

تأثیر نیروی شناوری بر رفتارهای هیدرودینامیکی و حرارتی جریان جابه‌جایی ترکیبی یک گاز تشعشعی در یک کانال دارای فرورفتگی

طاهره اسدی^۲

میثم آتشافروز^{۱*}

دانشکده مهندسی شیمی، دانشگاه صنعتی سیرجان

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سیرجان

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۲/۰۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۴/۲۸)

چکیده

در تحقیق حاضر، اثرات نیروی شناوری و پارامترهای تشعشعی بر رفتارهای هیدرودینامیکی و حرارتی جریان جابه‌جایی ترکیبی یک گاز تشعشعی در یک کانال شیب‌دار دوبعدی و دارای یک فرورفتگی دوزنقه‌ای شکل، مورد مطالعه و بررسی قرار می‌گیرد. این فرورفتگی توسط دو پله شیب‌دار متوالی پسرو و پیشرو، درون کانال ایجاد می‌شود. برای مدل‌سازی سطوح شیب‌دار این فرورفتگی در مختصات کارتزین، از روش ناحیه مسدود شده استفاده می‌شود. برای به‌دست آوردن میدان‌های سرعت و دما، فرم بدون بعد معادلات حاکم با استفاده از روش حجم محدود و با به‌کارگیری الگوریتم سیمپل حل می‌شود. برای محاسبه دیورژانس شار تشعشعی در معادله انرژی، از روش راستاهای مجزا استفاده می‌شود. نتایج حل عددی نشان می‌دهد که با افزایش عدد گراشف و شیب کانال، مقادیر دمای متوسط مخلوط در طول فرورفتگی و همچنین مقادیر ضریب اصطکاک و نرخ انتقال حرارت روی دیوار پایینی فرورفتگی افزایش می‌یابند. همچنین، هر افزایشی در مقادیر پارامتر تشعشع-هدایت و عمق اپتیکی منجر به افزایش مقادیر دمای متوسط مخلوط و عدد ناسلت کل روی دیوار پایینی فرورفتگی می‌شود؛ در حالی که با افزایش ضریب البدو، این مقادیر کاهش می‌یابند.

واژه‌های کلیدی: انتقال حرارت مرکب، فرورفتگی، جابه‌جایی ترکیبی، محیط تشعشعی، نیروی شناوری.

Buoyancy Force Influence on the Hydrodynamics and Thermal Behaviors of Mixed Convection Flow of a Radiating Gas in a Duct with Recess

Meysam Atashafrooz

Tahereh Asadi

Department of Mechanical Engineering,
Sirjan University of Technology

Department of Chemical Engineering,
Sirjan University of Technology

(Received: 23/April/2020 ; Accepted: 18/July/2020)

ABSTRACT

In the present research, the effects of buoyancy force and radiative parameters on the hydrodynamic and thermal behaviors of mixed convection flow of a radiating gas in an inclined two-dimensional duct with a trapezoidal recess are studied and investigated. This recess is created inside the duct by two inclined backward and forward facing steps. For modeling the inclined surfaces of this recess in the Cartesian coordinates, the Blocked region method is used. To obtain the velocity and temperature fields, the dimensionless forms of the governing equations are solved using the finite volume method and by applying the Simple algorithm. The discrete-ordinates method is used to calculate the divergence of the radiative heat flux in the energy equation. The results of the numerical solution show that with increasing the Grashof number and duct inclination angle, the values of the mean bulk temperature along the recess and also the values of the friction coefficient and heat transfer rates on the bottom wall of recess increase. Besides, an increase in the magnitudes of radiation-conduction parameter and optical thickness results in an enhancement in the values of the mean bulk temperature and total Nusselt number along the bottom wall of recess; while these values decrease by increasing the magnitudes of albedo coefficient.

Keywords Combined Heat Transfer, Recess, Mixed Convection, Radiative Medium, Buoyancy Force.

۱- دانشجویار (نویسنده پاسخگو): m.atashafrooz@sirjantech.ac.ir

۲- استادیار: t.asadi@sirjantech.ac.ir

فهرست علائم و اختصارات (در صورت لزوم)

μ	لزجت دینامیکی سیال، $(N.s)/m^2$
ν	لزجت سینماتیکی، $(N.s.m)/kg$
ρ	چگالی، kg/m^3

زیر نویس

b	جسم سیاه
c	دیوار سرد- جابه‌جایی
in	ورودی
h	دیوار گرم
r	تشعشی
t	کل
W	دیوار

۱- مقدمه

مطالعه و آنالیز جریان‌های بازگشتی و دارای جدایش، از مهم‌ترین موضوعاتی است که در دهه اخیر مورد توجه محققین علوم حرارتی قرار گرفته است [۷-۱]. دلیل این توجه، تأثیر بسزایی است که این نوع جریان‌ها بر رفتارهای هیدرودینامیکی و حرارتی جریان سیال در بسیاری از وسایل و کاربردهای مهندسی نظیر پخش‌کننده‌ها، مبدل‌های حرارتی، وسایل تولید توان و راکتورهای هسته‌ای دارند. کانال‌های دارای فرورفتگی از جمله هندسه‌های معیار و معتبری هستند که جدایی جریان و جریان بازگشتی، به‌خوبی در آن‌ها قابل مشاهده است. در بسیاری از موارد، این فرورفتگی‌ها به‌وسیله دو پله متوالی پسرو و پیشرو در کانال ایجاد می‌گردد. اگرچه ظاهر این نوع کانال‌ها ساده به نظر می‌رسد، اما باید توجه داشت که آنالیز هیدرودینامیکی و حرارتی جریان سیال در آنها، بسیار پیچیده است. تاکنون، مطالعات متعددی در این زمینه تحقیقاتی توسط پژوهشگران مختلف انجام شده است [۸-۱۵].

از میان این تحقیقات، نوری بروجردی و معززی [۱۶]، به بررسی اثرات یک مانع بر رفتارهای حرارتی جریان سیال در یک کانال دارای پله پسرو پرداختند. نتایج این تحقیق نشان داد که با افزایش عدد رینولدز و ارتفاع مانع، نرخ انتقال حرارت روی دیوار پایینی کانال افزایش می‌یابد. در تحقیقاتی دیگر، نت و کریشنان [۱۷] و سلایم فندجیل و همکاران [۱۸] به بررسی اثرات نانو سیالات مختلف بر رفتارهای هیدرودینامیکی و حرارتی جریان سیال در یک

C_p	گرمای ویژه سیال، $J/(kg.K)$
CR	نسبت انقباض
D	طول فرورفتگی، m
ER	نسبت انبساط
Gr	عدد گراشف
H	ارتفاع کانال در فرورفتگی، m
h_1, h_2	ارتفاع کانال قبل و بعد از فرورفتگی، m
I	شدت تشعشع، W/m^2
I^*	شدت تشعشع بدون بعد
k	ضریب هدایت حرارتی، $W/(m.K)$
K_a	ضریب جذب، m^{-1}
K_s	ضریب پخش، m^{-1}
L_1	طول کانال قبل از فرورفتگی، m
L_2	طول کانال بعد از فرورفتگی، m
Nu	عدد ناسلت
p	فشار، N/m^2
P	فشار بدون بعد
Pe	عدد پکلت
Pr	عدد پرانتل
q	شار حرارتی
Re	عدد رینولدز
RC	پارامتر تشعشع-هدایت
S	ارتفاع فرورفتگی، m
T	دما، K
u, v	مؤلفه‌های سرعت، m/s
U, V	مؤلفه‌های سرعت بدون بعد
x, y	مختصات کارتزین، m
X, Y	مختصات کارتزین بدون بعد

علائم یونانی

α	ضریب پخش حرارتی، m^2/s
β	شیب کانال نسبت به محور افقی
ϕ	تابع فاز
ω	ضریب البدو
τ	عمق اپتیکی
Θ	دما بدون بعد
Θ_M	دمای متوسط مخلوط بدون بعد
θ_1, θ_2	پارامترهای بدون بعد

مورد بررسی قرار گیرد. در حقیقت، هدف اصلی از انجام این تحقیق، مطالعه اثرات نیروی شناوری (عدد گراشف و شیب کانال) روی توزیع پروفیل‌های سرعت، ضریب اصطکاک، دمای متوسط مخلوط و عددهای ناسلت جابه‌جایی، تشعشعی و کل است. لازم به ذکر است، علاوه بر تأثیر متغیرهای مستقل ذکر شده، تأثیر پارامترهای مهم تشعشعی مانند پارامتر تشعشع-هدایت، عمق اپتیکی و ضریب البدو نیز روی رفتارهای حرارتی مورد بررسی و مطالعه قرار می‌گیرد. باید توجه داشت که در این نوع جریان‌ها، حل معادلات حاکم بسیار پیچیده و سنگین است، زیرا در این مسائل، میدان سرعت تابعی از میدان دما و در نتیجه میدان شدت تشعشع بوده و به تبع معادلات مومنتوم، انرژی و معادله حاکم بر انتقال تشعشع با یکدیگر کوپل هستند.

۲- توصیف مسأله

هندسکانال مورد مطالعه در این تحقیق همراه با ذکر جزئیات در شکل ۱ نشان داده شده است. این کانال دو بعدی، شیب‌دار بوده $(\beta = 0^\circ - 90^\circ)$ و دارای یک فرورفتگی دوزنقه‌ای شکل است. در حقیقت، این فرورفتگی توسط دو پله شیب‌دار متوالی پسرو و پیشرو که دارای زاویه $\Phi = 45^\circ$ هستند، در کانال ایجاد شده است. همچنین، نسبت‌های انبساط $\left(ER = \frac{H}{h_1}\right)$ و انقباض $\left(CR = \frac{h_2}{H}\right)$ کانال در بالادست و پایین‌دست این فرورفتگی به ترتیب برابر با ۲ و ۰/۵ هستند. بعلاوه، طول کانال در بالادست و پایین‌دست فرورفتگی به ترتیب برابر با $L_1 = 5H$ و $L_2 = 10H$ بوده؛ در حالی که طول فرورفتگی بین دو پله برابر با $D = 20H$ انتخاب شده است.

۲-۱- شرایط مرزی

برای تمام دیوارهای کانال (دیوار بالایی، دیوار پایینی و دیوارهای فرورفتگی)، اصل عدم لغزش برقرار است. همچنین، دیوار بالایی کانال سرد و دارای دمای ثابت T_c بوده، در حالی که سایر دیوارهای کانال داغ و دارای دمای ثابت T_h هستند. در مقطع ورودی کانال، جریان گاز با پروفیل سرعت یکنواخت و با دمای ثابت T_{in} وارد می‌شود $(T_{in} = T_c)$ ؛ در حالی که در مقطع خروجی کانال، فرض توسعه‌یافتگی هیدرودینامیکی و حرارتی برقرار است.

کانال دارای پله پسرو پرداختند. در یکی از آخرین تحقیقات، آتش‌افروز و همکاران [۱۹]، اثرات متقابل میدان مغناطیسی و نانو ذرات جامد بر انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری و میزان تولید انترپوی در یک کانال دارای فرورفتگی را مورد بررسی قرار دادند. محققان در آن مطالعه نشان دادند که توزیع میدان‌های سرعت و دما به‌طور قابل توجه‌ای وابسته به مقادیر قدرت میدان مغناطیسی و درصد حجمی نانو ذرات جامد هستند.

در تمامی مطالعات [۱۹-۱]، محققین از ساز و کار انتقال حرارت تشعشعی در برابر ساز و کار انتقال حرارت جابجایی صرف نظر کرده‌اند. باید توجه داشت در موارد متعددی، صرف نظر کردن از این مکانیزم در محاسبات، منجر به ایجاد خطاهای قابل ملاحظه و چشم‌گیر در آنالیز دقیق جریان سیال می‌شود [۲۵-۲۰]. بنابراین، برای تعیین دقیق رفتارهای هیدرودینامیکی و حرارتی جریان سیال، باید تأثیر هردو ساز و کار انتقال حرارت جابه‌جایی و تشعشع را به‌طور هم‌زمان مطالعه کرد [۳۱-۲۶].

تاکنون چندین محقق از جمله کو و آناند [۳۲]، دهقانی رایینی و گنجعلیخان نسب [۳۳] و آتش‌افروز و همکاران [۳۴-۳۶]، به مطالعه اثرات ساز و کار تشعشع بر انتقال حرارت جابجایی اجباری در کانال‌های دارای پله و فرورفتگی پرداخته‌اند. در این مطالعات، تأثیر پارامترهای مختلف از جمله ضریب پخش، عمق اپتیکی و پارامتر تشعشع-هدایت بر نرخ انتقال حرارت روی دیوارهای کانال به‌خوبی نشان داده شده است.

اگرچه تاکنون چندین مطالعه برای آنالیز انتقال حرارت مرکب جابه‌جایی- تشعشعی در کانال‌های دارای فرورفتگی انجام شده است، اما باید توجه داشت که این مطالعات، محدود به جریان‌های جابه‌جایی اجباری بوده و تأثیر نیروی شناوری (جابه‌جایی آزاد) در آنها در نظر گرفته نشده است. لازم به ذکر است که در بسیاری از موارد، آنالیز جریان سیال بدون در نظر گرفتن اثرات نیروی شناوری، از دقت مناسبی برخوردار نبوده و با خطای قابل ملاحظه‌ای همراه است. بنابراین با توجه به آنچه ذکر شد، در مطالعه حاضر تلاش می‌شود تا اثرات متقابل ساز و کارهای انتقال حرارت تشعشعی و جابه‌جایی ترکیبی بر رفتارهای هیدرودینامیکی و حرارتی جریان گاز در یک کانال شیب‌دار دارای فرورفتگی

$$\nabla \cdot \vec{q}_r = K_a \left(4\pi I_b(\vec{r}) - \int_{4\pi} I(\vec{r}, \vec{s}) d\Psi \right) \quad (4)$$

در این معادله، عبارات $I(\vec{r}, \vec{s})$ ، K_a و $I_b(\vec{r})$ به ترتیب نشان‌دهنده میدان شدت تشعشع، ضریب جذب محیط و شدت تشعشعی جسم سیاه هستند. همان‌طور که از معادله (۴) دیده می‌شود، برای محاسبه دیورژانس شار تشعشعی، به میدان شدت تشعشعی نیاز است. برای محاسبه این میدان، می‌توان از معادله حاکم بر انتقال حرارت تشعشعی استفاده کرد. با استفاده از موازنه انرژی در یک جهت خاص و در طول یک المان دیفرانسیلی کوچک، معادله حاکم بر انتقال حرارت تشعشعی برای یک محیط خاکستری، جذب‌کننده، صادرکننده و منحرف‌کننده انرژی تشعشعی به صورت زیر نوشته می‌شود [۳۷-۳۸]:

$$\vec{s} \cdot \nabla I(\vec{r}, \vec{s}) = K_a I_b(\vec{r}) - (K_a + K_s) I(\vec{r}, \vec{s}) + \frac{K_s}{4\pi} \int_{4\pi} I(\vec{r}, \vec{s}') \phi(\vec{r}, \vec{s}, \vec{s}') d\Psi' \quad (5)$$

عبارات K_s و $\phi(\vec{r}, \vec{s}, \vec{s}')$ در این معادله به ترتیب نشان‌دهنده ضریب پخش محیط و تابع فاز انتقال حرارت از جهت ورودی \vec{s} به جهت خروجی \vec{s}' هستند. با توجه به اینکه محیط تشعشعی در کانال مورد مطالعه به صورت کاملاً پخشی و همگن در نظر گرفته شده است، بنابراین مقدار تابع فاز انتقال حرارت در این محیط برابر با یک است.

همچنین، شرط مرزی مربوط به این معادله برای یک سطح خاکستری، صادرکننده و انعکاس‌دهنده به صورت زیر بیان می‌شود [۳۷-۳۸]:

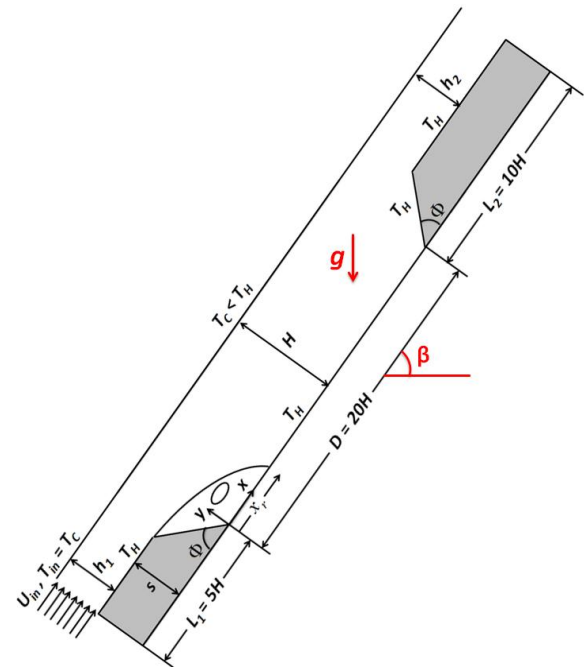
$$I(\vec{r}_w, \vec{s}_i) = \varepsilon I_b(\vec{r}_w) + \frac{(1-\varepsilon)}{\pi} \int_{\vec{n}_w \cdot \vec{s}_j < 0} I(\vec{r}_w, \vec{s}_j) |\vec{n}_w \cdot \vec{s}_j| d\Psi' \quad \vec{n}_w \cdot \vec{s}_i > 0 \quad (6)$$

در معادله بالا، عبارات ε ، \vec{n}_w و $I(\vec{r}_w, \vec{s})$ به ترتیب مشخص‌کننده ضریب صدور، بردار یکه عمود بر سطح و شدت انرژی تشعشعی خروجی از سطح مرزی هستند.

۳-۱- روش راستاهای مجزا

آنالیز دقیق معادلات (۴-۶) به وضوح نشان می‌دهد که معادلات حاکم بر انتقال حرارت تشعشعی از نوع معادلات دیفرانسیلی-انتگرالی هستند. در مطالعه حاضر، برای حل این معادلات از روش مشهور و کارآمد راستاهای مجزا

بعلاوه، فرض شده است که انعکاس و صدور تشعشع از تمامی دیوارهای کانال، به صورت پخشی کامل و با ضریب صدور $\varepsilon = 0.8$ صورت می‌گیرد. همچنین، در دو مقطع ورودی و خروجی کانال، میزان تشعشع ورودی به جریان گاز برابر با تشعشع صادرشده از یک جسم سیاه در دمای جریان در نظر گرفته شده است [۳۷-۳۸].



شکل (۱): هندسه کانال مورد مطالعه.

۳- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر مسأله مورد مطالعه در این تحقیق، شامل معادلات بقای جرم، مومنتوم و انرژی هستند. فرم فشرده این معادلات برای جریان آرام، دوبعدی، دائم و تراکم ناپذیر به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1)$$

$$\rho(\vec{V} \cdot \nabla \vec{V}) = -\nabla p + \mu(\nabla^2 \vec{V}) - \rho g(T - T_c) \quad (2)$$

$$\rho C_p(\vec{V} \cdot \nabla T) = k(\nabla^2 T) - \nabla \cdot \vec{q}_r \quad (3)$$

عبارت $\rho g(T - T_c)$ در معادله (۲)، مربوط به سهم نیروی شناوری بوده و با استفاده از تقریب بوزینسک محاسبه می‌شود. همچنین، عبارت $\nabla \cdot \vec{q}_r$ ، دیورژانس شار تشعشعی بوده و به صورت زیر قابل محاسبه است [۳۷-۳۸]:

لازم به ذکر است که برای بیان معادلات (۱۳-۱۰)، از روش راستاهای مجزا و عبارات بی‌بعدکننده زیر استفاده شده است:

$$\begin{aligned} (X, Y) &= \left(\frac{x}{H}, \frac{y}{H} \right) & (U, V) &= \left(\frac{u}{U_{in}}, \frac{v}{U_{in}} \right) \\ P &= \frac{p}{\rho U_{in}^2} & \Theta &= \frac{T - T_c}{T_h - T_c} \\ \theta_1 &= \frac{T_c}{T_h - T_c} & \theta_2 &= \frac{T_h}{T_c} \\ I^* &= \frac{I}{\sigma T_h^4} & \bar{q}_r^* &= \frac{\bar{q}_r}{\sigma T_h^4} \quad (14) \\ \tau &= (K_a + K_s)H & (1-\omega) &= \frac{K_a}{K_a + K_s} \\ RC &= \frac{\sigma T_h^3 H}{k} & Re &= \frac{\rho U_{in} H}{\mu} \\ Pe &= Re \cdot Pr & Pr &= \frac{\nu}{\alpha} \\ Gr &= \frac{\gamma g (T_h - T_c) H^3}{\nu^2} \end{aligned}$$

۳-۳-۳ پارامترهای مورد بررسی

پارامترهای مورد بررسی در این تحقیق، شامل ضریب اصطکاک، دمای متوسط مخلوط و عدد ناسلت بوده که به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

۳-۳-۳-۱ ضریب اصطکاک

ضریب اصطکاک یکی از پارامترهای مهم در مطالعه رفتارهای هیدرودینامیکی جریان سیال است. برای محاسبه ضریب اصطکاک روی دیوار پایین فرورفتگی، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$C_f(X) = \frac{2}{Re} \frac{\partial U}{\partial Y} \Big|_{Y=0} \quad (15)$$

۳-۳-۳-۲ دمای متوسط مخلوط

دمای متوسط مخلوط یکی از پارامترهای مهم در تعیین رفتارهای حرارتی جریان سیال است. این پارامتر در هر مقطع از فرورفتگی بر طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

استفاده می‌شود. بر طبق این روش، تمامی انتگرال‌های موجود در معادلات (۶-۴) تبدیل به یک سری می‌شوند. بنابراین، معادلات (۶-۴) به صورت زیر بازنویسی و حل می‌شوند [۳۷-۳۸]:

$$\nabla \cdot \bar{q}_r = K_a \left(4\pi I_b(\bar{r}) - \sum_{i=1}^n w_i I(\bar{r}, \bar{s}_i) \right) \quad (7)$$

$$\begin{aligned} (\bar{s}_i \cdot \nabla) I(\bar{r}, \bar{s}_i) &= K_a I_b(\bar{r}) - (K_a + K_s) I(\bar{r}, \bar{s}_i) \\ + \frac{K_s}{4\pi} \sum_{j=1}^n I(\bar{r}, \bar{s}_j) \phi(\bar{r}, \bar{s}_j, \bar{s}_i) w_j & \quad i=1, 2, \dots, n \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I(\bar{r}_w, \bar{s}_i) &= \varepsilon I_b(\bar{r}_w) \\ + \frac{(1-\varepsilon)}{\pi} \sum_{\substack{\bar{n}_w, \bar{s}_j < 0 \\ \bar{n}_w \cdot \bar{s}_j < 0}} I(\bar{r}_w, \bar{s}_j) |\bar{n}_w \cdot \bar{s}_j| w_j & \quad \bar{n}_w \cdot \bar{s}_i > 0 \quad (9) \end{aligned}$$

در این معادلات، عبارت w_i تابع وزنی مربوط به جهت \bar{s}_i است. مقادیر مختلف این عبارت برای تعداد جهات انتخاب شده، در مراجع [۳۷-۳۸] ارائه شده‌اند.

۳-۲-۳ فرم بدون بعد معادلات حاکم

برای تعیین رفتارهای هیدرودینامیکی و حرارتی در مسأله مورد مطالعه، فرم بدون بعد معادلات حاکم (معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی) مورد حل و بررسی قرار می‌گیرد:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial X} \left(U^2 - \frac{1}{Re} \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(UV - \frac{1}{Re} \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = \\ - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{Gr \sin \beta}{Re^2} \Theta \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial X} \left(UV - \frac{1}{Re} \frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(V^2 - \frac{1}{Re} \frac{\partial V}{\partial Y} \right) = \\ - \frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{Gr \cos \beta}{Re^2} \Theta \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial X} \left(U\Theta - \frac{1}{Pe} \frac{\partial \Theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(V\Theta - \frac{1}{Pe} \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right) + \\ \frac{\tau(1-\omega)RC\theta_1\theta_2}{Pe} \left[\frac{4}{\theta_2^4} \left(\frac{\Theta}{\theta_1} + 1 \right)^4 - \sum_{i=1}^n I_i^* w_i \right] = 0 \quad (13) \end{aligned}$$

می‌شوند. سپس این دستگاه معادلات جبری با استفاده از روش تکراری خط به خط و با پیشروی در جهت محوری حل می‌شود. لازم به ذکر است که برای تصحیح میدان‌های سرعت و فشار، از الگوریتم سیمپل استفاده می‌شود [۳۹].

همچنین برای مدل‌سازی سطوح شیب‌دار فرورفتگی در مختصات کارتزین، روش ناحیه مسدود شده به کار گرفته می‌شود. جزئیات بیشتر این محاسبات در مرجع [۳۴] بیان شده است، بنابراین در اینجا از ذکر آنها خودداری می‌گردد. بعلاوه، برای یافتن میدان شدت تشعشعی در محیط و مقادیر شار تشعشعی روی سطوح، معادلات (۷) تا (۹) با استفاده از بیست و چهار جهت متقارن

$$\left(S_6 = \frac{6 \times (6+2)}{2} = 24 \right) \text{ حل می‌شوند.}$$

همچنین، به منظور انتخاب شبکه بهینه برای حل عددی معادلات حاکم، برنامه کامپیوتری نوشته شده در شبکه‌های متعددی مورد بررسی قرار گرفت. سپس، مقادیر بیشینه عدد ناسلت کل روی دیوار پایینی فرورفتگی مورد مطالعه، در این شبکه‌ها با یکدیگر مقایسه شدند. این مقایسه در جدول ۱ ارائه شده است.

همان‌طور که این جدول نشان می‌دهد، از بین این شبکه‌ها، شبکه 600×44 در جهت $X \times Y$ مناسب‌ترین شبکه برای حل عددی معادلات حاکم بوده و جواب‌ها در این شبکه مستقل از تعداد گره هستند. لازم به ذکر است که این شبکه غیریکنواخت بوده و در نواحی اطراف دیوارهای کانال و فرورفتگی ریزتر و متراکم‌تر است.

جدول (۱): انتخاب شبکه بهینه ($Gr=1000$ ، $\beta = 45^\circ$ ، $\omega = 0.5$ ، $\tau = 0.005$ ، $RC=50$)

اندازه شبکه	بیشینه عدد ناسلت کل روی دیوار پایینی فرورفتگی
۳۴۰×۲۸	۲/۵۹۱
۴۲۰×۳۲	۲/۸۲۶
۵۰۰×۳۶	۳/۰۱۷
۵۶۰×۴۰	۳/۲۴۵
۶۰۰×۴۴	۳/۳۸۳
۶۵۰×۴۸	۳/۳۸۸

$$\Theta_M(X) = \frac{\int_0^1 \Theta U dY}{\int_0^1 U dY} \quad (16)$$

۳-۳-۳- عدد ناسلت

عدد ناسلت یکی دیگر از پارامترهای بسیار مهم در تعیین رفتارهای حرارتی جریان سیال است. در سامانه‌های حرارتی جابه‌جایی-تشعشعی، انتقال حرارت از دیوارهای داغ به جریان سیال از دو طریق زیر صورت می‌گیرد:

۱- گردآیان دما روی دیوارها

۲- نرخ خالص شار تشعشعی مبادله شده بین دیوارهای داغ و جریان سیال

براین اساس، شار حرارتی کل خروجی از دیوار پایینی فرورفتگی (q_t) برابر با مجموع شارهای حرارتی هدایتی (q_c) و تشعشعی (q_r) است:

$$q_t = q_c + q_r = -k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) + q_r \quad (17)$$

با توجه به آنچه بیان شد، می‌توان چنین نتیجه گرفت که عدد ناسلت کل (Nu_t) روی دیوار پایینی فرورفتگی نیز برابر با مجموع عددهای ناسلت جابه‌جایی (Nu_c) و تشعشعی (Nu_r) بوده و به صورت زیر قابل محاسبه است: [۳۴-۳۶]:

$$Nu_t(X) = Nu_c(X) + Nu_r(X) \quad (18)$$

در این معادله [۳۴-۳۶]:

$$Nu_c(X) = \frac{-1}{\Theta_W - \Theta_M} \left. \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right|_{Y=0} \quad (19)$$

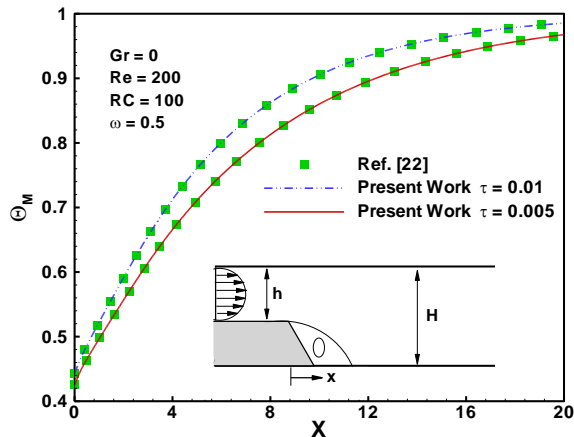
$$Nu_r(X) = \frac{RC \cdot \theta_1 \cdot \theta_2}{\Theta_W - \Theta_M} q_r^* \Big|_{Y=0} \quad (20)$$

۴- حل عددی معادلات حاکم

برای تعیین میدان‌های سرعت و دما، فرم بدن بعد معادلات حاکم با استفاده از روش حجم محدود (انترگرال گیری روی حجم هر المان) و با به کارگیری روش هیبریدی (دقت مرتبه اول) گسسته شده و تبدیل به یک دستگاه معادله جبری

جهت اعتبار بخشیدن به محاسبات انجام شده در تحلیل مسائل انتقال حرارت مرکب جابه‌جایی- تشعشعی، توزیع دمای متوسط مخلوط در پایین دست یک کانال دارای پله پسرو شیب‌دار با نتایج به دست آمده توسط انصاری و گنجعلیخان نسب [۲۲] در شکل ۳ مقایسه شده است. در این مرجع، نتایج برای $Gr=0$ ، $Re=20$ و $ER=2$ ارائه شده‌اند.

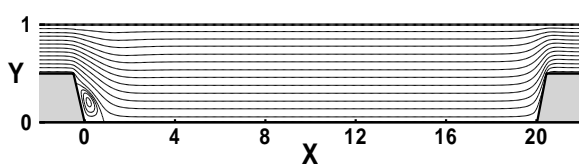
به‌هرحال، این مقایسه در دو مقدار مختلف عمق اپتیکی انجام شده است. همان‌طور که از این شکل مشخص است، انطباق و سازگاری بسیار خوبی بین نتایج مطالعه حاضر و یافته‌های مرجع [۲۲] برقرار است.



شکل (۳): مقایسه توزیع دمای متوسط مخلوط با یافته‌های مرجع [۲۲].

۶- نتایج و بحث

نخست، برای درک بهتر از نحوه شکل‌گیری جریان در هندسه مورد مطالعه، توزیع خطوط جریان در شکل ۴ ارائه شده است. تأثیر انبساط و انقباض ناشی از ایجاد فرورفتگی در کانال روی توزیع خطوط جریان در این شکل به خوبی نشان داده شده است. همان‌طور که از این شکل مشاهده می‌شود، به‌واسطه انبساط ناگهانی، یک ناحیه گردابه‌ای در سمت چپ فرورفتگی تشکیل می‌گردد.



شکل (۴): توزیع خطوط جریان در کانال مورد مطالعه ($\omega=0.5$ ، $\tau=0.005$ ، $RC=50$ ، $\beta=0^\circ$ ، $Gr=1000$).

همچنین معیار همگرایی در حل معادلات حاکم، برقرار شدن دو شرط زیر تعیین شده است:

$$Error \lambda = Max \left| \frac{\lambda^n(i, j) - \lambda^{n-1}(i, j)}{\lambda^n(i, j)} \right| \leq 10^{-6} \quad (21)$$

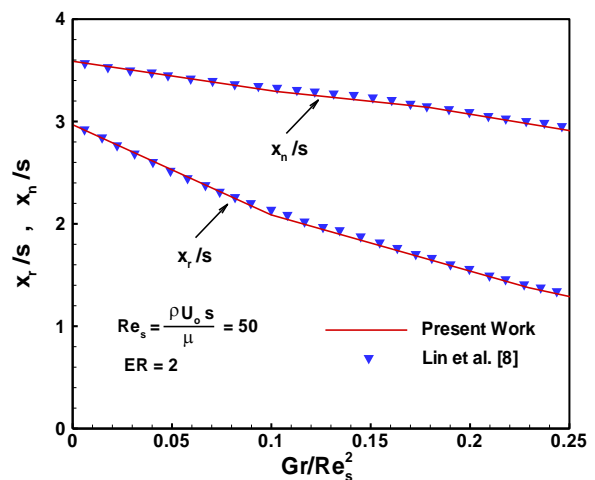
$$\sum_{i=1}^{i=IN} \sum_{j=1}^{j=IN} \left| \lambda^n(i, j) - \lambda^{n-1}(i, j) \right| \leq 10^{-5} \quad (22)$$

در این روابط متغیر n نشان‌دهنده مراحل تکرار و عبارت λ مربوطه به میدان‌های فشار، سرعت، دما و شدت تشعشع است.

۵- اعتبار سنجی نتایج

به‌منظور بررسی صحت نتایج مطالعه حاضر در تحلیل مسائل انتقال حرارت جابجایی ترکیبی آزاد و اجباری، نتایج حاصل از برنامه کامپیوتری نوشته‌شده برای مطالعه حاضر با نتایج ارائه‌شده توسط لین [۸] برای یک کانال دوبعدی قائم و دارای یک پله پسرو عمودی، در شکل ۲ مقایسه شده‌اند.

در این شکل، مقادیر طول ناحیه بازگشتی (x_r) و همچنین محل ماکزیمم شدن عدد ناسلت روی دیوار پایینی کانال (x_n) ، در گراف‌های مختلف رسم شده‌اند. از این شکل به خوبی نمایان است که برنامه کامپیوتری نوشته‌شده برای حل مسائل انتقال حرارت جابجایی ترکیبی آزاد و اجباری، دارای دقت بالا و قابل قبولی است.

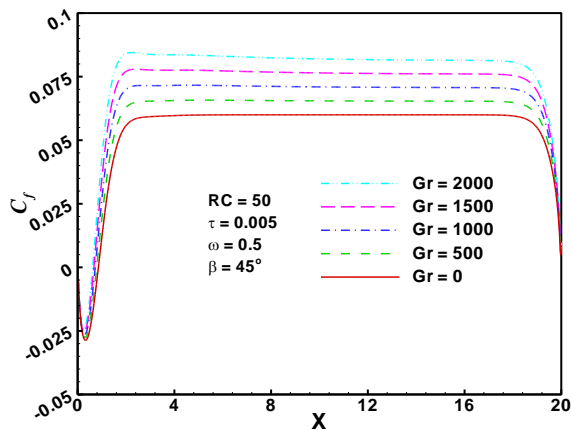


شکل (۲): مقایسه مقادیر طول ناحیه گردابه‌ای و محل ماکزیمم شدن عدد ناسلت با نتایج مرجع [۸].

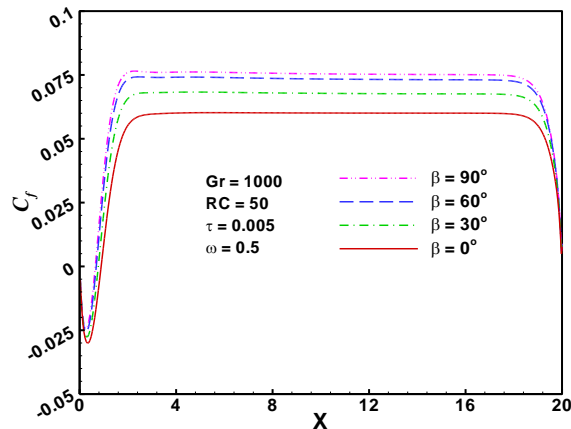
نیروی شناوری، اندازه ناحیه گردابه‌ای تشکیل شده در سمت چپ فرورفتگی کاهش می‌یابد.

همچنین، هرگونه افزایشی در اندازه نیروی شناوری منجر به متمایل شدن بیشینه سرعت جریان گاز به سمت دیوار پایینی و داغ کانال می‌شود.

برای درک بهتر از تأثیر نیروی شناوری بر رفتارهای هیدرودینامیکی جریان گاز، توزیع‌های ضریب اصطکاک روی دیوار پایینی فرورفتگی در مقادیر مختلف عدد گراشف و شیب کانال در شکل‌های (۶-الف) و (۶-ب) ارائه شده‌اند.



شکل (الف) تأثیر عدد گراشف

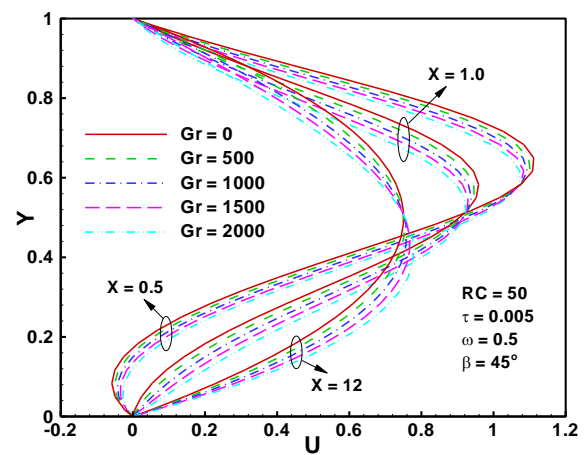


شکل (ب) تأثیر شیب کانال

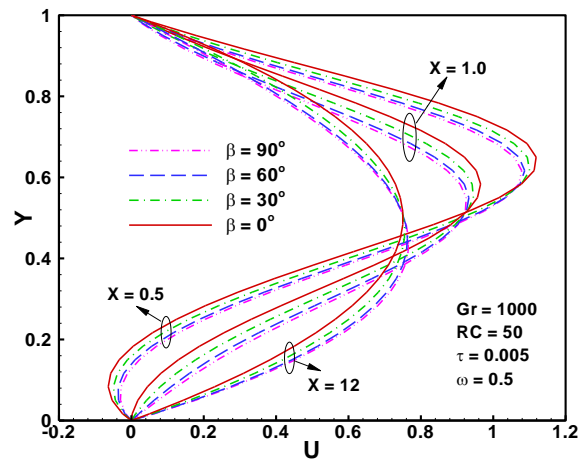
شکل (۶): تأثیر نیروی شناوری بر توزیع‌های ضریب اصطکاک روی دیوار پایینی فرورفتگی.

همان‌طور که از این شکل‌ها مشخص است، در ابتدای فرورفتگی و در ناحیه گردابه‌ای جریان، مقدار ضریب

برای بررسی تأثیر نیروی شناوری بر رفتارهای هیدرودینامیکی جریان سیال داخل فرورفتگی، توزیع پروفیل‌های بی‌بعد سرعت محوری جریان گاز در شکل‌های (۵-الف) و (۵-ب) نشان داده شده‌اند. این پروفیل‌ها در سه مقطع متفاوت و برای مقادیر مختلف عدد گراشف و شیب کانال ارائه شده‌اند.



شکل (الف) تأثیر عدد گراشف



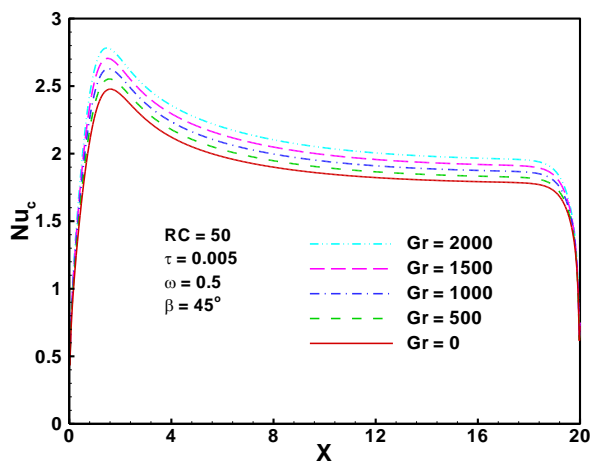
شکل (ب) تأثیر شیب کانال

شکل (۵): تأثیر نیروی شناوری بر توزیع پروفیل‌های سرعت محوری جریان گاز در سه مقطع طولی مختلف.

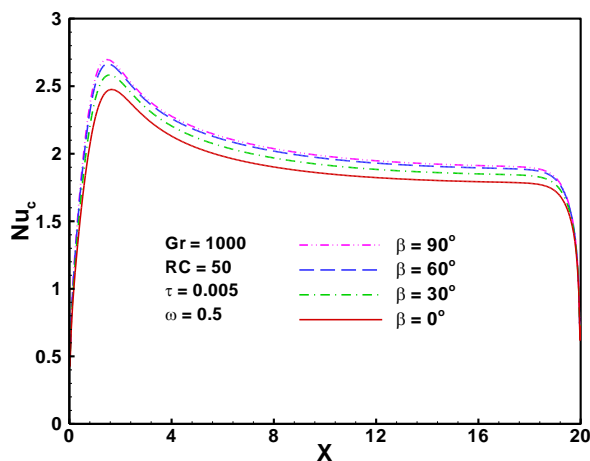
تأثیر فرورفتگی ایجاد شده در کانال بر پروفیل‌های سرعت، به خوبی از این شکل‌ها نمایان است. همچنین از این شکل‌ها مشخص است که مقادیر پروفیل‌های سرعت، وابسته به مقادیر عدد گراشف و شیب کانال هستند. در حقیقت، با افزایش عدد گراشف و شیب کانال و در نتیجه افزایش

همان‌طور که از این شکل‌ها نمایان است، با افزایش عدد گراشف و شیب کانال و در نتیجه با تأثیرگذاری بیشتر نیروی شناوری، دمای متوسط سیال افزایش پیدا می‌کند.

برای بررسی بیشتر اثرات نیروی شناوری بر رفتارهای حرارتی جریان سیال در کانال مورد مطالعه، توزیع عددهای ناسلت جابه‌جایی روی دیوار پایینی فرورفتگی برای مقادیر مختلف گراشف و شیب کانال در شکل‌های (۸-الف) و (۸-ب) نشان داده شده‌اند.



(الف) تأثیر عدد گراشف

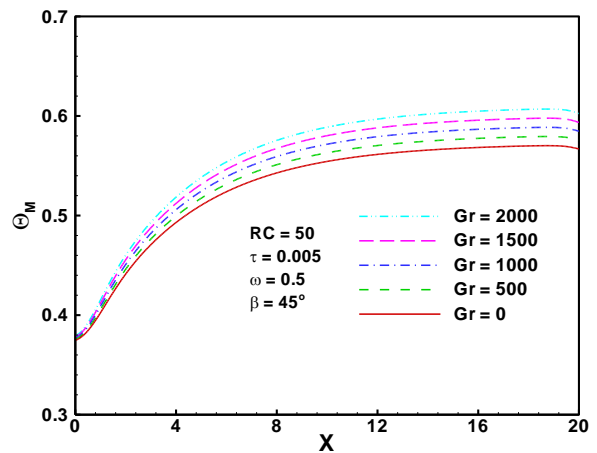


(ب) تأثیر شیب کانال

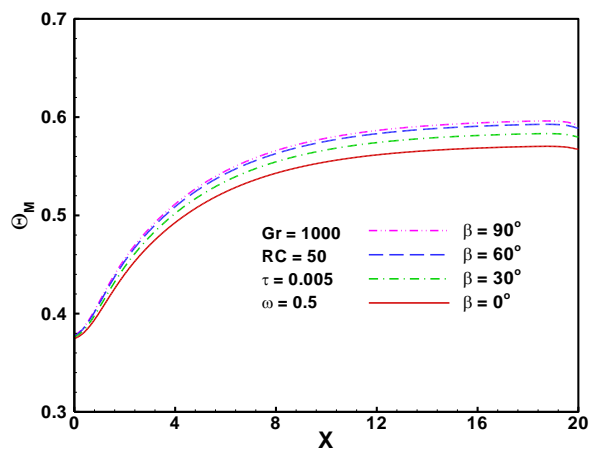
شکل (۸): تأثیر نیروی شناوری بر توزیع عدد ناسلت جابه‌جایی روی دیوار پایینی فرورفتگی.

از این شکل‌ها به‌خوبی مشخص است که عدد ناسلت جابه‌جایی در ناحیه گردابه‌ای افزایش یافته و به مقدار

اصطکاک منفی است. در این ناحیه، قدر مطلق ضریب اصطکاک با افزایش عدد گراشف و شیب کانال، به‌طور خیلی اندک کاهش می‌یابد. در حالی که در خارج از این ناحیه، ضریب اصطکاک دارای مقادیر مثبت بوده و هرگونه افزایشی در مقادیر نیروی شناوری منجر به افزایش این پارامتر می‌شود. در حقیقت، این افزایش در مقادیر ضریب اصطکاک به‌علت افزایش گرادیان‌های سرعت با افزایش نیروی شناوری است.



(الف) تأثیر عدد گراشف

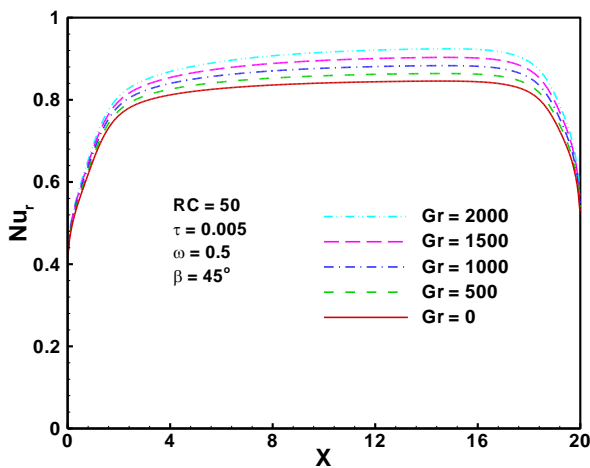


(ب) تأثیر شیب کانال

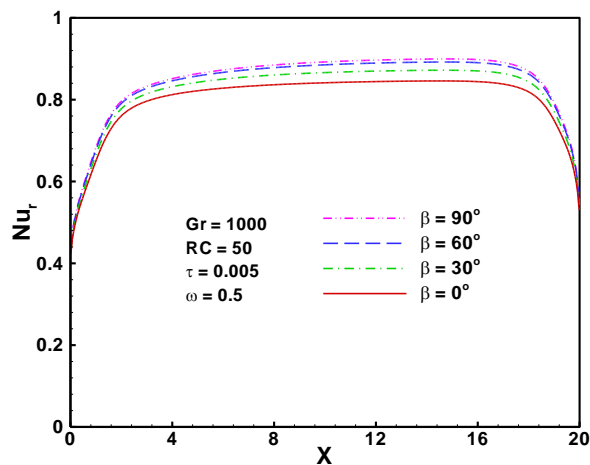
شکل (۷): تأثیر نیروی شناوری بر توزیع دمای متوسط مخلوط در طول فرورفتگی.

یکی از پارامترهای مهم حرارتی در مطالعه سامانه‌های دارای انتقال حرارت مرکب جابه‌جایی-تشنشعی، دمای متوسط مخلوط است برای بررسی اثرات نیروی شناوری روی این پارامتر، شکل‌های (۷-الف) و (۷-ب) ارائه شده‌اند.

همچنین، از شکل‌های (۹-الف) و (۹-ب) مشخص است که با افزایش عدد گراشف و شیب کانال، عدد ناسلت تشعشی افزایش می‌یابد. در حقیقت، این افزایش به دلیل افزایش شار حرارتی تشعشی خالص خروجی از دیوار پایینی فرورفتگی است.



(الف) تأثیر عدد گراشف



(ب) تأثیر شیب کانال

شکل (۹): تأثیر نیروی شناوری بر توزیع عدد ناسلت تشعشی روی دیوار پایینی فرورفتگی.

همان‌طور که قبلاً نیز بیان شد، در سامانه‌های حرارتی جابه‌جایی- تشعشی، شار حرارتی خروجی از دیوارها ناشی از دو ساز و کار انتقال حرارت جابه‌جایی و تشعشی است. در نتیجه، عدد ناسلت کل نیز با جمع دو عدد ناسلت تشعشی و جابه‌جایی به دست می‌آید برای آنالیز اثرات نیروی شناوری بر تغییرات عدد ناسلت کل روی دیوار

بیشینه خود در حوالی نقطه‌ی باز برخورد جریان به دیوار پایین (x_r) می‌رسد بعد از این مقدار بیشینه و با پیشروی بیشتر در جهت جریان، عدد ناسلت جابه‌جایی کاهش یافته و به مقدار ثابتی میل می‌کند. در حقیقت، ثابت شدن عدد ناسلت جابه‌جایی روی دیوار پایینی فرورفتگی به علت توسعه‌یافتگی حرارتی جریان است. در نهایت و با نزدیک شدن به انتهای فرورفتگی، عدد ناسلت جابه‌جایی کاهش قابل توجه‌ای یافته و در کنج سمت راست این فرورفتگی به یک مقدار مینیمم می‌رسد.

به هر حال شکل‌های (۸-الف) و (۸-ب) نشان می‌دهند که هر افزایشی در مقادیر عدد گراشف و شیب کانال منجر به افزایش عدد ناسلت جابه‌جایی می‌گردد. دلیل این نتیجه را می‌توان چنین توجیه کرد که با افزایش عدد گراشف و شیب کانال، نیروی شناوری افزایش یافته و منجر به غیریکنواخت‌تر شدن میدان دما در جریان سیال می‌گردد. در نتیجه، با افزایش عدد گراشف و شیب کانال، گرادیان‌های دما روی دیوار پایینی فرورفتگی افزایش یافته و در پی آن عدد ناسلت جابه‌جایی افزایش می‌یابد.

برای درک بیشتر از تأثیر نیروی شناوری بر نرخ‌های انتقال حرارت در کانال مورد مطالعه، اثرات عدد گراشف و شیب کانال بر تغییرات عدد ناسلت تشعشی روی دیوار پایین فرورفتگی، در شکل‌های (۹-الف) و (۹-ب) نشان داده شده‌اند.

از این شکل‌ها به خوبی مشاهده می‌شود که عدد ناسلت تشعشی در کنج سمت چپ فرورفتگی (مکانی که کمترین مقدار شار تشعشی خروجی از سطح وجود دارد)، کمترین مقدار خود را دارا می‌باشد. بعد از این نقطه و با پیشروی در جهت جریان، شار حرارتی تشعشی خروجی از سطح به‌طور قابل توجه‌ای افزایش یافته و منجر به افزایش قابل ملاحظه عدد ناسلت تشعشی می‌گردد. این افزایش در عدد ناسلت تشعشی به دلیل کاهش مقادیر شار تشعشی برخوردی به دیوار پایینی فرورفتگی از طرف دیوار مورب فرورفتگی است. سپس با پیشروی بیشتر در جهت جریان، شیب افزایش عدد ناسلت تشعشی کمتر شده و این عدد به یک مقدار ثابت میل می‌کند. در نهایت و با نزدیک شدن به انتهای فرورفتگی، عدد ناسلت تشعشی کاهش یافته و در کنج سمت راست فرورفتگی به کمترین مقدار خود می‌رسد.

به دلیل افزایش عددهای ناسلت تشعشی و جابه‌جایی با افزایش نیروی شناوری است.

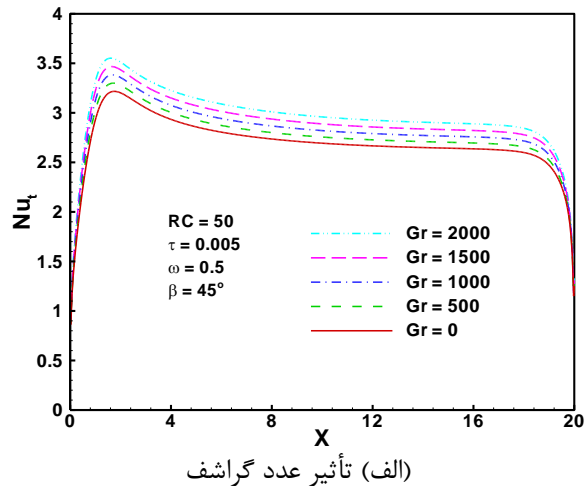
در سامانه‌های جابه‌جایی- تشعشی، پارامتر تشعشع-هدایت، عمق اپتیکی و ضریب البدو از مهم‌ترین عواملی هستند که بر رفتارهای حرارتی تأثیر می‌گذارند. در شکل‌های ۱۱ و ۱۲، تأثیر این پارامترها بر توزیع دمای متوسط مخلوط در طول فرورفتگی و همچنین بر توزیع عدد ناسلت کل روی دیوار پایینی فرورفتگی نشان داده شده است.

آنالیز دقیق شکل‌های (۱۱-الف) و (۱۲-الف) نشان می‌دهد که با افزایش پارامتر تشعشع-هدایت، توزیع دمای متوسط مخلوط در طول فرورفتگی و همچنین توزیع عدد ناسلت کل روی دیوار پایینی فرورفتگی افزایش قابل توجه‌ای پیدا می‌کنند. در حقیقت، باید توجه داشت که پارامتر تشعشع-هدایت مشخص‌کننده اهمیت نسبی انتقال حرارت تشعشی به انتقال حرارت هدایتی است. بنابراین می‌توان گفت که با افزایش پارامتر تشعشع-هدایت، شار حرارتی تشعشی خالص خروجی از دیوار پایینی فرورفتگی افزایش یافته و منجر به افزایش توزیع دمای متوسط مخلوط و عدد ناسلت کل می‌شود.

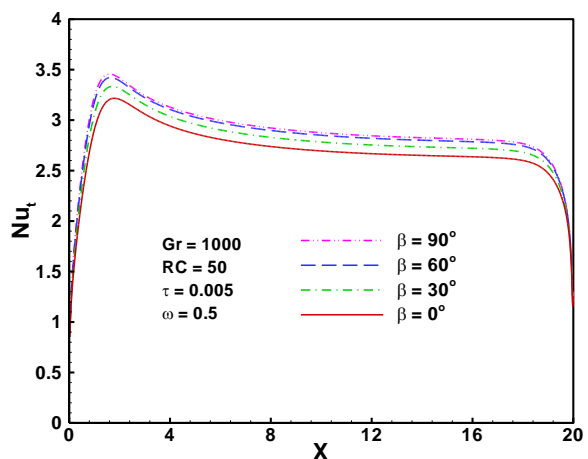
از شکل‌های (۱۱-ب) و (۱۲-ب) نیز به‌خوبی مشخص است که هر افزایشی در مقادیر عمق اپتیکی منجر به افزایش مقادیر دمای متوسط مخلوط و عدد ناسلت کل می‌شود. این نتیجه را می‌توان این‌گونه تفسیر کرد که با افزایش عمق اپتیکی، محیط شرکت‌کننده در تشعشع، نقش بیشتری ایفا کرده و انرژی تشعشی بیشتری را جذب می‌کند. در نتیجه، مقادیر دمای متوسط مخلوط و عدد ناسلت کل به دلیل توانایی محیط در جذب بیشتر شار تشعشی خروجی از سطح، افزایش می‌یابند.

در شکل‌های (۱۱-ج) و (۱۲-ج)، تغییرات دمای متوسط مخلوط در طول فرورفتگی و تغییرات عدد ناسلت کل روی دیواره پایینی این فرورفتگی در مقادیر مختلف ضریب البدو نشان داده شده‌اند. همان‌طور که از این شکل‌ها مشاهده می‌شود، با کاهش ضریب البدو، مقادیر دمای متوسط مخلوط و عدد ناسلت کل افزایش می‌یابند. در حقیقت این افزایش به علت افزایش توانایی محیط در جذب

پایینی فرورفتگی، شکل‌های (۱۰-الف) و (۱۰-ب) ارائه شده‌اند.



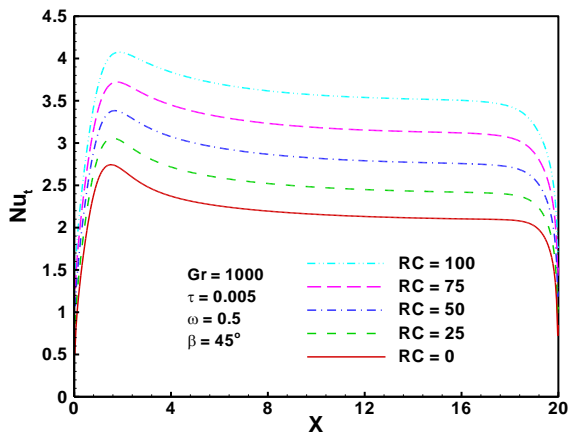
(الف) تأثیر عدد گراشف



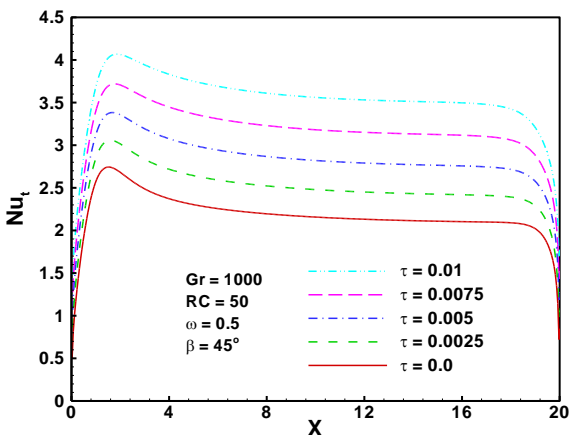
(ب) تأثیر شیب کانال

شکل (۱۰): تأثیر نیروی شناوری بر توزیع عدد ناسلت کل روی دیوار پایینی فرورفتگی.

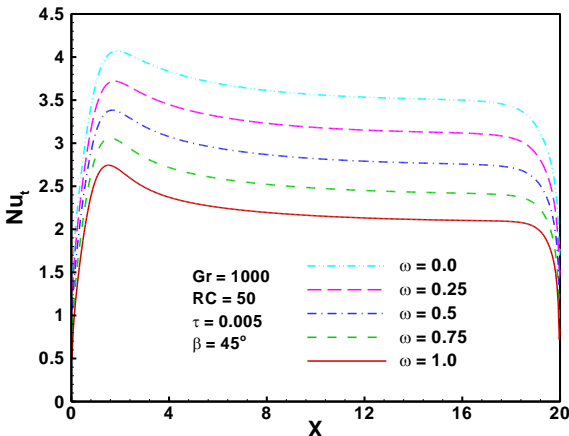
مقایسه نتایج ارائه شده در شکل‌های ۸ تا ۱۰ به‌وضوح نشان می‌دهد که نحوه تغییرات عدد ناسلت کل روی دیوار پایینی فرورفتگی، به‌طور قابل توجه‌ای مشابه با نحوه تغییرات عدد ناسلت جابه‌جایی است. در حقیقت، این رفتار به علت بزرگ‌تر بودن مقادیر عدد ناسلت جابه‌جایی نسبت به مقادیر عدد ناسلت تشعشی است. به هر حال، آنالیز شکل‌های (۱۰-الف) و (۱۰-ب) بیان می‌کند که مقادیر عدد ناسلت کل وابسته به مقادیر نیروی شناوری هستند. در حقیقت با افزایش عدد گراشف و شیب کانال، عدد ناسلت کل نیز افزایش می‌یابد. همان‌طور که قبلاً نیز بیان شد، این افزایش



(الف) تأثیر پارامتر تشعشع-هدایت



(ب) تأثیر عمق اپتیکی



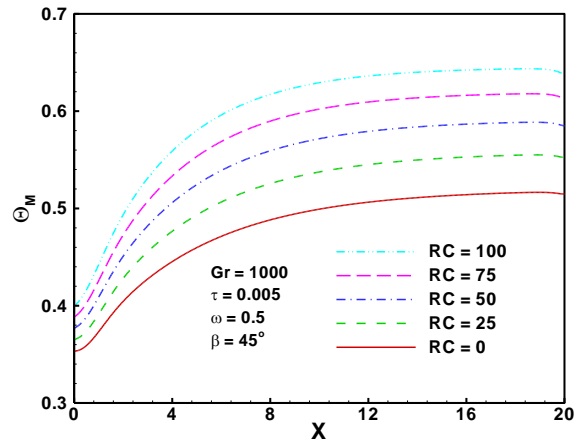
(ج) تأثیر ضریب البدو

شکل (۱۲): تأثیر پارامترهای تشعشعی بر توزیع عدد ناسلت کل روی دیوار پایینی فرورفتگی.

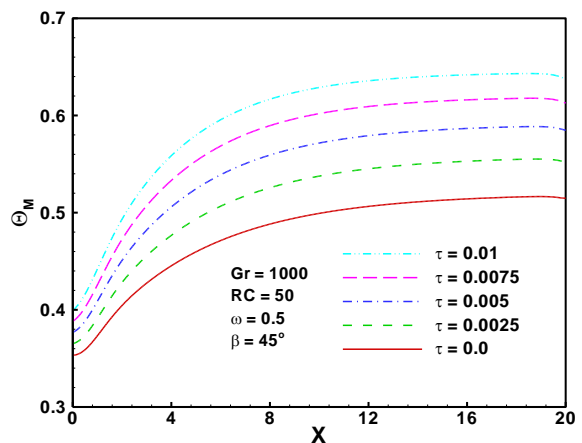
۷- نتیجه گیری

در این پژوهش، تأثیر نیروی شناوری (عدد گراشف و شیب کانال) و پارامترهای تشعشعی (پارامتر تشعشع-هدایت،

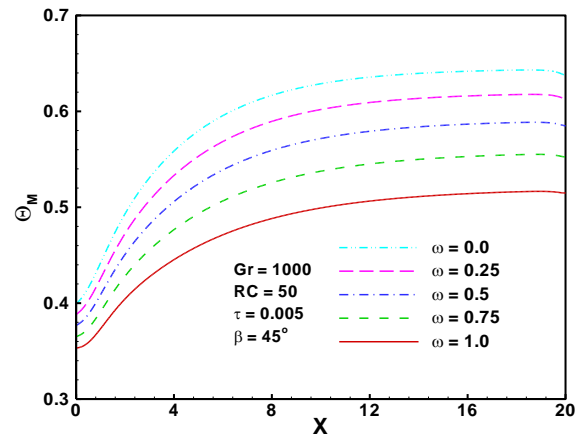
شار تشعشعی خروجی از سطح است. بنابراین بیشترین مقادیر دمای متوسط مخلوط و نرخ انتقال حرارت روی دیوار پایین فرورفتگی مربوط به حالت $\omega = 0$ هستند.



(الف) تأثیر پارامتر تشعشع-هدایت



(ب) تأثیر عمق اپتیکی



(ج) تأثیر ضریب البدو

شکل (۱۱): تأثیر پارامترهای تشعشعی بر توزیع دمای متوسط مخلوط در طول فرورفتگی.

مقادیر دمای متوسط مخلوط و عدد ناسلت کل افزایش می‌یابند.

۸- مراجع

1. Safaei, M.R., Togun, H., Vafai, K., Kazi, S.N., and Badarudin, A. "Investigation of Heat Transfer Enhancement in a Forward-Facing Contracting Channel Using FMWCNT Nanofluids", *Numer. Heat Tr. A-Appl.*, Vol. 66, No. 12, pp. 1321-1340, 2014.
2. Mohammed, H.A. Alawi, O.A., and Wahid, M.A. "Mixed Convective Nanofluid Flow in a Channel Having Backward-Facing Step with a Baffle", *Powder Technol.*, Vol. 275, pp. 329-343, 2015.
3. Kherbeet, A.S., Mohammed, H.A., Ahmed, H.E., Salman, B.H., Alawi, O.A., Safaei, M.R., and Khazaal, M.T. "Mixed Convection Nanofluid Flow Over Microscale Forward-Facing Step — Effect of Inclination and Step Heights", *Int. Commun. Heat Mass*, Vol. 78, pp. 145-154, 2016.
4. Atashafrooz, M. "Effects of Ag-Water Nanofluid on Hydrodynamics and Thermal Behaviors of Three-Dimensional Separated Step Flow", *Alexandria Eng. J.*, Vol. 57, No. 4, pp. 4277-4285, 2018.
5. Atashafrooz, M., Sheikholeslami, M., Sajjadi H., and Delouei, A.A. "Interaction Effects of an Inclined Magnetic Field and Nanofluid on Forced Convection Heat Transfer and Flow Irreversibility in a Duct with an Abrupt Contraction", *J. Magn. Magn. Mater.*, Vol. 478, pp. 216-226, 2019.
6. Danane, F., Boudiaf, A., Mahfoud, O., Ouyahia, S.E., Labsi N., and Benkahla, Y.K., "Effect of Backward Facing Step Shape on 3D Mixed Convection of Bingham Fluid", *Int. J. Therm. Sci.*, Vol. 147, Article 106116, 2020.
7. Giannopoulos, A., and Aider, J.L. "Prediction of the Dynamics of a Backward-Facing Step Flow Using Focused Time-Delay Neural Networks and Particle Image Velocimetry Data-Sets", *Int. J. Heat Fluid Fl.*, Vol. 82, Article 108533, 2020.
8. Lin, J.T., Armaly, B.F., and Chen, T.S. "Mixed Convection in Buoyancy-Assisting, Vertical Backward-Facing Step Flows", *Int. J. Heat Mass Tran.*, Vol. 33, No. 10, pp. 2121-2131, 1990.
9. Selimefendigil, F. and Oztop, H.F. "Numerical Analysis of Laminar Pulsating Flow at a Backward Facing Step with an Upper Wall Mounted Adiabatic Thin Fin", *Comput. Fluids*, Vol. 88, pp. 93-107, 2013.

عمق اپتیکی و ضریب البدو) بر انتقال حرارت مرکب جابه‌جایی- تشعشی در یک کانال شیب‌دار دوبعدی و دارای یک فرورفتگی ذوزنقه‌ای شکل، مورد بررسی قرار گرفت. فرم بدون بعد معادلات حاکم به صورت عددی و با استفاده از روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی (الگوریتم سیمپل) حل شدند. برای شبیه‌سازی سطوح شیب‌دار فرورفتگی در داخل کانال، روش ناحیه مسدود شده به کار گرفته شد. برای محاسبه جمله تشعشی در معادله انرژی، از روش کارآمد راس‌های مجزا استفاده شد. نتایج حاصل از این پژوهش، به صورت زیر خلاصه و جمع‌بندی می‌شوند:

- ✓ در ناحیه گردابه‌ای نزدیک به دیوار سمت چپ فرورفتگی، قدر مطلق ضریب اصطکاک با افزایش عدد گراشف و شیب کانال، به‌طور خیلی اندک کاهش می‌یابد. در حالی که، در خارج از این ناحیه هر افزایشی در مقادیر نیروی شناوری منجر به افزایش گرادیان‌های سرعت و در نتیجه مقادیر ضریب اصطکاک می‌شود.
- ✓ با افزایش نیروی شناوری، دمای متوسط مخلوط سیال افزایش می‌یابد.
- ✓ با افزایش عدد گراشف و شیب کانال، گرادیان‌های دما روی دیوار پایینی فرورفتگی افزایش یافته و در نتیجه عددهای ناسلت جابه‌جایی روی این دیوار افزایش می‌یابند.
- ✓ هر افزایشی در مقادیر عدد گراشف و شیب کانال منجر به افزایش شار تشعشی خروجی از دیوار پایینی فرورفتگی شده و در نتیجه عدد ناسلت تشعشی روی این دیوار افزایش می‌یابد.
- ✓ با افزایش نیروی شناوری، عدد ناسلت کل روی دیوار پایینی فرورفتگی افزایش می‌یابد. در حقیقت، بیشترین نرخ انتقال حرارت کل روی دیوار پایینی فرورفتگی مربوط به کانال‌های عمودی و دارای بیشترین عدد گراشف است.
- ✓ هر افزایشی در مقادیر پارامتر تشعشع-هدایت و عمق اپتیکی منجر به افزایش مقادیر دمای متوسط مخلوط در طول فرورفتگی و همچنین مقادیر عدد ناسلت کل روی دیوار پایینی این فرورفتگی می‌گردد.
- ✓ با کاهش ضریب البدو، توانایی محیط در جذب شار تشعشی خروجی از سطح افزایش یافته و در نتیجه

- Second Law of Thermodynamics Analysis”, *Int. Commun. Heat Mass*, Vol. 110, Article 104411, 2020.
20. Barhaghi, D.G. and Davidson, L. “Large-Eddy Simulation of Mixed Convection-Radiation Heat Transfer in a Vertical Channel”, *Int. J. Heat Mass Tran.*, Vol. 52, No. 17-18, pp. 3918-3928, 2009.
 21. Chiu, H.C., Jang J.H., and Yan, W.M. “Mixed Convection Heat Transfer in Horizontal Rectangular Ducts with Radiation Effects”, *Int. J. Heat Mass Tran.*, Vol. 50, No. 15-16, pp. 2874-2882, 2007.
 22. Ansari, A.B. and Gandjalikhan Nassab, S.A. “Forced Convection of Radiating Gas over an Inclined Backward Facing Step using the Blocked-off Method”, *Therm. Sci.*, Vol. 17, No. 3, pp. 773-786, 2013.
 23. Sadeghi, P. and Safavinejad, A. “Radiative Entropy Generation in a Gray Absorbing, Emitting, and Scattering Planar Medium at Radiative Equilibrium”, *J. Quant. Spectrosc. Ra.*, Vol. 201, pp. 17-29, 2017.
 24. Centeno, F.R., Brittes, R., Rodrigues, L.G.P., Coelho, F.R. and França, F.H.R. “Evaluation of the WSGG Model Against Line-By-Line Calculation of Thermal Radiation in a non-Gray Sooting Medium Representing an Axisymmetric Laminar Jet Flame”, *Int. J. Heat Mass Tran.*, Vol. 124, pp. 475-483, 2018.
 25. Sheikholeslami, M. and Rokni, H.B. “Numerical Simulation for Impact of Coulomb Force on Nanofluid Heat Transfer in a Porous Enclosure in Presence of Thermal Radiation”, *Int. J. Heat Mass Tran.*, Vol. 118, pp. 823–831, 2018.
 26. Lari, K., Baneshi, M., Gandjalikhan Nassab, S.A., Komiya A. and Maruyama, S. “Numerical Study of Non-Gray Radiation and Natural Convection using the Full-Spectrum k-Distribution Method”, *Numer. Heat Tr. A-Appl.*, Vol. 61, No. 1, pp.61-84, 2012.
 27. Sheikholeslami, M., Sajjadi, H., Delouei, A.A., Atashafrooz, M. and Li, Z. “Magnetic Force and Radiation Influences on Nanofluid Transportation through a Permeable Media Considering Al₂O₃ Nanoparticles”, *J. Therm. Anal. Calorim.*, Vol. 136, No. 6, pp. 2477-2485, 2019.
 28. Javadzadegan, A., Motaharpour, S.H., Moshfegh, A., Akbari, O.A., Afrouzi, H.H. and Toghraie, D. “Lattice-Boltzmann Method for Analysis of Combined Forced Convection and Radiation Heat Transfer in a Channel with
 10. Togun, H., Safaei, M.R., Sadri, R., Kazi, S.N., Badarudin, A., Hooman, K., and Sadeghinezhad, E. “Numerical Simulation of Laminar to Turbulent Nanofluid Flow and Heat Transfer over a Backward Facing Step”, *Appl. Math. Comput.*, Vol. 239, pp. 153-170, 2014.
 11. Alawi, O.A., Sidik, N.A.C., Kazi, S.N., and Abdolbaqi, M.K. “Comparative Study on Heat Transfer Enhancement and Nanofluids Flow over Backward and Forward Facing Steps”, *J. Adv. Res. Fluid Mech. Therm. Sci.*, Vol. 23, No. 1, pp. 25-49, 2016.
 12. Atashafrooz, M. and Badakhshan, S. “Three-dimensional Analysis of the Convective Nanofluid Flow in a Duct with Abrupt Contraction”, *Fluid. Mec. Aero.*, Vol. 7, No. 2, pp. 59–72, 2018 (In Persian).
 13. Mobadersani, F. and Rezavand Hesari, A. “MHD Effect on Nanofluid Flow and Heat Transfer in Backward-Facing Step Using Two-Phase Model”, *AUT J. Mech. Eng.*, Vol. 4, No. 1, pp. 41-50, 2019.
 14. Li, C., Cui, G., Zhai, J., Chen, S., and Hu, Z. “Enhanced Heat Transfer and Flow Analysis in a Backward-Facing Step Using a Porous Baffle”, *J. Therm. Anal. Calorim.*, First online, pp.1-14, 2020 (<https://doi.org/10.1007/s10973-020-09437-w>).
 15. Hilo, A.K., Talib, A.R.A., Iborra, A.A., Sultan M.T.H., and Hamid, M.F.A. “Effect of Corrugated Wall Combined with Backward-Facing Step Channel on Fluid Flow and Heat Transfer”, *Energy*, Vol. 190, Article 116294, 2020.
 16. Nouri-Borujerdi, A. and Moazezi, A. “Investigation of Obstacle Effect to Improve Conjugate Heat Transfer in Backward Facing Step Channel Using Fast Simulation of Incompressible Flow”, *Heat Mass Transf.*, Vol. 54, No. 1, pp. 135-150, 2018.
 17. Nath, R. and Krishnan, M. “Numerical Study of Double Diffusive Mixed Convection in a Backward Facing Step Channel Filled with Cu-Water Nanofluid”, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 153-154, pp. 48-63, 2019.
 18. Selimefendigil, F., Çoban, S.Ö., and Öztop, H.F. “Electrical Conductivity Effect on MHD Mixed Convection of Nanofluid Flow over a Backward-Facing Step”, *J. Cent. South Univ.*, Vol. 26, No. 5, pp. 1133-1145, 2019.
 19. Atashafrooz, M., Sajjadi, H., and Delouei, A.A. “Interacting Influences of Lorentz Force and Bleeding on the Hydrothermal Behaviors of Nanofluid Flow in a Trapezoidal Recess with the

- Separation”, *Fluid. Mec. Aero.*, Vol. 6, No. 1, pp. 53–66, 2017 (In Persian).
34. Atashafrooz, M., Gandjalikhan Nassab, S. A. “Numerical Analysis of Laminar Forced Convection Recess Flow with Two Inclined Steps Considering Gas Radiation Effect”, *Comput. Fluids*, Vol. 66, pp.167-176, 2012.
 35. Atashafrooz, M. and Gandjalikhan Nassab, S.A. “Combined Heat Transfer of Radiation and Forced Convection Flow of Participating Gases in a Three-Dimensional Recess”, *J. Mech. Sci. Technol.*, Vol. 26, No. 10, pp. 3357-3368, 2012.
 36. Atashafrooz, M., Gandjalikhan Nassab S.A., and Lari, K. “Numerical Analysis of Interaction Between Non-Gray Radiation and Forced Convection Flow over a Recess using the Full-Spectrum k-Distribution Method”, *Heat Mass Transf.*, Vol. 52, No. 2, pp. 361-377, 2016.
 37. Siegle, R. and Howell, J.R. “Thermal Radiation Heat Transfer”, 4th Edition, Taylor & Francis, New York, 2002.
 38. Modest, M.F. “Radiative Heat Transfer”, Third Edition, Academic Press, New York, 2013.
 39. Patankar, S.V. and Spalding, D.B. “A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows”, *Int. J. Heat Mass Tran.*, Vol. 15, No. 10, p. 1787–1806, 1972.
 - Sinusoidal Distribution on Walls”, *Physica A*, Vol. 526, Article 121066, 2019.
 29. Bahrami, A., Safavinejad, A., and Amiri, H. “Spectral Radiative Entropy Generation in a Non-Gray Planar Participating Medium Including H₂O and CO₂”, *J. Quant. Spectrosc. Ra.*, Vol. 227, pp. 32-46, 2019.
 30. Atashafrooz, M. “Influence of Radiative Heat Transfer on the Thermal Characteristics of Nanofluid Flow over an Inclined Step in the Presence of an Axial Magnetic Field”, *J. Therm. Anal. Calorim.*, Vol. 139, No. 5, pp. 3345–3360, 2020.
 31. Zhang, R., Ghasemi, A., Barzinjy, A.A., Zareei, M., Hamad S.M., and Afrand, M., “Simulating Natural Convection and Entropy Generation of a Nanofluid in an Inclined Enclosure under an Angled Magnetic Field with a Circular Fin and Radiation Effect”, *J. Therm. Anal. Calorim.*, Vol. 139, No. 6, pp. 3803–3816, 2020.
 32. Ko, M. and Anand, N. K. “Three-Dimensional Combined Convective – Radiative Heat Transfer over a Horizontal Backward-Facing Step-A Finite-Volume Method”, *Numer. Heat Tr. A- Appl.*, Vol. 54, No. 2, pp.109-129, 2008.
 33. Dehghani Rayeni, A., and Gandjalikhan Nassab, S.A. “Numerical Simulation of Forced Convection Duct Flow of a Radiating Gas with