

# شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ جریان حول پله نامحدود با استفاده از الگوریتم عددی مرتبه بالا

اصغر افشاری<sup>۲</sup>مصطفی اسماعیلی<sup>۱</sup>

دانشکده فنی و مهندسی، دپارتمان مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک، پردیس دانشکده‌های فنی،

دانشگاه تهران، تهران، ایران

دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۵/۲۳؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۲/۲۱)

## چکیده

در مطالعه حاضر، جریان سه‌بعدی، غیر دائم و آشسته حول پله نامحدود با روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ به صورت عددی حل شده است. با توجه به قابلیت مناسب روش تفاضلی فشرده در حل عددی مرتبه بالای جریان تراکم‌پذیر، از این روش برای حل معادلات فیلترشده ناویر-استوکس در مختصات جامع منحنی‌لخت در یک شبکه سازمان یافته چند بلوکی استفاده شده است. به منظور بررسی اثر مدل‌سازی تنش زیر شبکه، از مدل اسماکورینسکی، مدل ویسکوزیته انرژی سینماتیک تعمیم‌یافته (MKEV)، مدل اسماکورینسکی دینامیکی (DSM) و مدل ادی-ویسکوزیته موضعی تطبیق یافته با دیواره (WALE) استفاده شده است. نتایج عددی دربرگیرنده مشخصات عمومی جریان حول پله معکوس، اعم از طول ناحیه جدا شده پشت پله، ضریب اصطکاک، ضریب فشار، پروفیل سرعت متوسط (در جهت جریان اصلی و عمود بر آن) و تنشهای رینولدز است. نتایج شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ در مطالعه فعلی با نتایج آزمایشگاهی و نتایج شبیه‌سازی مستقیم و شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ چاپ‌شده در سایر مراجع مقایسه شده و انطباق بسیار مناسب مشاهده گردید. نتایج نشان می‌دهد که مدل‌های DSM و WALE، مشخصات و جلوه‌های جریان روی پله را با دقت بیشتری (با دقتی نزدیک به شبیه‌سازی عددی مستقیم ارائه‌شده در مراجع نسبت به مدل و MKEV پیش‌بینی کرده‌اند.

**واژه‌های کلیدی:** شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، روش تفاضلی فشرده، حل عددی مرتبه بالا، تنش زیر شبکه

## Large Eddy Simulation of the Flow Over non-confined Backward Facing Step Using High Order Compact Finite Difference Schemes

M. Esmaeili

A. Afshari

Department of Mechanical Engineering,  
Faculty of Engineering, Kharazmi University, Tehran, IranSchool of Mechanical Engineering, College  
of Engineering, University of Tehran, Iran

(Received: 14/August/2019 ; Accepted:10/May/2020)

### Abstract

In the present study, large eddy simulation of unsteady, three-dimensional and turbulent flow over non-confined backward facing step (BFS) is numerically conducted. Due to the capability of the compact differential scheme in high-order solution of the compressible flow, this method is used to solve the filtered Navier-Stokes equations in the generalized curvilinear coordinate using a multi-block structured grid. To study the influence of the sub-grid scale (SGS) stress model, the Smagorinsky model, the MKEV model, the dynamic Smagorinsky model (DSM), and the WALE model are considered. The numerical results include the general characteristics of the flow over BFS such as the reattachment length, friction and pressure coefficients, the mean velocity and the Reynolds stresses. Moreover, the present LES results are compared with the available experimental data and DNS, LES and RANS results and a very good agreement is achieved. Moreover, the obtained results using the DSM and WALE models give a better agreement with the DNS and experimental data than those by Smagorinsky and MKEV models.

**Keywords:** Large Eddy Simulation, Compact Finite Difference Method, High Order Scheme, Sub-Grid Scale Stress

## ۱- مقدمه

با توجه به طیف گسترده از مقیاس‌های طولی و زمانی، تحلیل جریان‌های غیردائم آشفته یکی از مسائل چالش‌زا در دینامیک سیالات محاسباتی است. به‌منظور تسخیر و تحلیل درست تمامی مقیاس‌های زمانی و مکانی، استفاده از شبکه محاسباتی ریز و الگوهای عددی مرتبه بالا مطلوب است. برای شبیه‌سازی جریان آشفته، در صورت فراهم بودن توان محاسباتی و بالابودن عدد رینولدز جریان می‌توان از روش شبیه‌سازی مستقیم<sup>۱</sup> استفاده کرد که در آن تمامی مقیاس‌های زمانی و مکانی بزرگ‌تر از مقیاس کولوموگروف تسخیر می‌گردد. در غیر این‌صورت می‌توان از مدل شبیه‌سازی سازی گردابه‌های بزرگ<sup>۲</sup> استفاده کرد که در آن مقیاس‌های بزرگ‌تر از شبکه تسخیر و مقیاس‌های کوچک‌تر از شبکه توسط تنش‌های زیر شبکه<sup>۳</sup> مدل می‌گردد. جریان حول پله به‌صورت عددی با روش‌های شبیه‌سازی مستقیم [۱ و ۱۱]، شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ [۱۸-۱۲]، میانگین‌گیری رینولدز معادلات ناویر-استوکس<sup>۴</sup> [۲۴-۱۹]، ترکیب RANS/LES [۲۵] شبیه‌سازی ادی‌های جداشده<sup>۵</sup> [۲۶] حل شده‌اند. در بین این تحقیقات، لی و همکاران [۱۱] در مطالعه جامع خود، شبیه‌سازی مستقیم آشفته را در جریان حول پله با عدد رینولدز ۵۱۰۰ انجام داده‌اند. نتایج مربوط به میدان سرعت گذرای آن‌ها نشان می‌دهد که موقعیت نقطه اتصال دوباره به دیواره، در جهت عرضی (عمود بر صفحه XY) متغیر بوده و حول مقداری برابر ۶/۲ برابر ارتفاع پله نوسان می‌کند. همچنین نتایج میانگین‌گیری شده آن‌ها نشان می‌دهد که در ناحیه جدا شده، مقدار بزرگ و منفی ضریب اصطکاک پوسته دیده شده و در ناحیه بازیابی، پروفیل‌های سرعت زیر ناحیه قانون لگاریتمی می‌افتند. در مطالعه دیگر، جوادی و همکاران [۲۱] الگوریتم حل جریان تراکم‌ناپذیر بر پایه فشار را برای حل جریان‌های آشفته ترکیبی تراکم‌پذیر و تراکم‌ناپذیر توسعه دادند. آن‌ها با استفاده از مدل توربولانس k-سه پیکربندی رایج در مکانیک سیالات اعم از جریان حول پله را شبیه‌سازی کرده که نتایج آن‌ها انطباق مناسبی با نتایج آزمایشگاهی داشت.

پدیده جدایش و اتصال دوباره جریان به دیواره سیال در بسیاری از کاربردها، از جریان داخلی در محفظه‌های احتراق، مبدل‌های حرارتی، و لوله‌های با انبساط و انقباض ناگهانی تا جریان‌های خارجی از قبیل جریان حول خودرو، ایرفویل، پره‌های توربین و کانال‌های باز و یا اطراف ساختمان‌ها مشاهده می‌شود [۱]. با توجه به تأثیر فراوان پدیده جدایش و اتصال مجدد در شرایط جریان (نیروی درگ، افت فشار و ضریب انتقال حرارت جابجایی)، درک بهتر مشخصات این پدیده و همچنین سازوکارهای جریان آشفته اهمیت زیادی از جهت تئوریک و کاربردی دارد. همچنین، ناحیه جداشده چرخشی در هندسه‌های گوناگون اعم از ناحیه جداشده در دنباله اجسام مقابل جریان، جریان پشت یک انبساط ناگهانی و یا پایین‌دست یک جریان چرخشی، در گیر انداختن و پایدار کردن شعله و همچنین گسترش محدوده پایداری نقش دارد. در بین هندسه‌های ذکر شده، جریان حول یک پله یک پیکربندی رایج محسوب شده و در عین حال دربردارنده مشخصات ضروری احتراق پیش‌آمیخته همراه با پایداری است. این پایداری از طریق تماس گازهای نسوخته با جریان جدا شده و داغ پشت پله به‌وجود می‌آید. با در نظر گرفتن و یا نگرفتن دیواره بالایی، جریان آشفته حول پله می‌تواند محدود و یا نامحدود باشد. جریان آشفته حول پله، دربردارنده خصوصیات متفاوتی از مشخصه‌های جریان از قبیل لایه‌های مرزی، ناحیه لایه برشی، جدایش جریان، اتصال دوباره جریان به دیواره و ناحیه بازیابی دوباره در حضور گرادیان نامطلوب فشار می‌باشد [۲]. با توجه به کار برد گسترده، فیزیک جذاب و قابلیت مناسب جهت اعتبارسنجی مدل‌های عددی، جریان حول پله محدود و نامحدود مورد توجه بسیاری از مطالعات آزمایشگاهی و عددی قرار گرفته است. در مورد جریان حول پله، مرور مناسبی بر مطالعات انجام‌شده، در مراجع [۳-۴] یافته می‌شود. در بین مطالعات آزمایشگاهی متعدد در این زمینه تحقیقاتی، می‌توان به مراجع [۵-۱۰] اشاره کرد. نتیجه مهم حاصل این تحقیقات آزمایشگاهی این است که بعضی پارامترها از قبیل نسبت منظری [۹-۱۰]، نسبت انبساط [۶]، شدت اغتشاش جریان ورودی [۷] و ضخامت لایه مرزی [۳ و ۵] به شدت بر روی مشخصات جریان روی پله اثر می‌گذارند.

1- DNS  
2- LES  
3- SGS  
4- RANS  
5- DES

مربعات<sup>۴</sup> اغتشاشات حاصل از جریان آشفته که از اطلاعات آزمایشگاهی به دست می‌آید، برای تولید سرعت اغتشاشی آشفته بر اساس تابع هارمونیک فاز- تصادفی و چند فرکانسی، به کار گرفته می‌شود. از مقایسه مؤلفه‌های تنش رینولدز با نتایج آزمایشگاهی، عملکرد شبیه‌سازی انجام‌شده در تولید پروفیل سرعت آشفته در مرز ورودی جریان مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

## ۲- معادلات حاکم و روش عددی

در روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، جدا کردن مقیاس‌های بزرگ از مقیاس‌های کوچک به وسیله یک اپراتور فیلتر به دست می‌آید. یک متغیر فیلتر شده (مقیاس بزرگ و یا تصویر شده) به صورت زیر تعریف می‌گردد [۲۷، ۲۸]:

$$\bar{f}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x')G(x-x', \Delta)dx' \quad (1)$$

در رابطه بالا،  $G$  تابع فیلتر با عرض فیلتر  $\Delta$  است. این رابطه کمک می‌کند تا  $f$  به دو بخش مقیاس بزرگ ( $\bar{f}$ ) و مقیاس زیر شبکه تجزیه ( $f''$ ) شود:

$$f = \bar{f} + f'' \quad (2)$$

در جریان‌های تراکم‌پذیر راحت‌تر است که از میانگین‌گیری فاوره<sup>۵</sup> خواص جریان به صورت زیر استفاده شود:

$$\bar{f} = \frac{\rho f}{\bar{\rho}} \quad (3)$$

با اعمال اپراتور فیلتر و استفاده از میانگین‌گیری بالا و همچنین انتقال مختصات به مختصات منحنی‌الخط، معادلات حاکم بر جریان سه‌بعدی، تراکم‌پذیر و فیلتر شده ناویر-استوکس در یک مختصات منحنی‌الخط کلی ( $\xi, \eta, \zeta$ ) در شکل فشرده به صورت زیر ارائه می‌گردد:

$$\frac{\partial}{\partial t} JU + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{H}}{\partial \zeta} = J\hat{S} \quad (4)$$

که در آن،  $J$  معرف ژاکوبین انتقال بوده و از طریق ماتریس زیر به دست می‌آید:

آیدر و همکاران [۱۲] اثر نحوه مدل‌سازی اغتشاش در مقطع ورودی جریان غیر دائم حول پله را با روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ مورد بررسی جامع قرار دادند. آن‌ها در روش اول، شرط مرزی ورودی را شامل یک پروفیل سرعت متوسط آشفته که توسط نویز مغشوش شده در نظر گرفتند. در روش دوم که به واقعیت نزدیک‌تر است، شرط مرزی کاملاً آشفته در ورودی از طریق یک شبیه‌سازی کمکی که به صورت شبه-لحظه‌ای جریان لایه مرزی را محاسبه می‌کند، به دست می‌آید. آن‌ها نتیجه گرفتند که نتایج لحظه‌ای و میزان نوسانات به دست آمده از روش دوم دقیق‌تر بوده ولی این روش طول ناحیه جداشده پشت پله را مقدار کمتری نسبت به روش اول پیش‌بینی می‌کند.

در مطالعه حاضر شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ جریان سه‌بعدی غیر دائم حول پله نامحدود با استفاده از الگوریتم عددی مرتبه بالا شبیه‌سازی شده است. بررسی منابع مختلف نشان می‌دهد که در شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ سه چالش اصلی وجود دارد. ۱- دقت شبیه‌سازی که متأثر از دقت شبکه محاسباتی و دقت گسسته‌سازی زمانی و مکانی است. ۲- مدل‌سازی تنش‌های زیر شبکه و ۳- تولید اغتشاش در مرز ورودی جریان آشفته به طوری که که خیلی دور از واقعیت نباشد. برای غلبه بر این سه چالش اولاً در این مطالعه، گسسته‌سازی مکانی و زمانی از طریق الگوریتم‌های مرتبه بالا صورت گرفته و کفایت شبکه محاسباتی از طریق معیار دقت LES مورد بررسی کامل قرار می‌گیرد. برای بررسی چالش دوم، فرمول‌بندی جریان آشفته بر اساس مدل‌های استاندارد تنش زیر شبکه انجام گردیده که این مدل‌ها عبارت‌اند از: مدل اسماکورینسکی، مدل ویسکوزیته انرژی سینماتیک تعمیم یافته<sup>۱</sup>، مدل اسماکورینسکی دینامیکی<sup>۲</sup> و مدل ادی-ویسکوزیته موضعی تطبیق یافته با دیواره<sup>۳</sup>. نتایج به دست آمده از این مدل‌ها مقایسه گردیده و مدل مناسب معرفی می‌شود. در مورد چالش سوم، پروفیل سرعت آشفته گذرا در ورودی، از مجموع پروفیل میانگین و سرعت‌های آشفته اغتشاشی به دست آمده است. بدین منظور مقدار ریشه میانگین

1- MKEV

2- DSM

3- WALE

4- Root Mean Square (RMS)

5- Favre

$$H_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \mu_e (L_1 [\tilde{w}] + L_3 [\tilde{u}]) \\ \mu_e (L_2 [\tilde{w}] + L_3 [\tilde{v}]) \\ \mu_e \left\{ 2L_3 [\tilde{w}] - \frac{2}{3} (L_1 [\tilde{u}] + L_2 [\tilde{v}] + L_3 [\tilde{w}]) \right\} \\ \tilde{u}H_{v2} + \tilde{v}H_{v3} + \tilde{w}H_{v4} + \lambda L_3 [\tilde{T}] + \frac{\bar{\rho}v_t}{Pr_t} L_3 [\tilde{H}] \end{bmatrix} \quad (11)$$

در روابط بالا اپراتورهای  $L_1, L_2, L_3$  به صورت روابط زیر تعریف شده‌اند:

$$\begin{aligned} L_1 &= \left[ \xi_x \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial}{\partial \eta} + \zeta_x \frac{\partial}{\partial \zeta} \right] \\ L_2 &= \left[ \xi_y \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial}{\partial \eta} + \zeta_y \frac{\partial}{\partial \zeta} \right] \\ L_3 &= \left[ \xi_z \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial}{\partial \eta} + \zeta_z \frac{\partial}{\partial \zeta} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

در روابط بالا  $\tilde{u}, \tilde{v}$  و  $\tilde{w}$  مؤلفه‌های سرعت به صورت فاوهره فیلتر شده هستند. همچنین  $\bar{\rho}$  و  $\bar{p}$  فشار و چگالی فیلتر شده هستند. انرژی کل  $(\bar{\rho}\tilde{E})$  به صورت زیر تعریف شده

$$\bar{\rho}\tilde{E} = \bar{\rho} \left\{ \tilde{i} + \frac{\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2 + \tilde{w}^2}{2} \right\} \quad (13)$$

و  $\tilde{i}$  انرژی داخلی فاوهره فیلتر شده است. ویسکوزیته مؤثر مقیاس زیر شبکه ( $\mu_e$ ) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mu_e = \mu + \bar{\rho}v_t \quad (14)$$

در معادله بالا  $\mu$  ویسکوزیته مولکولی است که از طریق رابطه ساترلند محاسبه می‌شود. ویسکوزیته سینماتیکی آشفته مقیاس زیر شبکه ( $v_t$ ) با استفاده از چهار روش ۱- مدل اسمگورینسکی [۳۰]، ۲- مدل ویسکوزیته انرژی سینماتیک تعمیم یافته [۳۱]، ۳- مدل اسمگورینسکی دینامیکی [۳۳، ۳۲]، و ۴- مدل ادی-ویسکوزیته موضعی تطبیق یافته با دیواره [۳۴] محاسبه شده که در ادامه به آن‌ها اشاره می‌شود. در مدل اسمگورینسکی، ویسکوزیته سینماتیکی آشفته مقیاس زیر شبکه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$v_t = C_d \Delta^2 |\tilde{S}| \quad (15)$$

$$J = \frac{\partial(x, y, z, t)}{\partial(\xi, \eta, \zeta, \tau)} = \begin{vmatrix} x_\xi & y_\xi & z_\xi & 0 \\ x_\eta & y_\eta & z_\eta & 0 \\ x_\zeta & y_\zeta & z_\zeta & 0 \\ x_\tau & y_\tau & z_\tau & t_\tau \end{vmatrix} \quad (5)$$

در رابطه (۴) بردار حل  $JU$  و شارهای  $\hat{F}, \hat{G}, \hat{H}$  به صورت زیر تعریف می‌گردند:

$$JU = J \{ \bar{\rho}, \bar{\rho}\tilde{u}, \bar{\rho}\tilde{v}, \bar{\rho}\tilde{w}, \bar{\rho}\tilde{E} \} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \hat{F} &= \hat{\xi}_t U + \hat{\xi}_x (F - F_v) + \hat{\xi}_y (G - G_v) + \hat{\xi}_z (H - H_v) \\ \hat{G} &= \hat{\eta}_t U + \hat{\eta}_x (F - F_v) + \hat{\eta}_y (G - G_v) + \hat{\eta}_z (H - H_v) \\ \hat{H} &= \hat{\zeta}_t U + \hat{\zeta}_x (F - F_v) + \hat{\zeta}_y (G - G_v) + \hat{\zeta}_z (H - H_v) \end{aligned} \quad (7)$$

در روابط بالا  $F, G, H$  نمایانگر شارهای غیر لزج و  $F_v, G_v, H_v$  نمایانگر شارهای لزج بوده و به صورت زیر تعریف می‌گردند [۲۹]:

$$\begin{aligned} E &= \{ \bar{\rho}\tilde{u}, \bar{\rho}\tilde{u}^2 + \bar{p}, \bar{\rho}\tilde{u}\tilde{v}, \bar{\rho}\tilde{u}\tilde{w}, (\bar{\rho}\tilde{E} + \bar{p})\tilde{u} \} \\ F &= \{ \bar{\rho}\tilde{v}, \bar{\rho}\tilde{u}\tilde{v}, \bar{\rho}\tilde{v}^2 + \bar{p}, \bar{\rho}\tilde{v}\tilde{w}, (\bar{\rho}\tilde{E} + \bar{p})\tilde{v} \} \\ G &= \{ \bar{\rho}\tilde{w}, \bar{\rho}\tilde{u}\tilde{w}, \bar{\rho}\tilde{v}\tilde{w}, \bar{\rho}\tilde{w}^2 + \bar{p}, (\bar{\rho}\tilde{E} + \bar{p})\tilde{w} \} \end{aligned} \quad (8)$$

$$F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \mu_e \left\{ 2L_1 [\tilde{u}] - \frac{2}{3} (L_1 [\tilde{u}] + L_2 [\tilde{v}] + L_3 [\tilde{w}]) \right\} \\ \mu_e (L_1 [\tilde{v}] + L_2 [\tilde{u}]) \\ \mu_e (L_1 [\tilde{w}] + L_3 [\tilde{u}]) \\ \tilde{u}F_{v2} + \tilde{v}F_{v3} + \tilde{w}F_{v4} + \lambda L_1 [\tilde{T}] + \frac{\bar{\rho}v_t}{Pr_t} L_1 [\tilde{H}] \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$G_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \mu_e (L_1 [\tilde{v}] + L_2 [\tilde{u}]) \\ \mu_e \left\{ 2L_2 [\tilde{v}] - \frac{2}{3} (L_1 [\tilde{u}] + L_2 [\tilde{v}] + L_3 [\tilde{w}]) \right\} \\ \mu_e (L_2 [\tilde{w}] + L_3 [\tilde{v}]) \\ \tilde{u}G_{v2} + \tilde{v}G_{v3} + \tilde{w}G_{v4} + \lambda L_2 [\tilde{T}] + \frac{\bar{\rho}v_t}{Pr_t} L_2 [\tilde{H}] \end{bmatrix} \quad (10)$$

بیش از حد نوسانات نزدیک دیواره و در نتیجه پیش‌بینی غلط ضریب اصطکاک پوستی می‌شود [۳۵]. نیکود و دوکروس<sup>۱</sup> [۳۴] روش مناسبی برای اصلاح این مشکل کردند. در این روش ویسکوزیته سینماتیکی آشفته به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$v_t = (C_\omega \Delta)^2 \frac{(\tilde{S}_{ij}^d \tilde{S}_{ij}^d)^{3/2}}{(\tilde{S}_{ij}^d \tilde{S}_{ij}^d)^{5/2} + (\tilde{S}_{ij}^d \tilde{S}_{ij}^d)^{5/4}} \quad (19)$$

$$\tilde{S}_{ij}^d = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{3} \frac{\partial \tilde{u}_m}{\partial x_i} \frac{\partial \tilde{u}_l}{\partial x_m} \delta_{ij} \quad (20)$$

ضریب  $C_\omega$ ، مقداری در حدود  $0.325$  را داراست.

مدل چهارم استفاده شده برای ویسکوزیته زیر شبکه در این مطالعه، مدل ویسکوزیته انرژی سینماتیک تعمیم یافته (MKEV) است. در این روش ویسکوزیته سینماتیکی آشفته به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$v_t = C_m \Delta \sqrt{\langle \tilde{u}_i^* \tilde{u}_i^* \rangle_r - \langle \tilde{u}_i^* \rangle_r \langle \tilde{u}_i^* \rangle_r} \quad (21)$$

در عبارت بالا  $C_m$  (ضریب مدل) برابر  $0.2$  بوده [۳۱] و  $\tilde{u}_i^* = \tilde{u}_i - u_{ref}$  است. در ضمن  $l'$ ، به تابع فیلتر ثانویه اشاره دارد.

لازم به ذکر است، شار حرارتی مقیاس زیر شبکه ( $H_i^{SGS}$ ) بر حسب عدد پرانتل آشفته،  $Pr_t$ ، به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$H_i^{SGS} = -\frac{\bar{\rho} v_t}{Pr_t} \frac{\partial \tilde{H}}{\partial x_i}, \quad \tilde{H} = \tilde{E} + \frac{\bar{P}}{\bar{\rho}} \quad (22)$$

در ادامه روش حل عددی، گسسته‌سازی ناحیه محاسباتی، مشتق‌های زمانی و مکانی برای بخش تفاضل محدود روش عددی استفاده شده مورد بررسی قرار می‌گیرند. برای هر مقدار اسکالر مانند یک مؤلفه شار و یا یک متغیر جریان، مشتق فضایی در ناحیه انتقال یافته، با کمک روش تفاضل فشرده مرتبه چهار به دست می‌آید [۳۷-۳۸]. یک سیستم سه قطری در این روش با استفاده از الگوریتم توماس حل می‌شود و مشتقات هر دو شارهای لزج و غیر لزج توسط تشکیل شار در نقاط شبکه و سپس

در رابطه بالا،  $|\tilde{S}|$  مقدار تسور نرخ کرنش و  $C_d$  ثابت مدل اسماغورینسکی می‌باشند. این ثابت با استفاده از تئوری های مختلف مقداری در محدوده  $0.1$  تا  $0.04$  را داراست [۳۵]. در این مطالعه از دو مقدار  $0.14$  و  $0.28$  برای این ثابت استفاده شده است [۲۹]. این مدل ساده ترین و رایج ترین مدل تنش زیر شبکه بوده و در عین حال دارای معایب مهمی نیز هست. وابستگی ثابت به نوع جریان، ضعف مدل سازی نزدیک دیواره و همچنین استهلاک بالای مدل در گذار از جریان آرام به آشفته از معایب این مدل ساده است. به منظور تطبیق مناسب مدل مذکور با ساختارهای موضعی جریان، جرمانو و همکاران [۳۲] الگوریتمی را طراحی کردند که ثابت اسماغورینسکی در هر نقطه از مکان و هر گام زمانی بسته به وضعیت جریان، به صورت دینامیکی تغییر کند. توضیح کامل استخراج مدل برای جریان تراکم پذیر در مرجع [۳۶] ذکر شده است. به صورت خلاصه، با استفاده از یک فیلتر آزمایشی با عرض ( $\Delta$ ) که بزرگ تر از عرض فیلتر شبکه ( $\Delta$ ) بوده، و در نظر گرفتن اختلاف بین تنش مقیاس زیر شبکه و تنش مقیاس زیر عرض فیلتر آزمایشی [۳۲، ۳۳، ۳۶]، ضریب مدل (DSM) به صورت دینامیکی از اطلاعات میدان جریان محاسبه می‌شود:

$$C_d \Delta^2 = \frac{\langle (L_{ij} - \frac{1}{3} L_{kk} \delta_{ij}) M_{ij} \rangle}{\langle M_{ij} M_{ij} \rangle} \quad (16)$$

$$L_{ij} = \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j - \frac{1}{\bar{\rho}} \bar{\rho}_i \bar{\rho}_j \quad (17)$$

$$M_{ij} = -2(\Delta/\Delta)^2 \bar{\rho} |\tilde{S}| \left( \tilde{S}_{ij} - \frac{1}{3} \tilde{S}_{kk} \delta_{ij} \right) + 2\bar{\rho} |\tilde{S}| \left( \tilde{S}_{ij} - \frac{1}{3} \tilde{S}_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (18)$$

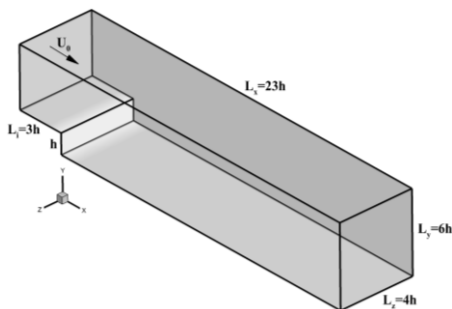
در این روش شرطی اعمال می‌شود تا ضریب غیر منفی شده که این کار منجر به جلوگیری از انتقال معکوس انرژی (از مقیاس کوچک به بزرگ) می‌گردد. مدل سوم استفاده شده برای ویسکوزیته زیر شبکه در این مطالعه، مدل ادی- ویسکوزیته موضعی تطبیق یافته با دیواره (WALE) است. یکی از معایب مهم اغلب مدل های زیر شبکه، عدم نمایش رفتار مناسب در نزدیک دیواره در لایه مرزی های تعادلی در شبکه های ریز بوده که منجر به مستهلک کردن

می‌شوند. تمام مشتقات زمانی در معادلات حاکم توسط روش رانگ-کوتا سه مرحله‌ای تقریب زده شده که متعلق به خانواده رانگ-کوتا با حفظ پایداری قوی<sup>۱</sup> است [۴۱-۴۲].

لازم به ذکر است که در این مطالعه از استراتژی چند بلوکی استفاده شده است. در روش چند بلوکی، مجموعه‌ای از شبکه‌ها با اندازه‌های متفاوت به شکلی ساخته می‌شوند که تمام ناحیه محاسباتی را به‌طوروری پر کرده که در صفحات مرتبط با هم انطباق داشته باشند. این شکستن ناحیه کامل محاسباتی به بلوک‌های کوچک، از مشکلاتی که معمولاً در تولید شبکه محاسباتی برای هندسه‌های پیچیده به‌وجود می‌آید، جلوگیری می‌کند. ایده اصلی این روش، ساختن هاله‌ای از سلول‌های محاسباتی بوده، بطوریکه این هاله اطراف هر بلوک را احاطه کرده و دربردارنده اطلاعات از بلوک مجاور باشد [۴۳]. استفاده از این روش اجازه می‌دهد که محاسبات در داخل هر بلوک به‌صورت مستقل از دیگر بلوک‌ها انجام پذیرد. در این مطالعه، اطلاعات بین بلوک‌های مرتبط در انتهای هر مرحله رانگ-کوتا و همچنین بعد از هر بار استفاده از اپراتور فیلتر مبادله می‌شوند.

### ۳- هندسه، شرایط مرزی شبکه محاسباتی

ناحیه محاسباتی استفاده‌شده در این مقاله (شکل (۱)) بر اساس مطالعه آزمایشگاهی جویک و دراپور [۸] است. ابعاد ناحیه محاسباتی در این شکل مشخص است. جهت‌های مختصات  $x$ ،  $y$  و  $z$  که در شکل (۱) نشان داده شده‌اند، به ترتیب نشان‌دهنده جهت جریان، جهت عرضی و جهت عمود بر دیواره هستند. مبدأ مختصات در لبه پله قرار دارد. عدد رینولدز بر اساس سرعت ورودی ( $U_0$ ) و ارتفاع پله ( $h$ ) ۵۰۰۰ بوده و جریان ورودی کاملاً آشفته است.



شکل (۱): هندسه در نظر گرفته‌شده برای جریان بر روی پله

استفاده از روش مرتبه چهار فشرده محاسبه می‌شوند. این معادلات به شکل زیر می‌باشند.

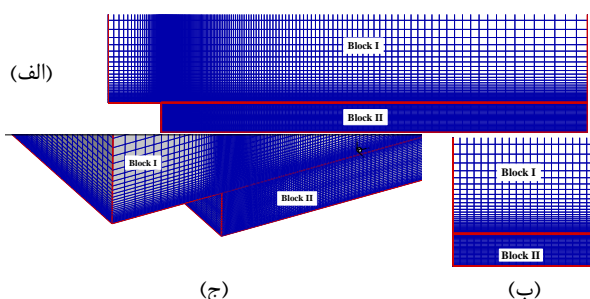
$$\alpha \phi'_{i-1} + \phi'_i + \alpha \phi'_{i+1} = b \frac{\phi_{i+2} - \phi_{i-2}}{4} + a \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{2} \quad (23)$$

برای دقت مرتبه چهار  $\alpha$ ،  $a$  و  $b$  به ترتیب برابر ۰٫۲۵، ۰٫۵ و صفر هستند. این ضرایب بر اساس بسط تیلور محاسبه شده‌اند. در نقاط مرزی روابط یک طرفه با مرتبه بالاتر استفاده می‌شوند تا شکل سه‌قطری حاکم بر نقاط داخل حفظ شود. ویژگی مهم روش عددی استفاده‌شده در این مطالعه اینست که دقت روش به‌راحتی با تغییر ضرایب افزایش می‌یابد. بر اساس تجربه عددی در این مطالعه استفاده از دقت مرتبه چهار در نقاط داخل ناحیه و دقت بالاتر در مرز، کافی است. لازم به ذکر است، اغتشاشات عددی که با رشد خطاهای عددی در مدهای با طول موج و فرکانس بسیار بالا ایجاد می‌شوند، با استفاده از فیلتر کردن بر طرف می‌شوند. این روش فیلتر کردن با فیلتر LES متفاوت بوده و بخش مهمی از الگوریتم حل می‌باشد. در روش‌های DNS و LES استفاده از روش‌های فضایی غیراتلافی منتج به جمع شدن انرژی در مقیاس‌های کوچک جریان و ناپایداری حل می‌شوند. روش تفاضل محدود فشرده، مشابه سایر روش‌های تفاضل میانی، یک روش غیر اتلافی است. لذا در این پروژه از یک اپراتور فیلتر ضمنی فضایی مرتبه بالا (مرتبه هشت) برای نقاط داخلی و مرزی حوزه حل به‌کار رفته است [۳۹-۴۰]. برای هر مؤلفه بردار جواب، مقادیر فیلتر شده با حل معادله زیر به‌دست می‌آید.

$$\alpha_f \phi'_{i-1} + \phi'_i + \alpha_f \phi'_{i+1} = \sum_{n=0}^N \frac{a_n}{2} (\phi_{i+n} + \phi_{i-n}) \quad (24)$$

در این معادله  $\alpha_f$  پارامتر فیلتر کردن بوده و در نامساوی  $0.5 < \alpha_f \leq 0.5$  صدق می‌کند. مقادیر بالاتر آن منجر به فیلتر پخشی کمتر می‌شود. ضرایب رابطه بالا نیز بر حسب  $\alpha_f$  به کمک تحلیل سری فوریه و تیلور به‌دست می‌آید. روابط فضایی در نقاط نزدیک به مرز که رابطه بالا قابل اعمال نیست، استفاده می‌شود. این اپراتور فیلتر عددی، ناپایداری‌های عددی برخواسته از برهم‌کنش مقیاس‌های بسیار کوچک، غیر یکنواختی‌های شبکه و اثرات شرایط مرزی را از بین می‌برد. این فرآیند در انتهای هر مرحله رانگ-کوتا و در تمام جهت‌های محاسباتی انجام می‌شود. سپس اطلاعات پس از فیلتر شدن بین بلوک‌ها تبادل

شده زمانی و سرعت نوسانی در موقعیت‌های  $x/h=6$  و  $x/h=4$  در شکل (۳) نشان داده شده‌اند. همان‌طور که مشخص است سرعت نوسانی به‌دست‌آمده از شبکه‌های متوسط و ریز به هم نزدیک هستند. لازم به ذکر است همان‌طور که یو و همکاران [۴۶] نتیجه گرفته‌اند، بررسی عدم وابستگی عددی شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ جریان تراکم‌پذیر (بر خلاف جریان تراکم‌ناپذیر) به شبکه محاسباتی از طریق روی هم انداختن نمودارها کاملاً عملی و قابل دست‌یابی نیست و بنابراین، این روش برای بررسی کیفیت و کفایت شبکه محاسباتی برای محاسبات شبیه‌سازی گردابه بزرگ کافی نیست.



شکل (۲): شبکه محاسباتی چند بلوکی (الف) نمای روبرو (ب) نمای عرضی (ج) نمای سه‌بعدی

جدول (۱): تعداد کلی نقاط شبکه محاسباتی استفاده‌شده

به همراه ریزترین و درشت‌ترین فاصله بین نقاط

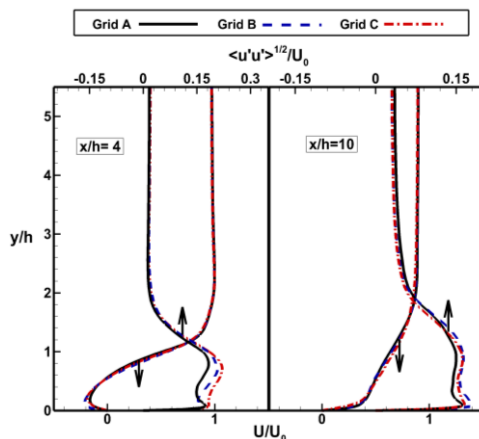
کمینه و بیشینه فاصله شبکه در جهت‌های مختلف			تعداد کل نقاط شبکه	نوع شبکه
$\Delta z/D$	$\Delta y/D$	$\Delta x/D$		
۰/۲	۰/۰۵	۰/۰۵	۲۳۲۹۴۷	شبکه درشت
۰/۲	۰/۴۴۵	۰/۱۶۵		شبکه متوسط
۰/۱	۰/۰۲۵	۰/۰۲۵	۵۱۸۷۰۰	شبکه متوسط
۰/۱	۰/۲۸	۰/۱		شبکه ریز
۰/۱	۰/۰۱۵	۰/۰۱۵	۹۹۵۴۱۰	شبکه ریز
۰/۱	۰/۲	۰/۰۵		شبکه درشت

در این مطالعه، دقت و کفایت محاسبات شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ برای شبکه‌های متفاوت و مدل‌های گوناگون زیر شبکه با استفاده از تجربه‌های عددی و یک رهیافت علمی انجام پذیرفته است. در این رهیافت علمی که در مراجع [۴۷-۴۹] توضیح داده شده‌اند، در نقاط داخلی میدان حل، دقت شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ از طریق

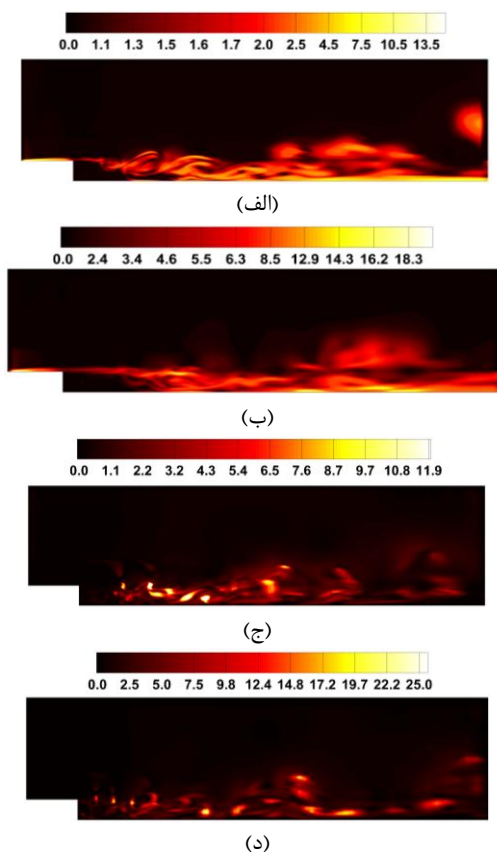
در این مطالعه، شرایط مرزی پایدار (از لحاظ محاسباتی و ریاضی) استفاده شده است. در مرز بالایی شرط مرزی دیواره بدون تنش به کار برده شده است. بخش میانگین شرط مرزی ورودی از شبیه‌سازی لایه مرزی اسپالارت [۴۴] در  $Re_0 = 670$  به‌دست‌آمده که  $\theta$  ضخامت مومنتوم است. در ضمن ضخامت لایه مرزی مذکور برابر با  $\delta_{99} = 1.2h$  است. پروفیل سرعت آشفته گذرا در ورودی، از مجموع پروفیل میانگین و سرعت‌های آشفته اغتشاشی به‌دست می‌آید. مقدار rms اغتشاشات حاصل از جریان آشفته که از اطلاعات آزمایشگاهی به‌دست می‌آید، برای تولید سرعت اغتشاشی آشفته بر اساس تابع هارمونیک فاز- تصادفی و چند فرکانسی، به کار گرفته می‌شود. چگالی گاز در ورودی از شرط مرزی مشخصه محاسبه شده و دما ثابت نگه‌داشته می‌شود. فرض بر این است که مرزهای عرضی (در جهت  $z$ ) از لحاظ آماری همگن است و در آن‌ها از شرط مرزی تناوبی استفاده شده است. کوپلینگ شرط مرزی مشخصه و شرط مرزی جابجایی در مرز خروجی استفاده گردیده است. ضمناً شرط مرزی دیواره بدون لغزش و آدیاباتیک برای سایر دیواره‌ها (دیواره پایینی و پله) در نظر گرفته شده است. ناحیه محاسباتی از دو بلوک اصلی تشکیل شده است. یکی از آن‌ها در ناحیه  $y \geq 0$  و دیگری در ناحیه  $y \leq 0$  قرار دارند. در این مطالعه از سه شبکه محاسباتی انجام گرفته است. شکل (۲)، شبکه محاسباتی را در نمای عرضی و طولی و سه‌بعدی نشان می‌دهد. تعداد کلی نقاط هر کدام از سه شبکه محاسباتی در جدول (۱) لیست شده است. لازم به ذکر است که به‌منظور حل و تصویر درست مشخصات جریان، شبکه محاسباتی در نزدیکی دیواره و همچنین لایه برشی پایین دست پله ریز شده است. مطلب قابل ذکر اینست که در شبکه چند بلوکی ارائه شده در این مطالعه، فواصل شبکه به آرامی تغییر کرده و در نتیجه تغییرات عرض فیلترگیری نیز کوچک است. با توصیفات ذکر شده، خطاهای کامیوتیشن<sup>۱</sup> از ترم‌های مرتبط مشتق فضایی به اندازه یک مرتبه بزرگی، کوچک‌تر بوده و بنابراین، قابل چشم‌پوشی هستند [۴۵].

بررسی استقلال از شبکه با استفاده از سه شبکه محاسباتی و در نظر گرفتن پروفیل سرعت میانگین‌گیری

Q [۵۱]، محاسبه شده از میدان لحظه‌ای سرعت در شکل (۵) نشان داده شده است.



شکل (۳): بررسی استقلال از شبکه محاسباتی با استفاده از سرعت متوسط در مقاطع  $x/h=4$  و  $x/h=10$



شکل (۴): کانتور نسبت  $\Delta/\eta$ . الف) مدل اسمگورینسکی با شبکه ریز (ب) مدل اسمگورینسکی با شبکه درشت (ج) مدل WALE با شبکه ریز (د) مدل WALE با شبکه درشت.

سطوح هم‌مقدار Q که با سرعت محوری میانگین‌گیری شده رنگ شده‌اند، نشان‌دهنده تشکیل گرداب‌های کلوین-

مقایسه اندازه موضعی شبکه ( $\Delta$ ) با یک تخمینی از مقیاس کولوموگروف ( $\eta$ ) ارزیابی می‌شود. طول کولوموگروف از طریق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\eta = \left( \frac{v^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \quad (25)$$

در عبارت بالا،  $\varepsilon$  نرخ اتلاف است. طبق آنچه توسط پوپ [۵۰] ذکر شده است، نرخ اتلاف از ویسکوزیته سینماتیکی زیر شبکه طبق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\varepsilon \approx \varepsilon_{SGS} = \frac{C_E}{\Delta} \left( \frac{v_{SGS}}{C_V \Delta} \right)^3 \quad (26)$$

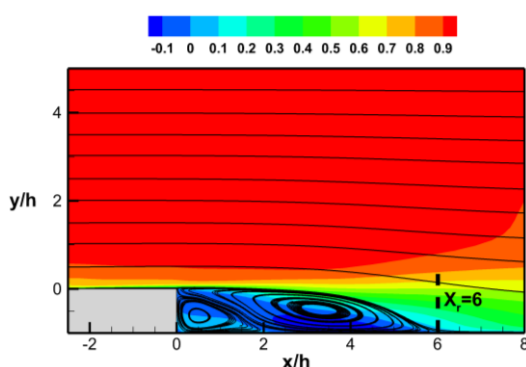
در عبارت بالا  $v_{SGS}$  ویسکوزیته سینماتیکی زیر شبکه بوده و  $C_V$  و  $C_E$  دو ضریب تجربی که به ترتیب برابر با ۰٫۷ و ۰٫۰۹۴ هستند. طبق تحقیقی که توسط فوریهلیچ و همکاران [۴۹] صورت گرفته، برای به تصویر کشیدن درست مقیاس‌هایی به طول  $24\eta$ ، حداقل شبکه‌ای با طول  $12\eta$  لازم است.  $24\eta$  مقیاس طولی است که در آن ماکزیمم اتلاف اتفاق می‌افتد. بنابراین، می‌توان ادعا کرد، در شبکه‌ای که شرط  $\Delta/\eta < 12$  ارضا شود، بخش مهمی از مقیاس اتلاف تصویر شده است. در شکل (۴)، کانتور نسبت  $\Delta/\eta$  در صفحه مرکزی جهت عرضی ناحیه محاسباتی پله نامحدود به نمایش در آمده است. در این شکل این نسبت برای دو مدل زیر شبکه اسمگورینسکی و WALE و دو شبکه محاسباتی متوسط و ریز محاسبه شده است. نتایج نشان می‌دهد که با استفاده از شبکه ریز و مدل WALE، مرتبه گسسته‌سازی، تعداد نقاط شبکه و مدل‌سازی تنش زیر شبکه شرط  $\Delta/\eta < 12$  را به خوبی ارضا می‌کنند. اهمیت این مطلب از آنجاست که طبق شکل (۳)، گرچه هر دو شبکه ریز و متوسط، میدان میانگین‌گیری شده سرعت را نزدیک به هم پیش‌بینی کرده‌اند ولی تنها شبکه ریز و یک مدل زیر شبکه معلوم، دقت مناسبی برای محاسبات LES دارند.

#### ۴- نتایج و بحث

به‌منظور ارزیابی عملکرد و دقت روش محاسباتی، نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی جویک و درایور [۸] مقایسه شده‌اند. به‌منظور مطالعه ساختارهای گردابی جریان در این هندسه، سطوح هم‌مقدار پایای دوم گرادیان سرعت (معیار

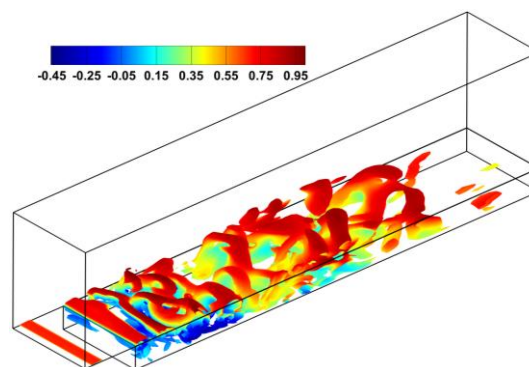


مقایسه شده‌اند. همان‌طور که قابل مشاهده است، طول اتصال مجدد به‌دست‌آمده در این مطالعه با استفاده از مدل‌های WALE و DSM و MKEV به‌خوبی با نتایج آزمایشگاهی و همچنین شبیه‌سازی عددی مستقیم تطابق بسیار عالی دارد. این انطباق فوق‌العاده برای روش WALE در شکل (۶) به‌نمایش درآمده است. در این شکل ناحیه جدا شده در پشت پله (مشخص شده با خطوط جریان میانگین) به همراه کانتور سرعت محوری میانگین نشان داده شده است. یک ناحیه جدا شده در گوشه پله نیز مشاهده می‌شود. این گردابه که به گردابه گوشه<sup>۱</sup> معروف است طولی برابر  $1/9 h$  در جهت جریان و  $0/85 h$  در جهت عمودی دارد. در شکل ۷ نمودار تغییرات طول بی‌بعد ناحیه جدا شده بر حسب زمان بی‌بعد برای مدل‌های زیر شبکه‌ای مختلف نشان داده شده است. از تحلیل آماری این نمودار می‌توان دریافت که میانگین طول اتصال مجدد در روش اسماکوریسنکی استاتیکی ( $cd=0.014$ ) بیش از مقدار آزمایشگاهی این کمیت پیش‌بینی می‌شود، در حالیکه مدل‌های DSM و WALE مقادیر نزدیک‌تری به مقدار آزمایشگاهی دارند. ضمناً ماکزیمم نوسان مقدار طول اتصال حدود برای مدل DSM و WALE حدود ۲٫۲ است که به مقدار ۲٫۵ که در تحلیل DNS لی و همکاران [۱۱] به‌دست‌آمده نزدیک است. کاهش شدید مقدار طول اتصال مجدد (که توسط هر چهار مدل زیر شبکه پیش‌بینی شده) را می‌توان به ادوکشن مقیاس‌های بزرگ در مجاور نقطه اتصال مجدد ارتباط داد [۱۱].



شکل (۶): کانتور سرعت میانگین گیری شده به‌دست‌آمده از روش WALE همراه با خطوط جریان میدان میانگین

هلمهولتز عرضی در پایین دست لبه پله هستند. این گردابه‌ها به سرعت موجی شده و نتیجه آن تشکیل ورتکس‌های گیره مویی شکل (به شکل U) در نواحی پایین دست دورتر است. در گوشه پله، لایه مرزی جدا شده بالادست یک‌لایه برشی آزاد را به‌وجود می‌آورد. این لایه برشی که یک ناپایداری کلوین-هلمهولتز را تجربه می‌کند، در نقطه اتصال مجدد به دیواره متصل شده و در جهت طولی نوسان می‌کند. همان‌طور که در شکل (۵) بالادست نقطه اتصال مجدد، جریان در معرض یک گرادیان فشار معکوس قرار گرفته و یک حباب جدایش (این ناحیه با رنگ آبی و سرعت منفی محوری در شکل مشخص است) را پدید می‌آورد.



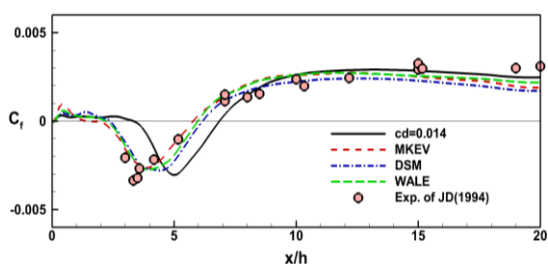
شکل (۵): سطوح هم‌مقدار لحظه‌ای معیار  $Q$ ، (رنگ شده با سرعت لحظه‌ای)

یک کمیت مهم برای ارزیابی نتایج شبیه‌سازی جریان روی پله، طول اتصال مجدد بوده که در واقع طول ناحیه جدا شده پشت پله را مشخص می‌کند. موقعیت نقطه اتصال مجدد با روش‌های متفاوتی قابل محاسبه است [۱۱]. در مطالعه حاضر موقعیت نقطه با تنش دیواره صفر و خطوط جریان میانگین دو روش محاسبه طول ناحیه جدا شده هستند. نتایج پیش‌بینی شده با این دو روش تفاوت ناچیزی (کمتر از یک درصد) با هم دارند [۱۱]. اندازه این طول اتصال مجدد در آزمایش جویک و درایور بین  $6h$  و  $6.1h$  تغییر می‌کنند. نتایج به‌دست‌آمده برای طول ناحیه جدا شده با استفاده از مدل‌های متفاوت و مقایسه شده با نتایج آزمایشگاهی و عددی سایر مراجع در جدول (۲) لیست شده‌اند. این نتایج با اطلاعات آزمایشگاهی جویک و درایور [۸] و نتایج عددی لی و همکاران [۱۱]، آیدر و همکاران [۱۲]، پانجوانی و همکاران [۱۵]، پاتیل و تفتی [۱۶]، هاسه و همکاران [۲۵]

برای درک بهتر طول اتصال مجدد، ضریب اصطکاک پوسته‌ای متوسط‌گیری شده با کمک رابطه زیر محاسبه می‌کنیم:

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U_0^2} \quad (27)$$

در عبارت بالا،  $\tau_w$  تنش برشی دیواره بوده که چگالی و مربع سرعت ورودی نرمالیزه شده است. در Error! Reference source not found. ضریب اصطکاک  $C_f$  که در طول پایین دست پله با مدل‌های زیر شبکه متفاوت محاسبه شده با نتایج آزمایشگاهی جویک و درایور [۸] مقایسه گردیده است.



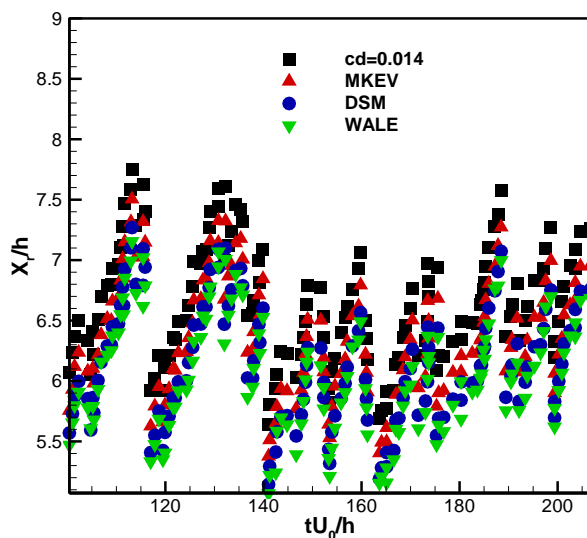
شکل (۸): مقایسه ضریب اصطکاک پوسته‌ای به دست آمده از حل عددی حاضر و نتایج آزمایشگاهی [۸].

نتایج به دست آمده برای تمامی مدل‌ها به جز مدل اسماکورینسکی که در آن بالاترین مقدار انحراف از نتایج آزمایشگاهی دیده می‌شود، تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارند. علت نتیجه به دست آمده با کمک روش قابلیت پایین این مدل در پیش‌بینی رفتار نزدیک دیواره بوده و نتیجه به دست آمده مستهلک‌تر از سایر مدل‌هاست. تأثیر مدل‌های متفاوت زیر شبکه بر پروفیل‌های میانگین‌گیری شده محوری سرعت در دو مقطع متفاوت ( $x/h=6$  در ناحیه اتصال مجدد و  $x/h=10$  در ناحیه بازیابی) در شکل (۹) نشان داده شده است.

این شکل نشان می‌دهد که پروفیل‌های سرعت به دست آمده با مدل‌های متفاوت زیر شبکه به هم نزدیک بوده و انطباق خیلی خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارند. تفاوت مهم بین نتایج عددی مطالعه حاضر و نتایج

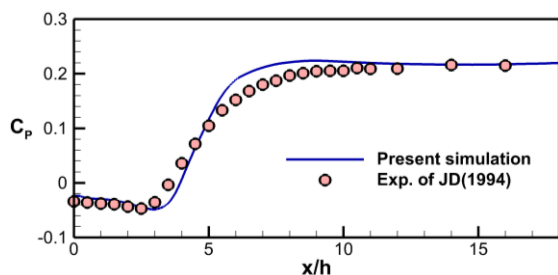
جدول (۲): مقایسه طول ناحیه جدا شده به دست آمده از مدل‌های گوناگون زیر شبکه با نتایج عددی و آزمایشگاهی ارائه شده در مراجع [۸، ۱۱، ۱۲، ۱۵، ۱۶، ۲۵].

نسبت طول ناحیه جدا شده به ارتفاع پله	مطالعات عددی و آزمایشگاهی
۶ تا ۶/۱	مطالعه آزمایشگاهی جویک و درایور [۸]
۶/۲۸	مطالعه DNS لی و همکاران [۱۱]
۵/۸ تا ۵/۲۹	مطالعه LES آیدر و همکاران [۱۲]
۷ تا ۷/۲	مطالعه LES پنجوانی و همکاران [۱۵]
۶/۳	مطالعه LES همراه با مدل‌سازی دیواره پاتیل و تفتی و همکاران [۱۶]
۷	مطالعه DES هاسه و همکاران [۲۵]
۷/۵۴	مطالعه RANS هاسه و همکاران [۲۵]
۶/۷	مطالعه LES حاضر با استفاده از مدل اسماکورینسکی ( $C_d=0.014$ )
۶/۳۳	مطالعه LES حاضر با استفاده از مدل MKEV
۶/۱۵	مطالعه LES حاضر با استفاده از مدل DSM
۶	مطالعه LES حاضر با استفاده از مدل WALE



شکل (۷): نمودار تغییرات طول بی‌بعد ناحیه جدا شده بر حسب زمان بی‌بعد برای مدل‌های زیر شبکه‌ای مختلف.

اتصال مجدد (به‌خصوص  $6 < x/h < 10$ ) انطباق خوبی بین نتایج عددی و آزمایشگاهی وجود دارد.

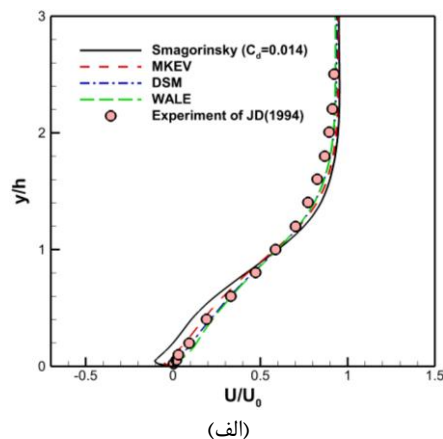


شکل (۱۰): مقایسه ضریب فشار (بر روی دیواره)

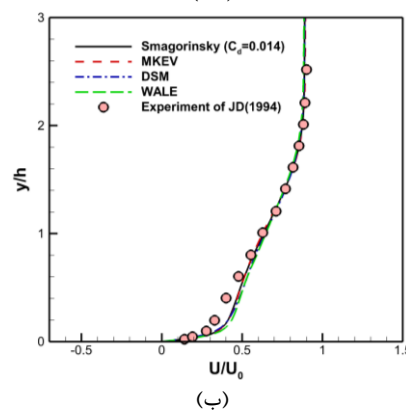
به‌دست‌آمده از حل عددی حاضر و نتایج آزمایشگاهی [۸].

مقایسه نتایج عددی به‌دست‌آمده با استفاده از مدل DSM و نتایج آزمایشگاهی جویک و درایور [۸]، برای سرعت محوری و عمودی میانگین‌گیری شده به ترتیب در شکل (۱۱) و شکل (۱۲) به نمایش درآمده‌اند. مقایسه مذکور در چهار موقعیت در جهت جریان، یک مقطع در ناحیه جدایش ( $x/h=4$ )، یک مقطع در ناحیه اتصال مجدد ( $x/h=6$ ) و دو مقطع در ناحیه بازیابی ( $x/h=10$  و  $x/h=19$ )، انجام گردیده است. نتایج به‌دست‌آمده برای سرعت محوری به‌صورت بسیار عالی بر نتایج آزمایشگاهی منطبق شده است. مقدار اندکی تفاوت بین سرعت عمودی به‌دست‌آمده از محاسبات با نتایج آزمایشگاهی در ناحیه  $y > h$  دیده می‌شود. این اختلاف را می‌توان به متفاوت بودن شرط مرزی دیواره بالا در حل عددی و شرایط آزمایشگاهی نسبت داد. این مطلب در مرجع [۱۲] به‌صورت کامل توضیح داده شده است. پروفیل‌های مقدار rms سرعت نوسانی محوری و عمودی ( $\langle u'u' \rangle^{1/2} / U_0$  و  $\langle v'v' \rangle^{1/2} / U_0$ ) و تنش برشی رینولدز ( $\langle -u'v' \rangle / U_0^2$ ) در چهار موقعیت متفاوت با نتایج آزمایشگاهی در شکل (۱۲) تا شکل (۱۴) مقایسه شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود یک تطابق نسبتاً خوب بین نتایج عددی و آزمایشگاهی وجود دارد. با این حال، پیک نزدیک دیواره موجود در نتایج آزمایشگاهی در ناحیه جدایش ( $x/h=4$ ) به‌وسیله حل عددی حاضر با مقدار کمتری پیش‌بینی شده است. انطباق مناسب بین نتایج عددی و آزمایشگاهی در شکل (۱۲) تا (۱۴) تأیید می‌کند که

آزمایشگاهی مربوط به پیش‌بینی نادرست روش اسماکورینسکی در نقطه اتصال مجدد است.



(الف)



(ب)

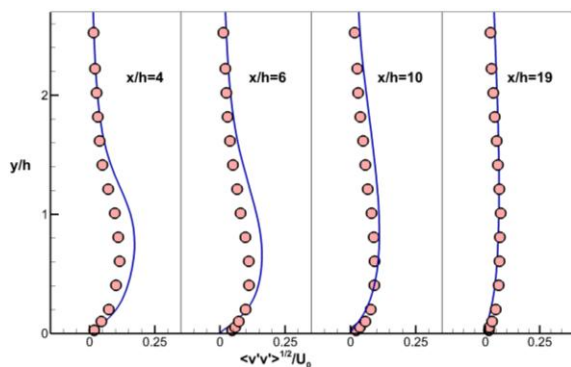
شکل (۹): مقایسه نتایج آزمایشگاهی [۸] با سرعت محوری (در جهت جریان) میانگین‌گیری شده به‌دست‌آمده از حل عددی حاضر با استفاده از مدل‌های زیر شبکه متفاوت در دو مقطع (الف)  $x/h=6$  (ب)  $x/h=10$ .

به‌منظور بررسی توانایی روش حل استفاده‌شده در این مطالعه در پیش‌بینی میدان اسکار فشار، می‌توان نتایج عددی را با ضریب فشار که به‌صورت زیر تعریف می‌گردد مقایسه کرد.

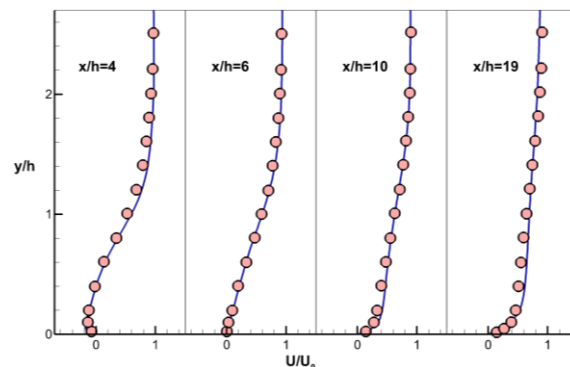
$$C_p = \frac{\langle \bar{p} \rangle - p_0}{\frac{1}{2} \rho U_0^2} \quad (28)$$

در عبارت بالا  $p_0$  فشار مرجع است. در شکل (۱۰) توزیع ضریب فشار در امتداد طولی پشت پله با نتایج آزمایشگاهی جویک و درایور [۸] مقایسه شده است. محاسبات با استفاده از مدل DSM انجام‌شده که نتایجش مقدار کمی بهتر از WALE و MKEV است. همان‌طور که در این شکل مشخص است به‌جز ناحیه‌ای در همسایگی و بعد از نقطه

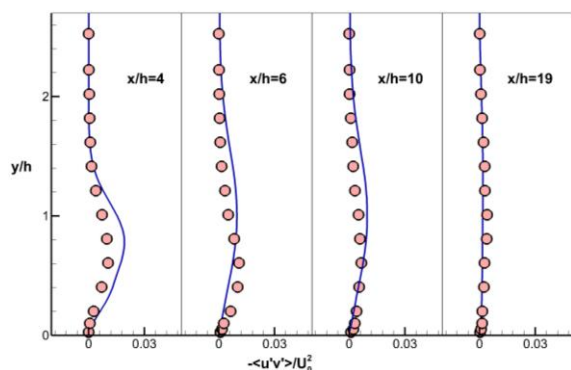
شرط مرزی آشفتگی ورودی (سرعت متوسط و مقادیر نوسانی) به خوبی اعمال شده است.



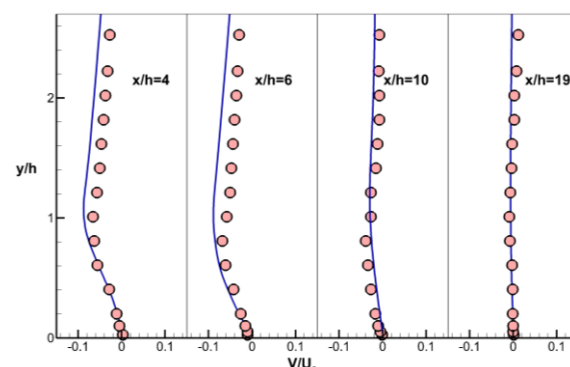
شکل (۱۴): مقایسه سرعت نوسانی آشفته عمودی  
به دست آمده از حل عددی حاضر در  
مقاطع مختلف و نتایج آزمایشگاهی [۸].



شکل (۱۱): مقایسه سرعت محوری (در جهت جریان)  
میانگیری شده به دست آمده از حل عددی حاضر در مقاطع  
مختلف و نتایج آزمایشگاهی [۸].



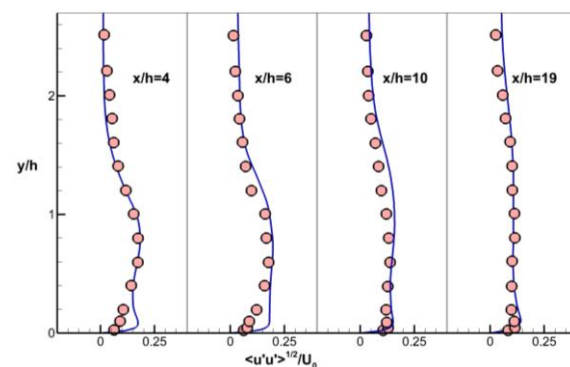
شکل (۱۵) مقایسه تنش رینولدز  
به دست آمده از حل عددی حاضر در مقاطع مختلف و نتایج  
آزمایشگاهی [۸].



شکل (۱۲): مقایسه سرعت عمودی میانگیری شده  
به دست آمده از حل عددی حاضر در مقاطع مختلف و نتایج  
آزمایشگاهی [۸].

### ۵- نتیجه گیری

در این مطالعه، جریان سه بعدی آشفته حول پله نامحدود با استفاده از شبیه سازی گردابه های بزرگ معادلات تراکم پذیر ناویر-استوکس مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به پاسخ فرکانسی بسیار خوب روش تفاضلی فشرده و قابلیت مناسب این روش در حل با دقت بالای جریانات تراکم پذیر، از این روش برای حل معادلات اوپلری، فیلترشده و سه بعدی ناویر-استوکس در مختصات جامع منحنی لخط در یک شبکه چند بلوکی استفاده شده است. فرمول بندی جریان آشفته بر اساس مدل های استاندارد تنش زیر شبکه انجام شده و این مدل ها عبارت اند از: مدل اسماکورینسکی، مدل ویسکوزیته انرژی سینماتیک تعمیم یافته (MKEV)، مدل دینامیکی (DSM)، و مدل ادی-ویسکوزیته موضعی تطبیق



شکل (۱۳): مقایسه سرعت نوسانی آشفته محوری  
به دست آمده از حل عددی حاضر در  
مقاطع مختلف و نتایج آزمایشگاهی [۸].

- مدل‌های متفاوت زیر شبکه امتحان گردید و مدل‌های WALE و DSM عملکرد بهتری نسبت به دو مدل دیگر (مدل اسماکورینسکی و MKEV) از خود نشان دادند.

## ۷- مراجع

1. Pont-Vilchez, A., Trias, F., Gorobets, A., and Oliva, A. "Direct numerical simulation of backward-facing step flow at  $Re=395$  and expansion ratio 2," *Journal of Fluid Mechanics*, 863, pp. 341-363, 2019.
2. Driver, D. M., Seegmiller, H. L., and Marvin, J. G. "Time-dependent behavior of a reattaching shear layer," *AIAA journal*, Vol. 25, pp. 914-919, 1987.
3. Eaton, J., and Johnston, J. "A review of research on subsonic turbulent flow reattachment," *AIAA journal*, Vol. 19, No.9, pp. 1093-1100, 1981.
4. Rajasekaran, J. "On the flow characteristics behind a backward-facing step and the design of a new axisymmetric model for their study," *PhD Dissertation*, University of Toronto, 2011.
5. Adams, E., and Johnston, J. "Effects of the separating shear layer on the reattachment flow structure part 2: Reattachment length and wall shear stress," *Experiments in Fluids*, Vol.6, No.7, pp. 493-499, 1988.
6. De Brederode, V., and Bradshaw, P., *Three-dimensional Flow in Nominally Two-dimensional Separation Bubbles: Flow Behind a Rearward-facing Step. I*, Department of Aeronautics, Imperial College of Science and Technology, 1972.
7. Isomoto, K., and Honami, S. "The effect of inlet turbulence intensity on the reattachment process over a backward-facing step," *Journal of fluids engineering*, Vol. 111, No.1, pp. 87-92, 1989.
8. Jovic, S., and Driver, D. M. "Backward-facing step measurements at low Reynolds number,  $Re_h=5000$ ," *NASA TM*, 108807, 1994.
9. Kuehn, D. A. D. "Effects of adverse pressure gradient on the incompressible reattaching flow over a rearward-facing step," *AIAA journal*, Vol. 18, No.3, pp. 343-344, 1980.
10. Ötügen, M. "Expansion ratio effects on the separated shear layer and reattachment downstream of a backward-facing step," *Experiments in fluids*, Vol.10, No.5, pp. 273-280, 1991.
11. Le, H., Moin, P., and Kim, J. "Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 330, pp. 349-374, 1997.

یافته با دیواره (WALE). از شبیه‌سازی نتایج زیر استخراج گردید:

- مطالعه جامع انجام شده برای بررسی کفایت و کیفیت شبکه محاسباتی با استفاده از معیارهای ارزیابی دقت جریان آشفته، نسبت طول فیلتر به طول کولوموگروف و همچنین نسبت ویسکوزیته آشفته به ویسکوزیته مؤثر تأیید می‌کند که ساختارهای با مقیاس بزرگ جریان به‌خوبی تصویر شده‌اند و شبکه محاسباتی برای LES مناسب هستند.

- انطباق مناسبی بین نتایج عددی شبیه‌سازی جریان بر روی پله نامحدود با نتایج آزمایشگاهی دیده شد که مؤید کارایی و دقت بالای الگوریتم عددی مرتبه بالا استفاده شده و مدل‌سازی توربولانس صورت گرفته برای تسخیر کردن مشخصات جریان آشفته بر روی پله است.

- نتایج نشان می‌دهد که ساختارهای گردابی جریان بر روی پله، اعم از گرداب‌های کلونین-هلمهولتز عرضی در پایین‌دست لبه پله و گرداب‌های گیره مویی شکل (به شکل U) در نواحی پایین‌دست دورتر به‌خوبی توسط حل عددی تسخیر شده‌اند. ضمناً در گوشه پله، لایه مرزی جدا شده بالادست، یک لایه برشی آزاد را به‌وجود می‌آورد. این لایه برشی که یک ناپایداری کلونین-هلمهولتز را تجربه می‌کند، در نقطه اتصال مجدد به دیواره متصل شده و در جهت طولی نوسان می‌کند. بالادست نقطه اتصال مجدد، جریان در معرض یک گرادیان فشار معکوس قرار گرفته و یک حباب جدایش را پدید می‌آورد.

- پارامتر مهم در ارزیابی کیفیت شبیه‌سازی جریان روی پله، طول ناحیه جدا شده پشت پله است. نتایج عددی انطباق بسیار عالی با نتایج آزمایشگاهی دارد و در ضمن نتایج به‌دست‌آمده در قیاس با نتایج عددی سایر مراجع (شبیه‌سازی مستقیم، گرداب‌های بزرگ و گرداب‌های جدا شده) انطباق بهتری با نتایج آزمایشی دارد.

- بررسی جامعی بر روی مقادیر متوسط گیری شده جریان اعم از سرعت، دما و تنش‌های رینولدز انجام گرفت و انطباق مناسبی با نتایج آزمایشگاهی دیده شد. این نتیجه تأیید می‌کند که شرط مرزی آشفتگی ورودی (سرعت متوسط و مقادیر نوسانی) به‌خوبی اعمال شده است.

23. Razavi, S., and Hanifi, M. "A multi-dimensional virtual characteristic scheme for laminar and turbulent incompressible flows," *Journal of Applied Fluid Mechanics*, Vol. 9, No.4, pp. 1579-1590, 2016.
24. Sheikhi, N., Najafi, M., and Enjilela, V. "Extending the Meshless Local Petrov-Galerkin Method to Solve Stabilized Turbulent Fluid Flow Problems," *International Journal of Computational Methods*, Vol. 16, No.1, p. 1850086, 2019.
25. Hasse, C., Sohm, V., Wetzel, M., and Durst, B. "Hybrid URANS/LES turbulence simulation of vortex shedding behind a triangular flameholder," *Flow, turbulence and combustion*, Vol. 8, No.1, pp. 1-20, 2009.
26. Luo, D. "Numerical simulation of turbulent flow over a backward facing step using partially averaged Navier-Stokes method," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 33, No.5, pp. 2137-2148, 2019.
27. Esmaeili, M., Afshari, A., and Jaber, F. A. "Turbulent mixing in non-isothermal jet in crossflow," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 89, pp. 1239-1257, 2015.
28. Esmaeili, M., and Afshari, A., "LES/FMDF of Mixing in Turbulent Jet in Cross-Flows,"; *Proc. ASME Conf., USA*, 2014.
29. Afshari, A., Jaber, F. A., and Shih, T. I. "Large-eddy simulations of turbulent flows in an axisymmetric dump combustor," *AIAA journal*, Vol. 46, No.7, pp. 1576-1592, 2008.
30. Yoshizawa, A. "Statistical theory for compressible turbulent shear flows, with the application to subgrid modeling," *Physics of Fluids (1958-1988)*, Vol. 29, No.7, pp. 2152-2164, 1986.
31. Colucci, P., Jaber, F., Givi, P., and Pope, S., 1998, "Filtered density function for large eddy simulation of turbulent reacting flows," *Physics of Fluids (1994-present)*, Vol.10, No.2, pp. 499-515, 1998.
32. Germano, M., Piomelli, U., Moin, P., and Cabot, W. H. "A dynamic subgrid- scale eddy viscosity model," *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics (1989-1993)*, Vol.3, No.7, pp. 1760-1765, 1991.
33. Moin, P. a., Squires, K., Cabot, W., and Lee, S. "A dynamic subgrid- scale model for compressible turbulence and scalar transport," *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics (1989-1993)*, Vol. 3, No.11, pp. 2746-2757, 1991.
34. Nicoud, F., and Ducros, F. "Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor," *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 62, No.3, pp. 183-200, 1999.
12. Aider, J.-L., Danet, A., and Lesieur, M. "Large-eddy simulation applied to study the influence of upstream conditions on the time-dependant and averaged characteristics of a backward-facing step flow," *Journal of Turbulence*, Vol.8 , 2007,.
13. Benocci, C., Giammanco, R., Manna, M., and Simons, E. "Large eddy simulation of turbulent flows via domain decomposition techniques. Part 2: applications," *International journal for numerical methods in fluids*, Vol. 48, No.4, pp. 397-422, 2005.
14. Kanchi, H., Sengupta, K., and Mashayek, F. "Effect of turbulent inflow boundary condition in LES of flow over a backward-facing step using spectral element method," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 62, pp. 782-793, 2013.
15. Panjwani, B., Ertesvåg, I. S., Gruber, A., and Rian, K. E. "Large eddy simulation in generalized curvilinear coordinates using conventional approach: Theory and validation," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 9, No.3, pp. 671-690, 2012.
16. Patil, S., and Tafti, D. "Wall modeled large eddy simulations of complex high Reynolds number flows with synthetic inlet turbulence," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 33, No.1, pp. 9-21, 2012.
17. Geurts, B. J., Rouhi, A., and Piomelli, U. "Recent progress on reliability assessment of large-eddy simulation," *Journal of Fluids and Structures*, 2019,.
18. Esmaeili, M., and Afshari, A. "LES/FMDF of premixed methane/air flow in a backward-facing step combustor," *Energy Equipment and Systems*, Vol. 7, No.2, pp. 159-173, 2019.
19. Choi, S.-K., and Lin, C.-L. "A simple finite-volume formulation of the lattice Boltzmann method for laminar and turbulent flows," *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, Vol. 58, No.4, pp. 242-261, 2010.
20. Shih, T.-H., Liou, W. W., Shabbir, A., Yang, Z., and Zhu, J. "A new k-ε eddy viscosity model for high reynolds number turbulent flows," *Computers & Fluids*, Vol. 24, No.3, pp. 227-238, 1995.
21. Javadi, K., Darbandi, M., and Taeibi-Rahni, M. "Three-dimensional compressible-incompressible turbulent flow simulation using a pressure-based algorithm," *Computers & fluids*, Vol. 37, No.6, pp. 747-766, 2008.
22. Nazif, H. R., and Tabrizi, H. B. "Applying a non-equilibrium wall function in k-ε turbulent modelling of hydrodynamic circulating flow," *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 38, No. 2, pp. 588-598, 2014.

- Proc. 6th Computational Fluid Dynamics Conference Danvers, 1983.
44. Spalart, P. R. "Direct simulation of a turbulent boundary layer up to  $R\theta = 1410$ ," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 187, pp. 61-98, 1988.
  45. Jones, W., and Wille, M. "Large-eddy simulation of a plane jet in a cross-flow," *International journal of heat and fluid flow*, Vol. 17, No. 3, pp. 296-306, 1996.
  46. You, D., Bose, S., and Moin, P., "Grid-independent large-eddy simulation of compressible turbulent flows using explicit filtering," *Proc. Proceedings of the Summer Program*, pp. 203-210, 2010.
  47. Cavar, D., and Meyer, K. E. "LES of turbulent jet in cross-flow: Part 1—A numerical validation study," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 36, pp. 18-34, 2012.
  48. Esmaeili, M., Afshari, A., and Jaber, F. A. "Large-eddy simulation of turbulent mixing of a jet in cross-flow," *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 137, No.9, p. 091510, 2015.
  49. Fröhlich, J., Mellen, C. P., Rodi, W., Temmerman, L., and Leschziner, M. A. "Highly resolved large-eddy simulation of separated flow in a channel with streamwise periodic constrictions," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 526, pp. 19-66, 2005.
  50. Pope, S. B. *Turbulent flows*, Cambridge university press, 2000.
  51. Kolář, V. "Vortex identification: New requirements and limitations," *International journal of heat and fluid flow*, Vol. 28, No.4, pp. 638-652, 2007.
  35. Garnier, E., Adams, N., and Sagaut, P. *Large eddy simulation for compressible flows*, Springer Science & Business Media, 2009.
  36. Suh, J., Frankel, S. H., Mongeau, L., and Plesniak, M. W. "Compressible large eddy simulations of wall-bounded turbulent flows using a semi-implicit numerical scheme for low Mach number aeroacoustics," *Journal of Computational Physics*, Vol. 215, No. 2, pp. 526-551, 2006.
  37. Lele, S. K. "Compact finite difference schemes with spectral-like resolution," *Journal of computational physics*, Vol. 103, No.1, pp. 16-42, 1992.
  38. Visbal, M. R., and Gaitonde, D. V. "Very high-order spatially implicit schemes for computational acoustics on curvilinear meshes," *Journal of Computational Acoustics*, Vol. 9, No.4, pp. 1259-1286, 2001.
  39. Gaitonde, D. V., and Visbal, M. R. "Further filevelopment of a Navier-Stokes Solution~ Procedure Based on Higher-Order Formula, 1999."
  40. Gaitonde, D. V., and Visbal, M. R. "Pade-plusmn;-Type Higher-Order Boundary Filters for the Navier-Stokes Equations," *AIAA journal*, Vol. 38, No.11, pp. 2103-2112, 2000.
  41. Gottlieb, S., Shu, C.-W., and Tadmor, E. "Strong stability-preserving high-order time discretization methods," *SIAM review*, Vol. 43, No.1, pp. 89-112, 2001.
  42. Shu, C.-W., and Osher, S. "Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock-capturing schemes," *Journal of Computational Physics*, Vol. 77, No.2, pp. 439-471, 1988.
  43. Jameson, A., and Baker, T., "Solution of the Euler equations for complex configurations,"