می‌کند [۱۲].

$$k = 0.01\left[1+0.75(T/T_c-1)^{-0.5}\right], \tag{۲۸}$$

$$c_p = 472.15\gamma\left[1+(\gamma-1)/(\gamma\varepsilon)\right], \tag{۲۹}$$

$$\mu = 3.44\times10^{-5}, \tag{۳۰}$$

که در آن، $\gamma = 1.4$ می‌باشد. ضریب انبساط حجمی نیز به‌صورت زیر فرض می‌شود [۱۲].

$$\beta = 2/(3T_c\varepsilon). \tag{۳۱}$$

عدد رایلی برای سیال فوق بحرانی نیز به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Ra^c = \Pi \ g \ \ pr \ \left(\frac{\rho_c}{\mu_0}\right)^2 L^3 \frac{\Delta T_h}{T_0}, \qquad (۳۲)$$

که در آن، $\Pi = \dfrac{2\varepsilon^{-1}(\gamma + (\gamma-1)\ \varepsilon^{-1})}{3\gamma\ (1+0.75\ \varepsilon^{-0.5})}$، g شتاب جاذبه زمین، ρ_c چگالی در نزدیک نقطه بحرانی و μ_0 لزجت دینامیکی دور از نقطه بحرانی می‌باشد. عدد پرانتل و نوسلت نیز به‌صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$pr = k / \left(\rho c_p\right), \qquad (۳۳)$$

$$Nu = \frac{1}{2\Delta T}\int_0^L \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0,L} dx. \qquad (۳۴)$$

جهت شبیه‌سازی مساله حاضر از فیلتراسیون فشاری استفاده شده است. تحت این شرایط، متغیر فشار در مرتبه‌های مختلف به‌صورت زیر بسط داده می‌شود:

$$P_{tot}\left(\vec{x},t\right) = P_{th}\left(t\right) + P_{hs}\left(\vec{x}\right) + p\left(\vec{x},t\right), \qquad (۳۵)$$

که در آن، $\vec{x}$ مختصات مکانی و t زمان است. در رابطه فوق، $p\left(\vec{x},t\right)$ فشار استاتیکی است که برای بالانس اینرسی و تغییر نیروهای خارجی در زمان است و تنها در معادلات ممنتوم دیده می‌شود. $P_{th}\left(t\right)$ فشار ترمودینامیک است، این فشار بر روی مکان همگن است و فشار هیدرواستاتیک $P_{hs}\left(\vec{x}\right)$ به‌نوعی برای بالانس طبقه‌بندی اولیه دانسیته می‌باشد. چنین تفکیکی در اثر تخمین معادلات ناویر استوکس تراکم‌پذیر در شرایط عدد ماخ پایین معتبر می‌باشد.

الگوریتم حل در هر گام زمانی به‌صورت زیر است:

۱- مقدار فشار هیدرواستاتیک از روی گرادیان دانسیته اولیه قابل محاسبه است،

۲- معادله شبکه بولتزمن با فرض ماخ پایین جهت محاسبه توزیع سرعت و فشار استاتیک ($p\left(\vec{x},t\right)$) به‌کار گرفته شد. دانسیته در این قسمت بر مبنای فرض اولیه وارد شده است و تنها می‌بایست جمله $\upsilon\vec{\nabla}.\left(\vec{\nabla}\vec{u}\right)/3$ در کنار جمله لزجت لحاظ شود. نیروی شناوری می‌بایست در این قسمت اعمال شود،

۳- معادله شبکه بولتزمن حرارتی خواص متغیر، به‌همراه کار تراکم، جهت محاسبه دما استفاده گردید،

۴- مقدار فشار ترمودینامیک $P_{th}\left(t\right)$ بر اساس بقای جرم درون حجم حفره به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\int_V \rho dV = M_{total} \qquad (۳۶)$$

که در آن M_{total} جرم کل سیال درون حفره و V حجم می‌باشد. معادله حالت نیز به فرمت زیر می‌باشد:

$$P_{th}\left(t\right) + P_{hs}\left(x\right) = \frac{\rho RT}{1-b\rho} - a\rho^2 \qquad (۳۷)$$

که در آن R ثابت گاز و a و b ثابت‌های مورد نیاز در معادله واندروالس می‌باشد. جهت محاسبه فشار ترمودینامیک با استفاده از معادله (۳۷) نیاز به تعیین مقدار دانسیته به‌صورت صریح نسبت به فشار ترمودینامیک و سایر مقادیر قابل محاسبه می‌باشد. در این مطالعه از روابط آکاری و راسپو [۱۲] استفاده شده است و

۵- مقدار دانسیته بر اساس معادله حالت قابل محاسبه می‌باشد.

در قسمت اول، مدل فوق برای گاز ایده‌آل تحت شرایط ماخ پایین مورد تست قرار می‌گیرد. طول مربع، واحد درنظر گرفته شده است. مقدار دانسیته برابر $\rho_0 = 0.5884\ \ kg / m^3$ می‌باشد. ثابت گاز $R = 287\, {}^{Jkg}\!/\!_{K}$ لحاظ شده است. دمای دیواره گرم و سرد برابر ۰/۶ دمای اولیه تعریف می شود ($\Delta T_h = \Delta T_c = 0.6T_0$). عدد پرانتل برابر با ۰/۷۱ تنظیم شد ($pr = 0.71$). شبیه‌سازی‌ها برای دو مقدار مختلف $Ra=10^5$ و $Ra=10^6$ انجام گردید. هم‌چنین عدد رایلی در این شرایط به‌صورت زیر تعریف شده است:

$$Ra = \Pi \ g \ \ pr \ \left(\frac{\rho_0}{\mu_0}\right)^2 L^3 \frac{\Delta T_h}{T_0} \qquad (۳۸)$$

مقدار میانگین عدد نوسلت که با استفاده از مدل حاضر محاسبه گردید در قیاس با نتایج مراجع در جدول **۲** آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود مدل حاضر با تعداد نود۲۵۶ (N=256) نتایج قابل قبولی را نسبت به نتایج برای $Ra=10^6$ فراهم می‌آورد. این در حالی است که مدل‌های سنتی جهت حصول دقت بالا نیازمند شبکه‌های به مراتب ریزتری می‌باشند. لازم به‌ذکر است که تعداد نود ۲۵۶ به معنای شبکه ۲۵۶×۲۵۶ می‌باشد. می‌توان به این نکته اشاره نمود که مدل حاضر به لحاظ هزینه محاسباتی نیز به مراتب اقتصادی‌تر می‌باشد.

در قسمت دوم به شبیه‌سازی جریان سیال فوق بحرانی درون حفره با استفاده از مدل حاضر خواهیم پرداخت. این حفره حاوی سیال فوق بحرانی CO_2 می‌باشد. عدد رایلی در این شبیه‌سازی برابر Ra_c=۱۰^۵ لحاظ شده است. دمای اولیه سیال یک کلوین از دمای بحرانی بیشتر (T_0-T_c=۱K) می‌باشد. مقدار افزایش دما در دیواره سمت راست یک میلی‌کلوین اعمال گردیده است (ΔT_h =۱ mK).

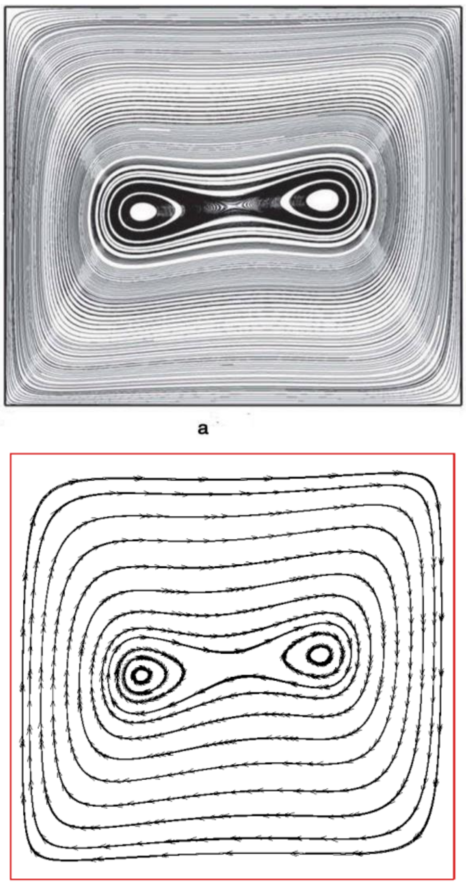
جدول (۲): عدد نوسلت محاسبه شده با مدل حاضر و گزارش شده در مراجع تحت شرایط ایده‌آل.

عنوان روش ها	عدد نوسلت (Nu)	
	Ra=۱۰^۵	Ra=۱۰^۶
نتایج تجربی [۳۲]	۴/۵۱۹	۸/۸۰۰
دینامیک سیالات محاسباتی کلاسیک (N= ۲۰۵۰)[۳۳]	-	۸/۸۵۹۷
دینامیک سیالات محاسباتی کلاسیک (N= ۹۲۵)[۳۴]	-	۸/۸۵۹۸
روش شبکه بولتزمن (N= ۲۵۶) [۳۲]	۴/۵۴۶۳	-
روش شبکه بولتزمن (N= ۵۱۲) [۳۲]	-	۸/۶۵۲
مدل حاضر (N= ۲۵۶)	۴/۵۴۵۳۹	۸/۷۳۲۱۸

به‌دلیل مقدار بالای دانسیته و مقدار پایین ویسکوزیته در نزدیک نقطه بحرانی، جریان جابجایی آزاد تحت شرایط گرانش زمین (g=۹/۸m/s^2) آشفته خواهد بود. این موضوع حتی برای ابعاد کوچک حفره و مقدار بسیار کم گرمایش در دیواره نیز رخ می‌دهد. جهت جلوگیری از شرایط آشفتگی، مقدار گرانش بسیار کوچک انتخاب می‌گردد (شرایط میکرو گرانش). این مقدار به‌صورتی انتخاب می‌گردد که مقدار عدد رایلی از حد جریان آرام تجاوز نکند. نتایج خطوط جریان و توزیع دما در شکل‌های **۷** و **۸** نشان داده شده است. خطوط جریان نشان می‌دهد که دو گردابه در مرکز حفره پدیدار گردیده است و انتقال حرارت جابجایی آزاد تحت تاثیر این دو گردابه می‌باشد. نتایج از منظر کیفی تطابق بسیار خوبی با نتایج آکاری و راسپو [۱۲] دارد.

طبق گزارش آکاری و راسپو مدل‌سازی جریان سیال فوق‌بحرانی به‌دلیل تغییرات شدید خواص با استفاده از روش‌های کلاسیک دینامیک سیالات محاسباتی ناپایدار و پیچیده می‌باشد. حال آن‌که مدل حاضر که بر پایه روش شبکه بولتزمن توسعه داده شده است، ناپایداری مدل‌های ماکروسکوپیک را نداشته و دقت قابل قبولی نیز در شبیه‌سازی دارد.

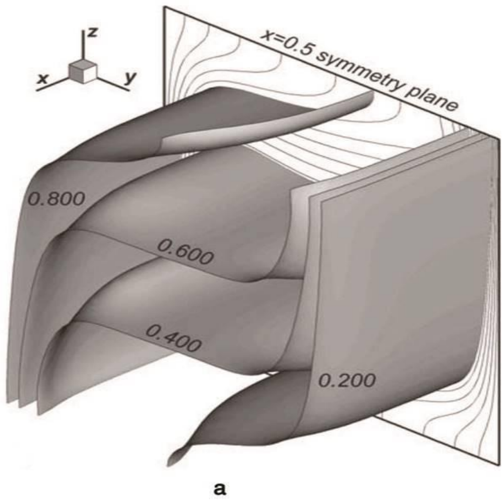
در شکل **۹** مقادیر میانگین عدد نوسلت محاسبه شده بر روی دیوار گرم بر اساس مقدار انحراف از دمای بحرانی نمایش داده شده است. این مقادیر با نتایج مرجع [۳۵] مقایسه گردیده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود مقادیر عدد نوسلت در توافق خوبی با مقادیر عدد نوسلت محاسبه شده توسط حسن و همکاران [۳۵] می باشد. رفتار عدد نوسلت حاکی از آن است که با نزدیک شدن به نقطه بحرانی، مقدار انتقال حرارت به‌شدت افزایش می یابد. این درحالی است که در بازه محدودی در نزدیکی $\varepsilon \approx 5x\,10^{-4}$ جهشی در مقدار انتقال حرارت مشاهده گردیده و از آن به بعد عدد نوسلت با شیب کندی به‌سمت یک مقدار ثابت میل می‌کند.

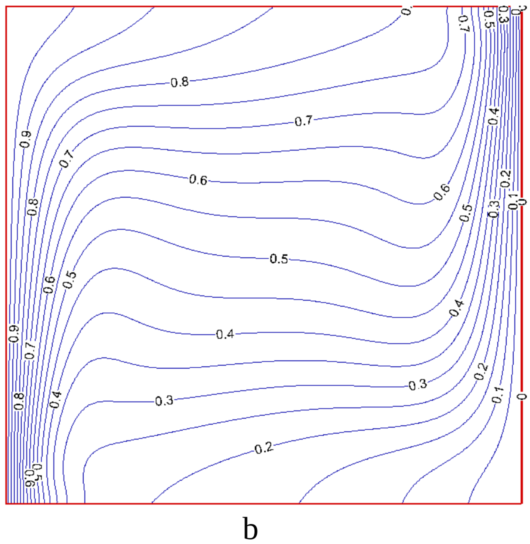

a
b

شکل (۷): خطوط جریان درون حفره پر شده با سیال فوق‌بحرانی تحت شرایط T_0-T_c=1K ,Ra_c=10^5 ,ΔT_h =1mK

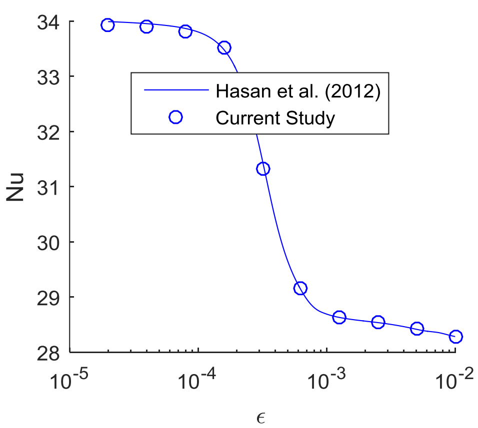
(a): نتایج منتشر شده توسط آکاری و راسپو [۱۲]

(b): نتایج مدل حاضر.





شکل (۸): توزیع دما ($\left(T - T_0\right)/\Delta T_h$) درون حفره پرشده با سیال فوق‌بحرانی تحت شرایط T_0-T_c=۱K , Ra_c=۱۰^۵، ΔT_h =1mK (a) نتایج منتشرشده توسط آکاری و راسپو [۱۲] (b) نتایج مدل حاضر.



شکل (۹): مقایسه عدد نوسلت محاسبه‌شده بر اساس عدد ε در مطالعه حاضر با نتایج حسن و همکاران [۳۵].

۵- نتیجه‌گیری

در خصوص نتایج این تحقیق موارد زیر قابل ذکر است:

- جهت شبیه‌سازی تغییر ضریب پخش حرارتی در روش شبکه بولتزمن پیشنهاد شد که ترم متغیر ضریب پخش در تابع توزیع تعادلی اضافه گردد،
- خطای موجود در مدل پیشنهادی روش شبکه بولتزمن حرارتی بر اساس آنالیز چاپمن انسکوگ محاسبه شد. نشان داده شد که خطای ناشی از ترم اضافه به تابع توزیع تعادلی در روش جدید از مرتبه دوم عدد نودسن و قابل صرف‌نظر کردن است،
- شرط مرزی‌های موجود در روش شبکه بولتزمن، توانایی میرا کردن اثرات پرش نیروی بین مولکولی در نزدیک دیواره را ندارند. در این تحقیق شرط مرزی جدیدی بر پایه روش ژو و هی توسعه داده شده است که توانایی شبیه‌سازی نیرو در نزدیک دیواره با حفظ پیوستگی در متغیرهای مجهول را دارا می‌باشد،
- شرط مرزی پیشنهادی در جریان پوازیه مورد بررسی قرار گرفت. نشان داده شد که این روش، دارای خطایی به‌مراتب کمتر در مساله‌های نیرو محور است. به‌علاوه که نتایج بازگو کننده آن است که مدل حاضر دارای تقریب مرتبه دوم بر روی مکان می‌باشد،
- الگوی سوم شبیه‌ساز نیرو در جریان جابجایی آزاد رایلی بنارد مورد بررسی قرار گرفت. نشان داده شد که مدل پیشنهادی به‌همراه شرط مرزی حاضر کمترین خطا را در میان روش‌های دیگر دارا می‌باشند و
- جهت شبیه‌سازی جریان جابجایی آزاد سیال فوق بحرانی از فیلتراسیون فشاری استفاده شده است. الگوریتم حل و معادلات استفاده شده در این پژوهش توضیح داده شده است. نتایج در تطابق خوبی با نتایج منتشر شده در مراجع می‌باشند.

۶- مراجع

1. Yu, D., Mei, R., Luo, L-S., and Shyy, W. "Viscous Flow Computations with the Method of Lattice Boltzmann Equation", Progress in Aerospace Sciences, Vol. 39, No. 5, pp. 329-67, 2003.

2. Chen, S. and Doolen, GD. "Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows", Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 30, No. 1, pp. 329-64, 1998.
3. Varmazyar, M. and Bazargan, M. "Modeling of Free Convection Heat Transfer to a Supercritical Fluid in a Square Enclosure by the Lattice Boltzmann Method", Journal of Heat Transfer, Vol. 133 No. 2, pp. 022501, 2011.
4. Amiri-Hezaveh, A., Salimi, M.R., Taeibi Rahni, M. "Numerical Analysis of Same Scales Droplet-Particle Interaction inside a Porous Medium, Using Lattice Boltzmann Method", Journal of Fluid Mechanics & Aerodynamics, Vol. 5, No. 2, pp. 1-14, 2016 (in Persian).
5. Alinejad, J. Abolfazli Esfahani, J. "Lattice Boltzmann Simulation and Taguchi Optimization of Magnetic Field Effects on Nanofluid Natural Convection in a Semicircular Enclosure", Journal of Fluid Mechanics & Aerodynamics, Vol. 6 No. 2, pp. 45-59, 2017 (in Persian).
6. Salari, M., Taeibi Rahni, M. and Esfahanian, V. "Numerical Investigation of Flow around Two Elliptical Cylinders with Different Arrangements Confined in a Channel, Using Lattice Boltzmann Method", Journal of Fluid Mechanics & Aerodynamics, Vol. 5, No. 1, pp. 47-64, 2016 (in Persian).
7. He, X. and Luo, L-S. "A Priori Derivation of the Lattice Boltzmann Equation", Physical Review E, Vol. 55, No. 6, pp. R6333, 1997.
8. Varmazyar, M. and Bazargan, M. "Numerical Investigation of the Piston Effect of Supercritical Fluid under Microgravity Conditions Using Lattice Boltzmann Method", Modares Mechanical Engineering, Vol. 17, No. 5, pp. 138-46, 2017, (in Persian).
9. Guo, Z., Zheng, C., and Shi, B. "Discrete Lattice Effects on the Forcing Term in the Lattice Boltzmann Method", Physical Review E. Vol. 65, No. 4, pp. 046308, 2002.
10. Succi, S. "The Lattice Boltzmann Equation: For Fluid Dynamics and Beyond", Oxford university press, London, UK, 2001.
11. Varmazyar, M., Bazargan, M., Moahmmadi, A., and Rahbari, A. "Error Analysis of Thermal Lattice Boltzmann Method in Natural Convection Problems with Varying Fluid Thermal Diffusion Coefficient", Modares Mechanical Engineering. Vol. 16, No. 12, pp. 335-44, 2016 (in Persian).
12. Accary, G. and Raspo, I. "A 3d Finite Volume Method for the Prediction of a Supercritical Fluid Buoyant Flow in a Differentially Heated Cavity", Computers & Fluids. Vol. 35, No. 10, pp. 1316-31, 2006.
13. Chu, H-S. and Tseng, C-J. "Conduction-Radiation Interaction in Absorbing, Emitting, and Anisotropically Scattering Media with Variable Thermal Conductivity", Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 6, No. 3, pp. 537-40, 1992.
14. Talukdar, P. and Mishra, SC. "Transient Conduction and Radiation Heat Transfer with Variable Thermal Conductivity", Numerical Heat Transfer: Part A: Applications, Vol. 41, No. 8, pp. 851-67, 2002.
15. Leal, M., Machado, H. and Cotta, R. "Integral Transform Solutions of Transient Natural Convection in Enclosures with Variable Fluid Properties", Int. J. Heat Mass Trans, Vol. 43, No. 21, pp. 3977-90, 2000.
16. Saravanan, S. and Kandaswamy, P. "Low Prandtl Number Magnetoconvection in Cavities: Effect of Variable Thermal Conductivity", ZAMM- Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, Vol. 80, No. 8, pp. 570-6, 2000.
17. Gupta, N., Gorthi, RC. and Mishra, SC. "Lattice Boltzmann Method Applied to Variable Thermal Conductivity Conduction and Radiation Problems", Journal of thermophysics and heat transfer, Vol. 20, No. 4, pp. 895-902, 2006.
18. Házi, G. and Márkus, A. "Modeling Heat Transfer in Supercritical Fluid Using the Lattice Boltzmann Method", Physical Review E, Vol. 77, No. 2, pp. 026305, 2008.
19. Varmazyar, M. and Bazargan, M. "Development of a Thermal Lattice Boltzmann Method to Simulate Heat Transfer Problems with Variable Thermal Conductivity", Int. J. Heat Mass Trans, Vol. 59, No., pp. 363-71, 2013.
20. Luo, LS. "Lattice-Gas Automata and Lattice Boltzmann Equations for Two-dimensional Hydrodynamics", School of Physics, Georgia Institute of Technology, 1993.
21. Shan, X. and Chen, H. "Simulation of Non-ideal Gases and Liquid-Gas Phase Transitions by the Lattice Boltzmann Equation", Physical Review E, Vol. 49, No. 4, pp. 2941, 1994.
22. Sukop, M.C. and Thorne, DT. "Lattice Boltzmann Modeling: An Introduction for Geoscientists and Engineers", Springer Berlin, 2007.
23. Mohamad, A.A. "Lattice Boltzmann Method: Fundamentals and Engineering Applications with Computer Codes", Springer Science & Business Media, London, United Kingdom, 2011.
24. Chen, S., Martinez, D. and Mei, R. "On Boundary Conditions in Lattice Boltzmann Methods", Physics of Fluids, Vol. 8, No. 9, pp. 2527-36, 1996.
25. Zou, Q. and He, X. "On Pressure and Velocity Boundary Conditions for the Lattice Boltzmann

Bgk Model”, Physics of Fluids, and Vol. 9, No. 6, pp. 1591-8, 1997.

26. Inamuro, T., Yoshino, M., Ogino, F. "A Non- Slip Boundary Condition for Lattice Boltzmann Simulations”, Physics of Fluids, Vol. 7, No. 12, pp. 2928-30, 1995.
27. Latt, J., Chopard, B., Malaspinas, O., Deville, M., and Michler, A. "Straight Velocity Boundaries in the Lattice Boltzmann Method”, Physical Review E, Vol. 77, No. 5, p. 056703, 2008.
28. Latt, J. "Hydrodynamic Limit of Lattice Boltzmann Equations”, University of Geneva, Geneva, Switzerland , 2007.
29. Varmazyar, M., Mohammadi, A., and Bazargan, M. "Buoyancy Term Evolution in the Multi Relaxation Time Model of Lattice Boltzmann Method with Variable Thermal Conductivity, Using a Modified Set of Boundary Conditions”, International Journal of Engineering. Vol. 30, No. 9, pp. 1408-16, 2017.
30. Clever, R. and Busse, F. "Transition to Time-Dependent Convection”, Journal of Fluid Mechanics. Vol. 65, No. 04, pp. 625-45, 1974.
31. Shan, X. "Simulation of Rayleigh-Bénard Convection Using a Lattice Boltzmann Method”, Physical Review E., Vol. 55, No. 3, pp. 2780, 1997.
32. de Vahl Davis, G. "Natural Convection of Air in a Square Cavity: A Bench Mark Numerical Solution”, International Journal for numerical Methods in Fluids. Vol. 3, No. 3, pp. 249-64, 1983.
33. Becker, R. and Braack, M. "Solution of a Stationary Benchmark Problem for Natural Convection with Large Temperature Difference”, International journal of Thermal Sciences, Vol. 41, No. 5, pp. 428-39, 2002.
34. Heuveline, V. "On Higher- Order Mixed FEM for Low Mach Number Flows: Application to a Natural Convection Benchmark Problem”, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 41, No. 12, pp. 1339-56, 2003.
35. Hasan, N. and Farouk, B. "Buoyancy Driven Convection in Near-Critical and Supercritical Fluids”, Int. J. Heat Mass Trans, Vol. 55, No. 15, pp. 4207-16, 2012.