

# آنالیز سه بعدی جریان جابه‌جایی اجباری در یک کانال دارای پله همراه با در نظر گرفتن اثرات متقابل میدان مغناطیسی و نانو ذرات جامد

نسرين امینی زاده<sup>۲</sup>

کازم بارچی پور<sup>۲</sup>

میثم آتش‌افروز<sup>۱</sup>

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه صنعتی سیرجان

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۷/۲۷؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۹/۲۲)

## چکیده

در این تحقیق، اثرات متقابل میدان مغناطیسی و نانو ذرات جامد بر جریان جابه‌جایی اجباری سه‌بعدی در یک کانال افقی دارای یک پله پس‌رو شیب‌دار مورد بررسی و مطالعه قرار می‌گیرد. سیال کاری در این کانال، نانو سیال آب-اکسید آلومینیوم در نظر گرفته شده است. برای شبیه‌سازی پله پس‌رو شیب‌دار در مختصات کارتزین، از روش ناحیه غیرفعال استفاده می‌شود. میدان‌های سرعت و دما با حل عددی معادلات ناویر-استوکس و انرژی با استفاده از روش حجم محدود و با به‌کارگیری الگوریتم نمونه به‌دست می‌آیند. اثرات عدد هارتمن ( $0 \leq Ha \leq 100$ ) و غلظت نانو ذرات اکسید آلومینیوم ( $0 \leq \phi \leq 0.06$ ) بر توزیع میدان‌های دما و سرعت در داخل کانال و توزیع‌های ضریب اصطکاک و عدد ناسلت روی دیوار پایینی کانال، به‌طور کامل مورد بحث و مطالعه قرار می‌گیرند. نتایج این تحقیق به‌خوبی نشان می‌دهد که رفتارهای هیدرودینامیکی و حرارتی جریان به‌طور قابل توجه‌ای وابسته به قدرت میدان مغناطیسی و درصد حجمی نانو ذرات اکسید آلومینیوم است. در حقیقت، بیشترین مقادیر ضریب اصطکاک و نرخ انتقال حرارت روی دیوار پایینی کانال مربوط به حالت  $Ha = 0$  و  $\phi = 0.06$  است.

**واژه‌های کلیدی:** جریان جابه‌جایی سه‌بعدی، میدان مغناطیسی، نانو سیال، جدایش جریان، پله پس‌رو شیب‌دار.

## Three-Dimensional Analysis of Forced Convection Fluid Flow in a Duct with Step Considering the Interacting Influences of the Magnetic Field and Solid Nanoparticles

M. Atashafrooz

K. Barchi Pour

N. Aminizadeh

Mechanical Engineering Department  
Sirjan University of Technology

(Received: 18/October/2020 ; Accepted: 12/December/2020)

### ABSTRACT

In this research, interaction influences of magnetic field and solid nanoparticles on three-dimensional forced convection flow in a horizontal duct with an inclined backward-facing step are studied. The  $Al_2O_3 - H_2O$  nanofluid is considered as the working fluid in duct. The Blocked region method is applied to simulate the inclined backward-facing step in Cartesian coordinates. To obtain the velocity and temperature fields, the Navier-Stokes and energy equations are solved using the Finite volume method and SIMPLE algorithm. Influences of Hartmann number ( $0 \leq Ha \leq 100$ ) and concentrations of  $Al_2O_3$  nanoparticles ( $0 \leq \phi \leq 0.06$ ) on the velocity and temperature fields in duct and distributions of friction coefficient and Nusselt number along the bottom wall of duct are analyzed with full details. Results of this research clearly show that the hydrodynamics and thermal behaviors of flow are considerably dependent on the magnetic field strength and volume fractions of  $Al_2O_3$  nanoparticles. In fact, the highest values of friction coefficients and heat transfer rates on the bottom wall are related to the case of  $Ha = 0$  and  $\phi = 0.06$ .

**Keywords:** Three-dimensional Convection flow, Magnetic Field, Nanofluid, Flow Separation, Inclined Backward-facing Step.

۱- دانشیار (نویسنده پاسخگو): m.atashafrooz@sirjantech.ac.ir

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد: kazembarchipour@gmail.com

۳- استادیار: aminizadehn@sirjantech.ac.ir

## فهرست علائم و اختصارات

## ۱- مقدمه

در سال‌های اخیر، تلاش‌های فراوانی به منظور کنترل رفتارهای هیدرودینامیکی و حرارتی در تجهیزات صنعتی و مهندسی مختلف صورت گرفته است. خصوصیات ترمو-فیزیکی سیالات مورد استفاده در این تجهیزات، یکی از مهم‌ترین عواملی است که بر رفتارهای هیدرودینامیکی و حرارتی تأثیر دارد. این موضوع، محققان متعددی را ترغیب به بررسی انواع سیالات گوناگون کرده است. یکی از مهم‌ترین ایده‌هایی که در سال‌های اخیر پیشنهاد شده است، فن به کار بردن نانو ذرات جامد در یک سیال پایه (نانو سیال) است. تاکنون تحقیقات تئوری و آزمایشگاهی متعددی توسط پژوهشگران مختلف در زمینه مطالعه رفتارهای هیدرودینامیکی و حرارتی جریان نانو سیال در هندسه‌های مختلف انجام شده است [۷-۱]. از میان این مطالعات، سیدیک و همکاران [۹-۸] در دو تحقیق متفاوت، مروری جامع بر روش‌های ارائه شده در زمینه محاسبه خواص ترمو فیزیکی نانو سیالات پرداختند. در تحقیقی دیگر، شاه و همکاران [۱۰]، تأثیر خواص ترمو فیزیکی نانو سیالات مختلف بر رفتارهای هیدرودینامیکی و حرارتی جریان جابه‌جایی سه‌بعدی بین دو صفحه چرخان را مورد بررسی قرار دادند. در این تحقیق به‌وضوح نشان داده شده است که تأثیر نانو سیالات بر جریان‌های سه‌بعدی بسیار قابل توجه است.

یکی دیگر از عواملی که به‌طور قابل توجهی بر رفتارهای هیدرودینامیکی و حرارتی جریان سیال تأثیر می‌گذارد، استفاده از میدان مغناطیسی است. در سال‌های اخیر، محققین مختلفی به بررسی تأثیر میدان مغناطیسی بر جریان سیال در هندسه‌های مختلف پرداخته‌اند [۱۳-۱۱]. از میان این تحقیقات، جها و همکاران [۱۴]، به بررسی جریان جابه‌جایی آزاد بین دو صفحه موازی عمودی و در حضور میدان مغناطیسی پرداخته‌اند. محققین در این پژوهش نشان داده‌اند که مقدار نیروی لورنتز تأثیر چشمگیری بر رفتارهای هیدرودینامیکی و حرارتی جریان سیال دارد. در تحقیق دیگر، سجادی و همکاران [۱۵]، انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد برای یک جریان سیال مغناطیس شونده در یک محفظه سه‌بعدی را مورد بررسی قرار دادند. در این تحقیق، از یک روش شبکه بولتزمن

نسبت منظری	$AR$
ضریب اصطکاک	$C_f$
گرمای ویژه سیال، $J/(kg.K)$	$C_p$
عرض کانال، $m$	$D$
نسبت انبساط	$ER$
عدد هارتمن	$Ha$
ارتفاع پایین دست کانال، $m$	$H$
ارتفاع بالادست کانال، $m$	$h$
ضریب هدایت حرارتی، $W/(m.K)$	$k$
طول پایین دست کانال، $m$	$L_D$
طول بالادست کانال، $m$	$L_U$
عدد ناسلت	$Nu$
فشار، $N/m^2$	$p$
فشار بدون بعد	$P$
عدد پراتل	$Pr$
عدد رینولدز	$Re$
ارتفاع پله، $m$	$s$
دما، $K$	$T$
مؤلفه‌های سرعت، $m/s$	$u, v, w$
مؤلفه‌های سرعت بدون بعد	$U, V, W$
مختصات کارتزین، $m$	$x, y, z$
مختصات کارتزین بدون بعد	$X, Y, Z$

## علائم یونانی

ضریب پخش حرارتی، $m^2/s$	$\alpha$
غلظت نانو ذرات جامد	$\phi$
دمای بدون بعد	$\theta$
دمای متوسط مخلوط بدون بعد	$\theta_b$
لزجت دینامیکی، $(N.s)/m^2$	$\mu$
لزجت سینماتیکی، $(N.s.m)/kg$	$\nu$
چگالی، $kg/m^3$	$\rho$

## زیرنویس

دیوار سرد	$c$
سیال	$f$
دیوار گرم	$h$
ورودی	$in$
نانو سیال	$nf$
نانو ذرات جامد	$s$
دیوار	$w$

به‌وجود آمدن جدایش جریان و نواحی گردابه‌ای در کانال است. بعلاوه، از کانال‌های دارای پله به‌عنوان هندسه معیار برای معتبر سازی نتایج استفاده می‌شود. با توجه به نقش مهم کانال‌های دارای پله در کنترل نرخ انتقال حرارت، محققین متعددی، جریان‌های جابه‌جایی اجباری و یا ترکیبی در این هندسه را در حالت دوبعدی و سه‌بعدی مورد مطالعه قرار داده‌اند [۲۵-۳۳].

با توجه به اثرات قابل توجه نانو ذرات جامد بر نرخ انتقال حرارت در تجهیزات و سیستم‌های مهندسی، محققین زیادی به بررسی اثرات نانو سیالات مختلف بر رفتارهای هیدرودینامیکی و حرارتی جریان در کانال‌های دارای پله پرداخته‌اند [۴۲-۴۴]. خربیت و همکاران [۴۴-۴۳]، تأثیر پارامترهای مختلف نظیر شیب پله، غلظت نانو ذرات جامد و عدد رینولدز بر رفتارهای حرارتی و هیدرودینامیکی جریان نانو سیال در کانال‌های دوبعدی دارای پله را مورد بررسی و مطالعه قرار دادند. در تحقیقاتی دیگر، آتش‌افروز و بدخشان [۴۵] و آتش‌افروز [۴۶]، جریان جابه‌جایی اجباری نانو سیال آب-نقره در کانال‌های سه‌بعدی دارای پله پس‌رو و پیش‌رو را بررسی و آنالیز کردند. در این تحقیقات نشان داده شد که درصد حجمی نانو ذرات نقره تأثیر چشمگیری بر جریان‌های جابه‌جایی سه‌بعدی دارد. در یکی از آخرین تحقیقات در این زمینه، نت و کریشان [۴۷] به بررسی اثرات نانو سیال آب-مس بر جریان جابه‌جایی ترکیبی دوبعدی در یک کانال دارای پله پس‌رو پرداختند. در این تحقیق نشان داده شد که با افزایش درصد حجمی نانو ذرات مس، عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد.

اگرچه میدان مغناطیسی تأثیر قابل توجه و بسزایی بر کنترل نرخ انتقال حرارت در سیستم‌های مهندسی دارد، اما تاکنون مطالعات محدودی در زمینه تأثیر میدان مغناطیسی روی رفتارهای هیدرودینامیکی و حرارتی جریان سیال در کانال‌های دارای پله انجام شده است [۵۰-۴۸]. از میان این مطالعات، سلایم فندیجیل و اوزتوپ [۵۱] و آتش‌افروز و همکاران [۵۲-۵۳]، به بررسی اثرات میدان مغناطیسی و نانو ذرات جامد بر رفتارهای هیدرودینامیکی و حرارتی جریان جابه‌جایی آرام سیال در کانال‌های دوبعدی و دارای پله پرداختند. نتایج این تحقیقات نشان داد که غلظت نانو ذرات جامد، عدد هارتمن و اندازه زاویه میدان مغناطیسی از

توسعه‌یافته برای مدل‌سازی جریان استفاده شده است. نتایج این تحقیق به‌خوبی نشان می‌دهد که میدان‌های سرعت و دما به‌طور قابل توجه‌ای وابسته به مقادیر عددهای هارتمن و گراش هستند.

با توجه به تأثیر قابل توجه و جداگانه نانو ذرات جامد و میدان مغناطیسی بر رفتارهای هیدرودینامیکی و حرارتی جریان در هندسه‌های مختلف، محققین متعددی ایده استفاده از نانو سیالات مغناطیس شونده برای کنترل نرخ انتقال حرارت در تجهیزات مهندسی را ارائه داده‌اند. از این‌رو، مطالعات متعددی در این زمینه تحقیقاتی انجام شده است [۲۱-۱۶]. از میان این تحقیقات، شیخ‌الاسلامی و رکنی [۲۲]، تحقیق و مروری جامع بر جریان‌های نانو سیال مغناطیس شونده در هندسه‌های مختلف انجام دادند. سجادی و همکاران [۲۳]، با توسعه روش شبکه بولتزمن، اثرات متقابل میدان مغناطیسی و نانو سیال آب-مس بر انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد در یک محفظه سه‌بعدی را مورد بررسی قرار دادند. در این تحقیق نشان داده شد که غلظت نانو ذرات مس و عدد هارتمن تأثیر بسزایی بر عددهای ناسلت و ضریب اصطکاک روی سطوح محفظه دارند. در یکی از جدیدترین تحقیقات، شیخ‌الاسلامی و همکاران [۲۴]، به بررسی اثرات متقابل تشعشع حرارتی و میدان مغناطیسی بر جریان نانو سیال آب-اکسید آلومینیوم در یک محیط متخلخل پرداختند. در این تحقیق به‌وضوح نشان داده شده است که ضریب جابه‌جایی نانو سیال تابعی از شکل نانو ذرات جامد، پارامتر تشعشع و عدد هارتمن است.

یکی دیگر از موضوعات مهم در کنترل نرخ انتقال حرارت در تجهیزات مهندسی و حرارتی، هندسه مسئله است. کانال‌های دارای پله یکی از مهم‌ترین هندسه‌های کاربردی هستند که در تجهیزات و صنایع مهندسی متعددی یافت می‌شوند. از جمله این تجهیزات، می‌توان به وسایل تولید توان، پخش کننده‌ها، مبدل‌های حرارتی، خنک‌کاری در وسایل الکترونیکی، پره‌های توربین و راکتورهای هسته‌ای اشاره کرد. اگرچه هندسه این کانال‌ها، در ظاهر ساده به نظر می‌رسد، اما باید توجه داشت که آنالیز جریان سیال و انتقال حرارت در این کانال‌ها، پیچیدگی‌های زیادی را شامل می‌شود. در حقیقت، این پیچیدگی‌ها به‌علت

همچنین، شرایط مرزی هیدرودینامیکی و حرارتی مورد نیاز برای حل عددی معادلات حاکم بر مساله مورد مطالعه، به طور کامل در جدول ۳ ارائه شده‌اند.

**جدول (۱):** ابعاد هندسی کانال مورد مطالعه.

۲	نسبت منظری $\left(AR = \frac{D}{H}\right)$
۲	نسبت انبساط $\left(ER = \frac{H}{h}\right)$
۴۵	زاویه پله $(\Phi^\circ)$
۵	نسبت طول بالادست کانال به ارتفاع پایین دست $\left(\frac{L_U}{H}\right)$
۲۰	نسبت طول پایین دست کانال به ارتفاع پایین دست $\left(\frac{L_D}{H}\right)$

**جدول (۲):** خواص ترمو فیزیکی نانو ذرات اکسید آلومینیوم و سیال پایه (آب) [۵۴].

خاصیت	آب	اکسید آلومینیوم
$C_p (J/kg.K)$	۴۱۷۹	۷۶۵
$\rho (kg/m^3)$	۹۹۷/۱	۳۹۷۰
$k (W/m.K)$	۰/۶۱۳	۲۵
$\mu (kg/m.s)$	۰/۰۰۱۰۰۳	-

**جدول (۳):** شرایط مرزی هیدرودینامیکی و حرارتی حاکم بر مساله مورد مطالعه.

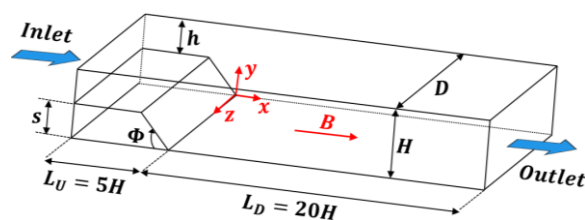
شرایط مرزی حرارتی	شرایط مرزی هیدرودینامیکی	نوع مرز
$T = T_{in}$	$u = U_{in}, v = w = 0$	مقطع ورودی جریان
$\frac{\partial T}{\partial x} = Cte$	$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} = 0$	مقطع خروجی جریان
$T = T_c = T_{in}$	$u = 0, v = w = 0$	دیوار بالایی کانال
$T = T_h > T_c$	$u = 0, v = w = 0$	دیوار پایینی کانال
$T = T_h > T_c$	$u = 0, v = w = 0$	دیوارهای جانبی
$T = T_h > T_c$	$u = 0, v = w = 0$	دیوارهای پله

محور افقی، تأثیر چشمگیری بر عدد ناسلت و ضریب اصطکاک روی سطوح دارند. در یکی از آخرین تحقیقات، آتش افروز [۵۴]، اثرات تشعشع حرارتی و قدرت میدان مغناطیسی بر جریان جابه‌جایی اجباری نانو سیال در یک کانال دوبعدی و دارای پله را مورد مطالعه قرار داد. در این تحقیق نشان داده شد که با افزایش مقادیر پارامتر تشعشع و غلظت نانو ذرات، عدد ناسلت به طور قابل توجهی افزایش می‌یابد؛ در حالی که، افزایش قدرت میدان مغناطیسی موجب کاهش مقادیر نرخ انتقال حرارت روی سطوح می‌شود.

اگرچه تاکنون مطالعه محدودی در رابطه با تأثیر میدان مغناطیسی بر رفتارهای هیدرودینامیکی و حرارتی جریان جابه‌جایی نانو سیال در کانال‌های دارای پله انجام شده است، اما باید توجه داشت که همه این مطالعات با فرض دوبعدی بودن جریان انجام شده است. از آنجاییکه، آنالیز جریان به صورت سه‌بعدی به واقعیت نزدیک‌تر بوده و رفتارهای فیزیکی جریان را کامل‌تر و دقیق‌تر پیش‌بینی می‌کند، لذا در تحقیق حاضر تلاش می‌شود تا اثرات متقابل قدرت میدان مغناطیسی و غلظت نانو ذرات جامد بر جریان جابه‌جایی اجباری سه‌بعدی در یک کانال دارای یک پله شیب‌دار، برای اولین مورد مطالعه و آنالیز قرار گیرد.

## ۲- بیان و شرح مسأله

پیکره‌بندی فیزیکی کانال مورد مطالعه در این پژوهش همراه با ابعاد هندسی مربوط به آن، به ترتیب در شکل ۱ و جدول ۱ آورده شده‌اند. سیال کاری درون کانال، نانو سیال آب-اکسید آلومینیوم ( $Al_2O_3 - H_2O$ ) با غلظت‌های متفاوت ( $0 \leq \phi \leq 0.06$ ) در نظر گرفته شده است. در جدول ۲، خواص ترمو فیزیکی آب و نانو ذرات جامد اکسید آلومینیوم ارائه شده است. بعلاوه، کل این کانال در معرض یک میدان مغناطیسی محوری با قدرت  $B$  قرار دارد.



شکل (۱): پیکره‌بندی فیزیکی کانال مورد مطالعه.

$$(\rho C_p)_{nf} = \phi(\rho C_p)_s + (1 - \phi)(\rho C_p)_f \quad (۸)$$

$$\sigma_{nf} = \phi\sigma_s + (1 - \phi)\sigma_f \quad (۹)$$

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\phi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \phi(k_f - k_s)} \quad (۱۰)$$

در روابط (۶) تا (۱۰)، سیمبل  $\phi$  بیانگر درصد حجمی نانو ذرات اکسید آلومینیوم و زیرنویس‌های  $s, nf$  و  $f$  به ترتیب نشان‌دهنده خواص نانو سیال آب-اکسید آلومینیوم، نانو ذرات جامد اکسید آلومینیوم و سیال پایه آب هستند.

### ۳-۱- معادلات حاکم بدون بعد

فرم بدون بعد معادلات حاکم (پیوستگی، ناویر-استوکس و انرژی) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad (۱۱)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} + W \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \frac{\rho_f \mu_{nf}}{\rho_{nf} \mu_f} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right) \quad (۱۲)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} + W \frac{\partial V}{\partial Z} = -\frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \frac{\rho_f \mu_{nf}}{\rho_{nf} \mu_f} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right) - \frac{Ha^2 V}{Re} \quad (۱۳)$$

$$U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} + W \frac{\partial W}{\partial Z} = -\frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{1}{Re} \frac{\rho_f \mu_{nf}}{\rho_{nf} \mu_f} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \right) \quad (۱۴)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} + W \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{1}{Re Pr} \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{(\rho C_p)_f}{(\rho C_p)_{nf}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \right) \quad (۱۵)$$

در ارائه این معادلات، از پارامترهای بی‌بعد زیر در مختصات سه‌بعدی، استفاده شده است:

$$(X, Y, Z) = \left( \frac{x}{H}, \frac{y}{H}, \frac{z}{H} \right), \quad Re = \frac{\rho_f U_{in} H}{\mu_f}, \quad (۱۶)$$

### ۳- معادلات حاکم

برای جریان جابه‌جایی اجباری سه‌بعدی، آرام، تراکم ناپذیر و دائم یک نانو سیال در حضور یک میدان مغناطیسی محوری، معادلات حاکم (معادلات پیوستگی، ناویر-استوکس و انرژی)، به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (۱)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (۲)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - \frac{\sigma_{nf} B^2}{\rho_{nf}} v \quad (۳)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (۴)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{k_{nf}}{\rho_{nf} C_{p_{nf}}} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (۵)$$

در معادلات (۱) تا (۵)، متغیر  $x$  در جهت محوری جریان،  $y$  در جهت ارتفاع و  $z$  در جهت عرضی کانال در نظر گرفته شده‌اند، به‌طوریکه پارامترهای  $u, v, w$ ، به ترتیب مؤلفه‌های میدان سرعت در جهات  $x, y, z$  هستند.

همچنین، برای محاسبه ترم‌های لزجت دینامیکی مؤثر  $(\mu_{nf})$ ، چگالی  $(\rho_{nf})$ ، گرمای ویژه  $(C_{p_{nf}})$ ، ضریب هدایت الکتریکی  $(\sigma_{nf})$  و ضریب هدایت حرارتی  $(k_{nf})$  نانو سیال آب-اکسید آلومینیوم، از روابط زیر استفاده می‌شود [۴۵ و ۵۲]:

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \phi)^{2.5}} \quad (۶)$$

$$\rho_{nf} = \phi\rho_s + (1 - \phi)\rho_f \quad (۷)$$

#### ۴- حل عددی معادلات حاکم

در مطالعه حاضر، معادلات حاکم که شامل معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی هستند، با استفاده از روش حجم محدود و با انتگرال گیری روی حجم هر المان گسسته می شوند. سپس، فرم گسسته شده این معادلات، با استفاده از یک روش تکراری خط به خط حل شده تا میدان های فشار، سرعت و دما به دست آیند. لازم به ذکر است که برای محاسبه میدان فشار و تصحیح میدان سرعت روی حجم کنترل های جابه جاشده، از الگوریتم نمونه [۵۵] استفاده می شود. همچنین، برای شبیه سازی سطح شیب دار پله در مختصات کارتزین سه بعدی، روش کارآمد ناحیه غیرفعال بکار گرفته می شود. جزئیات بیشتر این روش در مرجع [۲۵] به طور کامل شرح داده شده است، بنابراین برای پرهیز از تکرار، این توضیحات اینجا ارائه نمی گردند.

#### ۴-۱- ملاک همگرایی

ملاک همگرایی در محاسبه میدان های فشار، سرعت و دما، برقرار شدن دو شرط زیر تعیین شده است:

$$\text{Max} \left| \frac{\xi^{\Pi}(i, j, k) - \xi^{\Pi-1}(i, j, k)}{\xi^{\Pi}(i, j)} \right| \leq 10^{-5} \quad (22)$$

$$\sum_{i=1}^{IN} \sum_{j=1}^{JN} \sum_{k=1}^{KN} |\xi^{\Pi}(i, j) - \xi^{\Pi-1}(i, j)| \leq 10^{-6} \quad (23)$$

در عبارات بالا، پارامتر  $\xi$ ، می تواند یکی از متغیرهای  $U, V, W, P$  و  $\theta$  باشد. همچنین در این عبارات، پارامترهای  $JN, IN$  و  $KN$  به ترتیب بیان کننده تعداد حجم کنترل ها در راستای محورهای  $X, Y$  و  $Z$  بوده و سیمبل  $\Pi$  نشان دهنده مرحله تکرار است.

#### ۴-۲- انتخاب شبکه بهینه

به منظور دستیابی به جواب های مستقل از شبکه محاسباتی، بایستی شبکه بهینه برای حل معادلات پیدا شده و استقلال جواب ها از شبکه را بررسی نمود. برای انتخاب شبکه بهینه، برنامه محاسباتی نوشته شده برای شبکه های متفاوتی اجرا شده و سپس یکی از پارامترهای مورد مطالعه در همه شبکه ها با یکدیگر مقایسه می شوند. در نهایت، شبکه بهینه زمانی حاصل می شود که پارامتر مورد مطالعه در دو شبکه

$$(U, V, W) = \left( \frac{u}{U_{in}}, \frac{v}{U_{in}}, \frac{w}{U_{in}} \right), \quad P = \frac{p}{U_{in}^2},$$

$$Ha = BH \sqrt{\frac{\sigma_{nf} \rho_f}{\mu_f \rho_{nf}}}, \quad Pr = \frac{\vartheta_f}{\alpha_f},$$

$$\theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}$$

#### ۳-۲- پارامترهای مورد بررسی

**ضریب اصطکاک:** یکی از پارامترهای مهم در بررسی رفتارهای هیدرودینامیکی جریان جابه جایی در کانال ها، ضریب اصطکاک است. مقدار این ضریب روی دیوار پایینی کانال مورد مطالعه بر حسب پارامترهای بدون بعد، به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$C_f(X, Z) = \frac{\mu_{nf}}{\mu_f} \frac{2}{Re} \frac{dU}{dY} \Big|_{Y=0.0} \quad (17)$$

همچنین مقدار متوسط این ضریب روی دیوار پایینی کانال به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\bar{C}_f = \frac{1}{L_D/H} \times \frac{1}{D/H} \times \int_0^{\frac{D}{H}} \int_0^{\frac{L_D}{H}} |C_f(X, Z)| dX dZ \quad (18)$$

**عدد ناسلت:** عدد ناسلت بیان کننده نسبت گرمای انتقال یافته از طریق جابه جایی به گرمای انتقال یافته از طریق هدایت است. مقدار این عدد روی دیوار پایینی کانال مورد مطالعه بر حسب پارامترهای بدون بعد، به صورت زیر محاسبه می شود:

$$Nu(X, Z) = - \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{1}{(\theta_b - \theta_w)} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0.0} \quad (19)$$

در معادله بالا،  $\theta_b$  دمای متوسط مخلوط بوده که از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\theta_b = \frac{\int_0^{\frac{D}{H}} \int_0^1 U \theta dY dZ}{\int_0^{\frac{D}{H}} \int_0^1 U dY dZ} \quad (20)$$

همچنین، مقدار عدد ناسلت متوسط روی دیوار پایینی کانال به صورت زیر به دست می آید:

$$\bar{Nu} = \frac{1}{L_D/H} \times \frac{1}{D/H} \times \int_0^{\frac{D}{H}} \int_0^{\frac{L_D}{H}} Nu(X, Z) dX dZ \quad (21)$$

#### ۴-۴- اعتبار سنجی نتایج

نخست، باید ذکر شود که اعتبار سنجی نتایج در مورد رفتارهای هیدرودینامیکی و حرارتی جریان سیال سه‌بعدی در یک کانال دارای پله و بدون وجود نانو ذرات جامد و میدان مغناطیسی، در مطالعات قبلی انجام شده به‌وسیله نویسنده اول [۲۵ و ۴۵]، به‌طور کامل انجام شده است. بنابراین برای پرهیز از ارائه مطالب تکراری از بیان آنها خودداری می‌گردد. همچنین، اعتبار سنجی نتایج مربوط به جریان نانو سیال در کانال‌های دارای پله نیز توسط نویسنده اول در مراجع [۴۶-۴۵] انجام شده است. بنابراین، در اینجا فقط به اعتبار سنجی نتایج مربوط به جریان نانو سیال تحت تأثیر میدان مغناطیسی پرداخته می‌شود. همان‌طور که قبلاً ذکر گردید، تاکنون جریان نانو سیال تحت تأثیر میدان مغناطیسی در کانال‌های سه‌بعدی دارای پله، توسط هیچ محقق دیگری بررسی نشده است. بنابراین، به منظور بررسی صحت نتایج حل عددی مورد استفاده در این تحقیق، نتایج حاصل از برنامه رایانه‌ای نوشته شده برای مطالعه حاضر با نتایج ارائه شده توسط سلایم و فندجیل [۵۱] در یک کانال دویبعی دارای یک پله پس‌رو مقایسه شده‌اند. این مقایسه در جدول ۶ با ارائه مقادیر عدد ناسلت بیشینه و محل وقوع آن در عدددهای هارتمن مختلف و برای دو عدد رینولدز متفاوت نشان داده شده است.

**جدول (۶):** مقایسه عدد ناسلت بیشینه روی دیوار پایینی یک کانال دارای پله و محل وقوع آن با نتایج ارائه شده در مرجع [۵۱].

عدد ناسلت بیشینه		عدد هارتمن		
		۰	۲۰	۵۰
محل وقوع عدد ناسلت بیشینه	مطالعه حاضر	۳/۰۸۶	۲/۴۱۱	۱/۹۲۸
	مرجع [۵۱]	۳/۰۹۳	۲/۴۹۹	۱/۹۴۰

متفاوت، تغییر نکند. برای داشتن دیدی بهتر از چگونگی انتخاب این شبکه، مقادیر ضریب اصطکاک متوسط ( $\bar{C}_f$ ) و عدد ناسلت متوسط ( $\overline{Nu}$ ) روی دیوار پایینی کانال مورد مطالعه، در جدول ۴ ارائه شده‌اند. آنالیز نتایج ارائه شده در این جدول به‌خوبی بیان می‌کند که شبکه محاسباتی  $420 \times 40 \times 60$  مناسب‌ترین شبکه در راستای ( $X \times Y \times Z$ ) است. لازم به ذکر است در این تحقیق، برای دستیابی به نتایج دقیق‌تر در حل عددی معادلات حاکم، از یک شبکه غیریکنواخت استفاده گردیده است، به‌گونه‌ای که در نزدیکی دیوارهای کانال، این شبکه ریزتر و متراکم‌تر است.

**جدول (۴):** انتخاب شبکه بهینه برای حل عددی معادلات حاکم ( $Ha = 50, \phi = 0.04$ ).

اندازه شبکه	ضریب اصطکاک متوسط روی دیوار پایینی کانال	عدد ناسلت متوسط روی دیوار پایینی کانال
$250 \times 26 \times 34$	۰/۱۰۰۷	۵/۰۱۲
$300 \times 30 \times 40$	۰/۱۰۸۵	۵/۵۸۴
$360 \times 36 \times 50$	۰/۱۱۹۷	۶/۱۹۷
$420 \times 40 \times 60$	۰/۱۲۹۳	۶/۸۰۸
$460 \times 44 \times 64$	۰/۱۳۰۱	۶/۸۹۵

#### ۴-۳- زمان انجام محاسبات

مدت زمان انجام محاسبات در حل عددی معادلات حاکم بر جریان سه‌بعدی مورد مطالعه، حدود ۷۴۵ دقیقه است. برای انجام این محاسبات، از یک برنامه کامپیوتری نوشته شده در نرم‌افزار فرترن ۹۰ استفاده شده است. همچنین، تمامی محاسبات انجام شده در این پایان‌نامه با استفاده از یک CPU و از یک رایانه با مشخصات ارائه شده در جدول ۵، به‌دست آمده است.

**جدول (۵):** مشخصات رایانه استفاده شده در حل عددی معادلات حاکم.

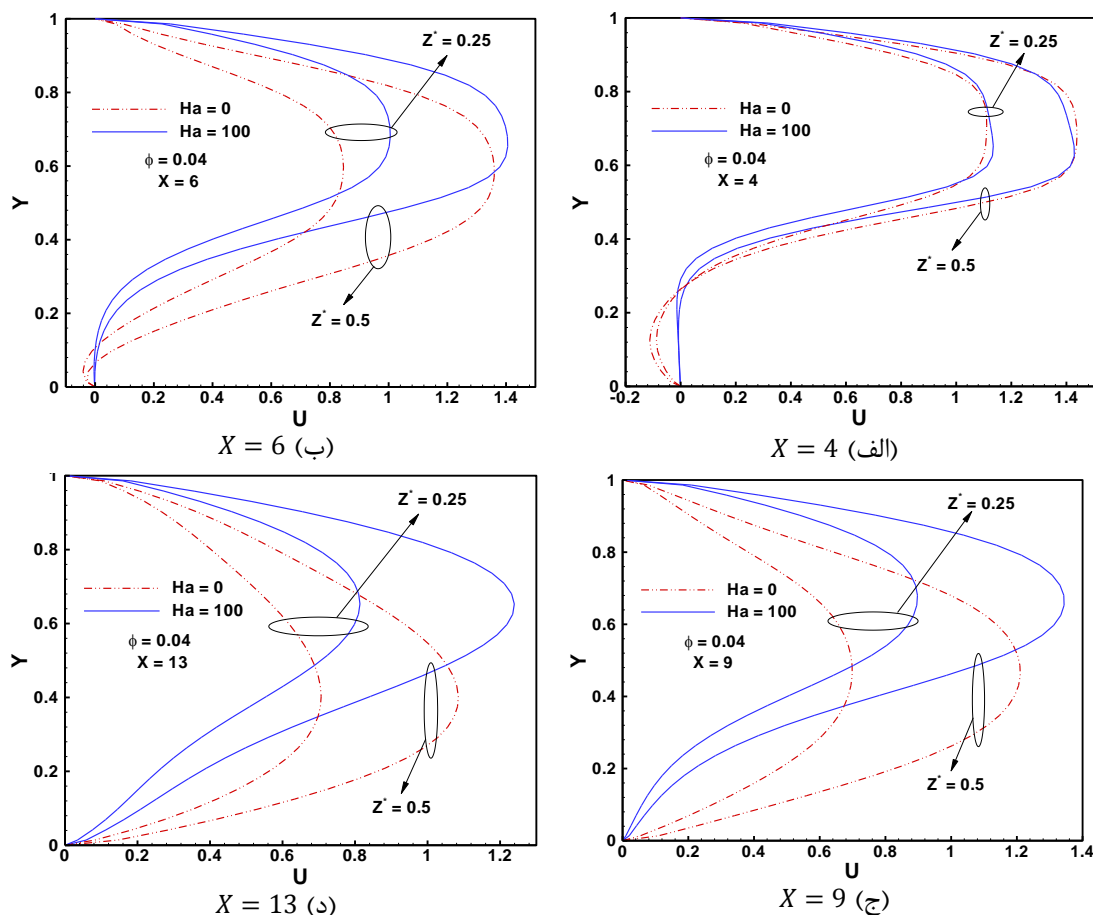
مدل	سرعت CPU	حافظه
Intel (R) Core(TM) i5	2.53 GHz	4 GB

همان‌طور که از این جدول پیدا است، سازگاری خوبی بین نتایج برقرار بوده و برنامه کامپیوتری نوشته‌شده در این مطالعه، نتایج قابل قبولی را ارائه می‌دهد.

## ۵- نتایج و بحث

نخست، برای آنالیز اثرات قدرت میدان مغناطیسی (عدد هارتمن) بر رفتارهای هیدرودینامیکی جریان نانو سیال، توزیع پروفیل‌های سرعت محوری بی‌بعد جریان (U) بر حسب ارتفاع کانال (Y) در مقاطع طولی (X) و عرضی

آنالیز دقیق این شکل‌ها به خوبی نشان می‌دهد که قدرت میدان مغناطیسی تأثیر قابل توجهی بر مقادیر و نحوه تغییرات پروفیل‌های سرعت محوری جریان در تمامی مقاطع عرضی و طولی مختلف دارد. البته این تأثیر در مقاطع طولی نزدیک به پله ( $X = 4$ ) کمتر است. در حقیقت، با پیشروی در جهت جریان و با فاصله گرفتن از پله، بیشینه پروفیل سرعت محوری جریان در عددهای هارتمن بزرگ، دارای مقادیر بزرگ‌تری است.



شکل (۲): تأثیر قدرت میدان مغناطیسی بر توزیع پروفیل‌های سرعت محوری در مقاطع طولی و عرضی مختلف

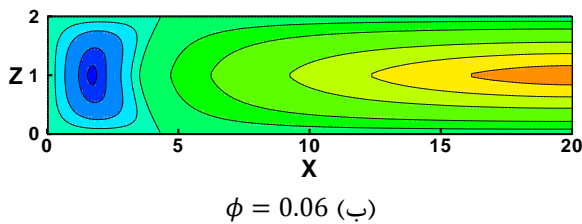
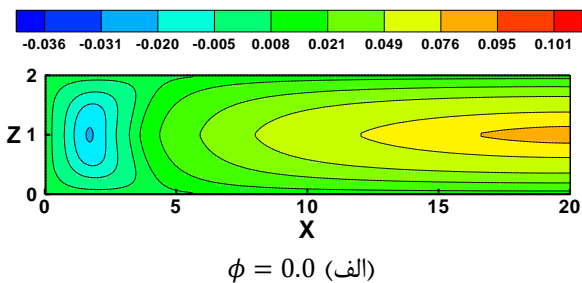
برای آنالیز این موضوع، توزیع ضرایب اصطکاک روی دیوار پایینی کانال مورد مطالعه برای دو عدد هارتمن مختلف، در شکل‌های ۳ (الف) و (ب) نشان داده شده‌اند.

همان‌طور که از این شکل‌ها مشخص است، با افزایش قدرت میدان مغناطیسی، قدر مطلق ضریب اصطکاک روی دیوار پایینی کانال به‌طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد. در

نکته قابل توجه دیگری که از شکل‌های ۲ (الف) تا (د) مشاهده می‌شود این است که عدد هارتمن تأثیر بسزا و چشمگیری بر مقادیر گرادیان‌های سرعت روی دیوارهای کانال و به‌خصوص روی دیوار پایینی دارد. از این رو می‌توان انتظار داشت که ضریب اصطکاک روی دیوارها نیز به‌طور قابل توجهی وابسته به قدرت میدان مغناطیسی باشد.



به‌منظور نشان دادن اثرات درصد حجمی نانو ذرات جامد اکسید آلومینیوم بر رفتارهای هیدرودینامیکی جریان، توزیع ضرایب اصطکاک روی دیوار پایینی کانال برای دو مقدار  $\phi = 0.06$  و  $\phi = 0.0$  در شکل‌های ۵ (الف) و (ب) رسم شده‌اند. آنالیز دقیق این شکل‌ها به‌خوبی نشان می‌دهد که با افزایش درصد حجمی نانو ذرات جامد، قدر مطلق مقادیر ضرایب اصطکاک روی دیوار پایینی کانال افزایش می‌یابند. در حقیقت، این افزایش در مقادیر ضرایب اصطکاک به‌علت افزایش قابل توجه پارامتر  $\frac{\mu_{nf}}{\mu_f}$  بر حسب درصد حجمی نانو ذرات اکسید آلومینیوم است (به جدول ۷ رجوع شود).



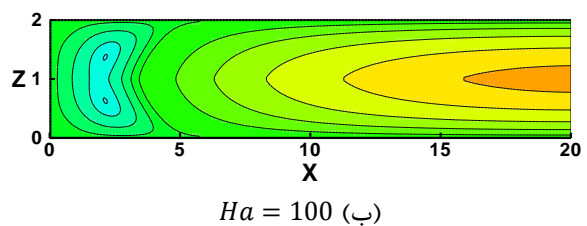
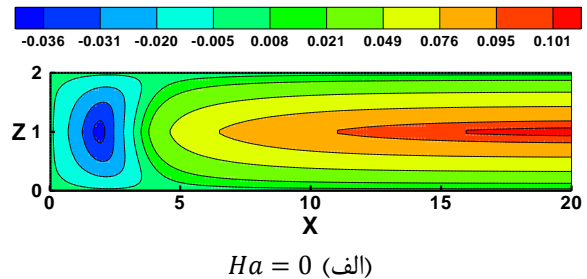
**شکل (۵):** تأثیر غلظت نانو ذرات اکسید آلومینیوم بر توزیع ضرایب اصطکاک روی دیوار پایینی کانال، ( $Ha = 50$ ).

**جدول (۷):** تأثیر درصد حجمی نانو ذرات اکسید آلومینیوم

$\phi$	۰/۰	۰/۰۲	۰/۰۴	۰/۰۶
$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f}$	۱/۰	۱/۰۵۱۸	۱/۱۰۷۴	۱/۱۶۷۳

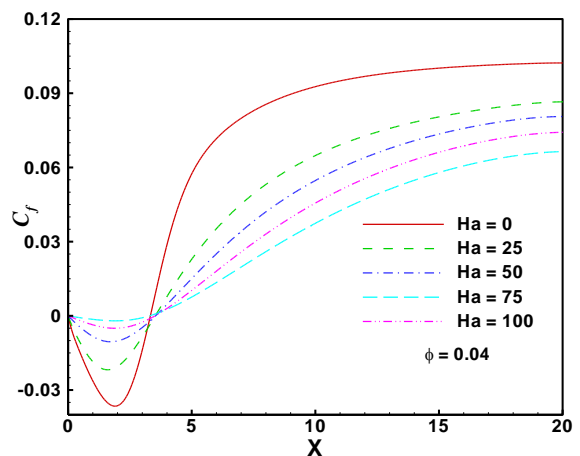
برای بررسی بیشتر تأثیر درصد حجمی نانو ذرات جامد بر رفتارهای هیدرودینامیکی جریان، توزیع ضرایب اصطکاک روی خط مرکزی دیوار پایینی کانال برای چهار مقدار مختلف درصد حجمی نانو ذرات اکسید آلومینیوم و به ازای دو عدد هارتمن مختلف، در شکل‌های ۶ (الف) و (ب) ارائه شده‌اند. آنالیز دقیق این شکل‌ها نشان‌دهنده نتایجی مشابه با نتایج بیان‌شده برای شکل‌های ۵ (الف) و (ب) است. نکته

حقیقت، با افزایش عدد هارتمن، گرادیان‌های سرعت روی دیوار پایینی کانال کاهش یافته و منجر به کاهش مقادیر ضرایب اصطکاک روی این دیوار می‌شوند.



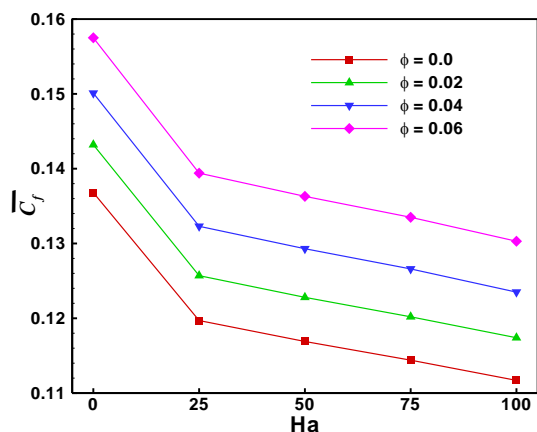
**شکل (۳):** تأثیر قدرت میدان مغناطیسی بر توزیع ضرایب اصطکاک روی دیوار پایینی کانال، ( $\phi = 0.04$ ).

برای درک بیشتر از تأثیر قدرت میدان مغناطیسی بر رفتارهای هیدرودینامیکی جریان، توزیع ضرایب اصطکاک روی خط مرکزی دیوار پایینی کانال، برای پنج مقدار مختلف عدد هارتمن در شکل ۴ رسم شده‌اند. آنالیز نتایج ارائه‌شده در این شکل، رفتاری مشابه با آنچه در توضیحات شکل‌های ۳ (الف) و (ب) ذکر شد را نشان می‌دهد. بنابراین، برای پرهیز از تکرار مطالب، از بیان آن‌ها خودداری می‌گردد.



**شکل (۴):** تأثیر قدرت میدان مغناطیسی بر توزیع ضرایب اصطکاک روی خط مرکزی دیوار پایینی کانال.

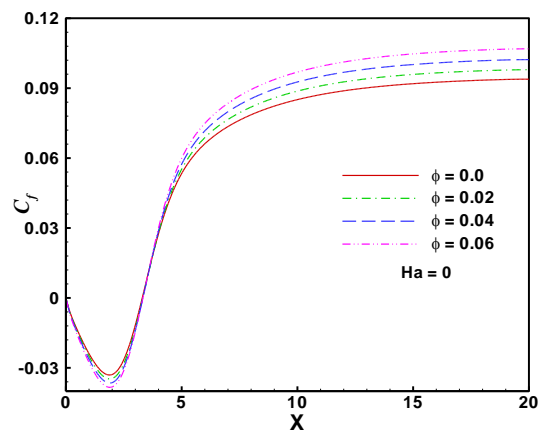
شکل ۷ به وضوح نشان می‌دهد که بیشترین مقدار ضریب اصطکاک متوسط روی دیوار پایینی کانال مورد مطالعه، مربوط به حالت  $Ha = 0$  و  $\phi = 0.06$  و کمترین مقدار آن مربوط به حالت  $Ha = 100$  و  $\phi = 0.0$  است.



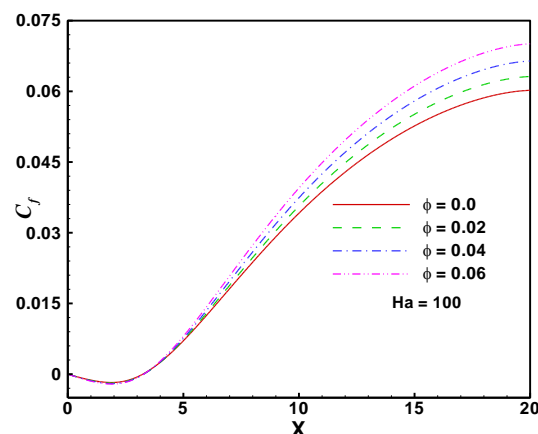
شکل ۷: اثرات متقابل قدرت میدان مغناطیسی و درصد حجمی نانو ذرات جامد اکسید آلومینیوم بر مقادیر ضریب اصطکاک متوسط روی دیوار پایینی کانال.

برای آنالیز اثرات قدرت میدان مغناطیسی بر رفتارهای حرارتی جریان نانو سیال در کانال مورد مطالعه، توزیع پروفیل‌های دمای بی‌بعد ( $\theta$ ) بر حسب ارتفاع کانال ( $Y$ ) در دو مقطع عرضی ( $Z^* = Z/D$ ) و چهار مقطع طولی ( $X$ ) مختلف، در شکل‌های ۸ (الف) تا (د) رسم شده‌اند. همان‌طور که از این شکل‌ها به خوبی نمایان است، قدرت میدان مغناطیسی (عدد هارتمن) تأثیر قابل توجهی بر توزیع پروفیل‌های دمای بی‌بعد در تمامی مقاطع عرضی و طولی مختلف دارد. آنالیز دقیق این شکل‌ها به خوبی بیان می‌کند که تأثیر عدد هارتمن بر پروفیل‌های دمای بی‌بعد، در مقطع  $Z^* = 0.25$  کمتر از مقطع  $Z^* = 0.5$  است. البته این تأثیر در مقاطع طولی نزدیک به پله ( $X = 4$ ) کمتر است. نکته قابل توجه دیگری که از شکل‌های ۸ (الف) تا (د) مشاهده می‌شود این است که قدرت میدان مغناطیسی تأثیر چشمگیری بر مقادیر گرادیان‌های دمای بی‌بعد روی دیوارهای کانال و به خصوص روی دیوار پایینی دارد. در حقیقت، با افزایش عدد هارتمن، مقادیر گرادیان‌های دما روی دیوار پایینی کانال به طور قابل توجهی کاهش می‌یابند. از این رو می‌توان انتظار داشت که نرخ‌های انتقال حرارت روی دیوارها نیز به طور چشمگیری وابسته به قدرت میدان مغناطیسی باشند.

قابل توجه دیگری که از این شکل‌ها مشاهده می‌شود این است که در عددهای هارتمن بزرگ ( $Ha = 100$ )، تأثیر غلظت نانو ذرات جامد بر مقادیر ضریب اصطکاک در نواحی نزدیک به پله، خیلی کوچک است.



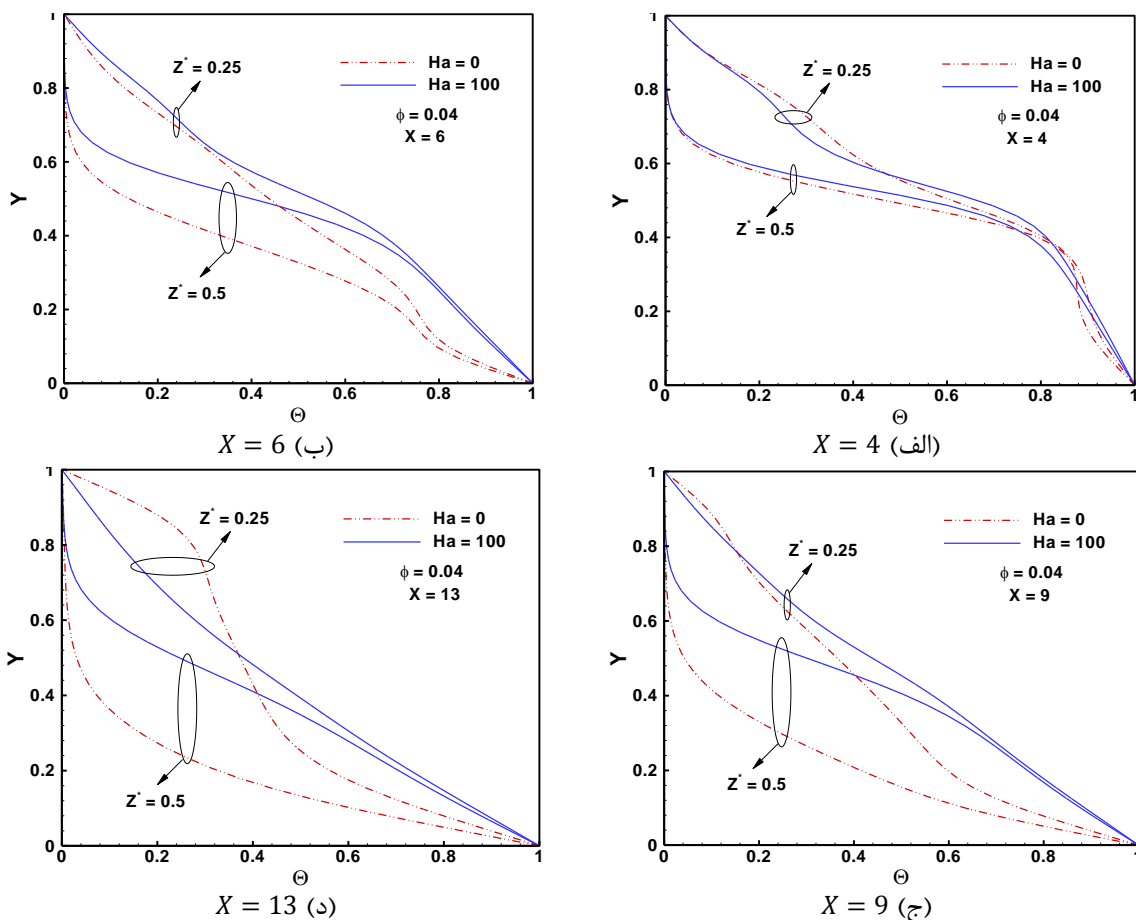
Ha = 0 (الف)



Ha = 100 (ب)

شکل ۸: تأثیر غلظت نانو ذرات اکسید آلومینیوم بر توزیع ضرایب اصطکاک روی خط مرکزی دیوار پایینی کانال.

برای مشاهده اثرات متقابل قدرت میدان مغناطیسی و درصد حجمی نانو ذرات جامد بر رفتارهای هیدرودینامیکی جریان، مقادیر ضریب اصطکاک متوسط ( $\overline{C_f}$ ) روی دیوار پایینی کانال برای پنج مقدار مختلف عدد هارتمن و چهار مقدار مختلف غلظت نانو ذرات جامد اکسید آلومینیوم در شکل ۷ ارائه شده‌اند. همان‌طور که از این شکل مشخص است، با افزایش عدد هارتمن از  $Ha = 0$  تا  $Ha = 100$ ، مقادیر ضریب اصطکاک متوسط به طور قابل توجهی کاهش می‌یابند، در حالی که هر افزایشی در مقادیر درصد حجمی نانو ذرات اکسید آلومینیوم، منجر به یک افزایش چشمگیر در مقادیر ضریب اصطکاک متوسط می‌شود. در حقیقت،

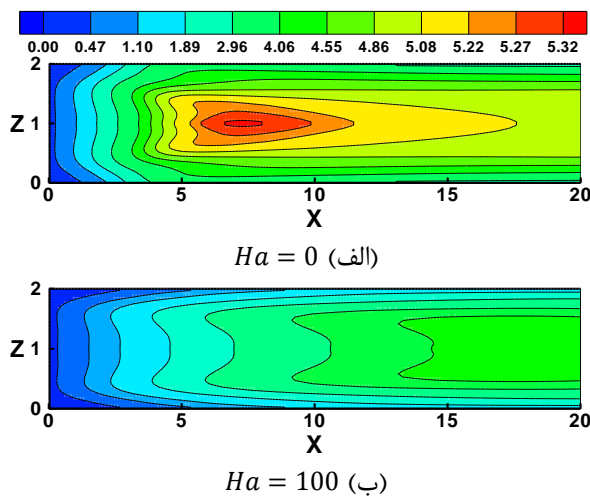


شکل (۸): تأثیر قدرت میدان مغناطیسی بر توزیع پروفیل‌های دمای بی‌بعد در مقاطع طولی و عرضی مختلف.

همان‌طور که از این شکل‌ها مشخص است، عدد هارتمن تأثیر چشم‌گیری بر توزیع عدد ناسلت روی دیوار پایینی کانال دارد؛ به‌طوری‌که در حالت  $Ha = 0$ ، بیشینه عدد ناسلت در میانه‌های دیوار پایینی کانال رخ می‌دهد، در حالی که برای حالت  $Ha = 100$ ، بیشینه این عدد مربوط به نواحی انتهایی دیوار است. به هر حال، شکل‌های ۹ (الف) و (ب) به‌خوبی نشان می‌دهند که با افزایش عدد هارتمن، مقادیر عدد ناسلت روی دیوار پایینی کانال به‌طور چشم‌گیری کاهش می‌یابند. این نتیجه را می‌توان این‌گونه تفسیر کرد که با افزایش عدد هارتمن، گرادیان‌های دما روی دیوار پایینی کانال کاهش یافته و منجر به کاهش مقادیر عدد ناسلت می‌شوند.

برای مشاهده بیشتر از اثرات قدرت میدان مغناطیسی بر نرخ‌های انتقال حرارت، توزیع‌های عدد ناسلت روی خط مرکزی دیوار پایینی کانال برای پنج مقدار مختلف عدد هارتمن، در شکل ۱۰ رسم شده‌اند. نتایج این شکل دقیقاً

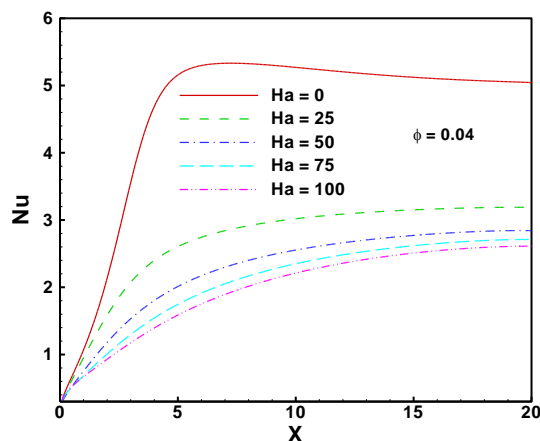
برای مشاهده اثرات قدرت میدان مغناطیسی بر نرخ‌های انتقال حرارت، توزیع‌های عدد ناسلت روی دیواره پایینی کانال در دو مقدار مختلف عدد هارتمن در شکل‌های ۹ (الف) و (ب) ارائه شده‌اند.



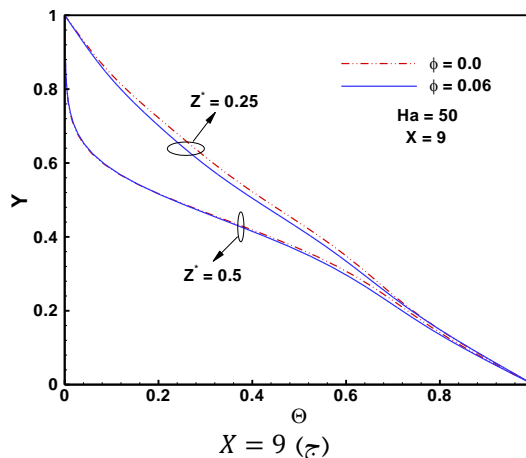
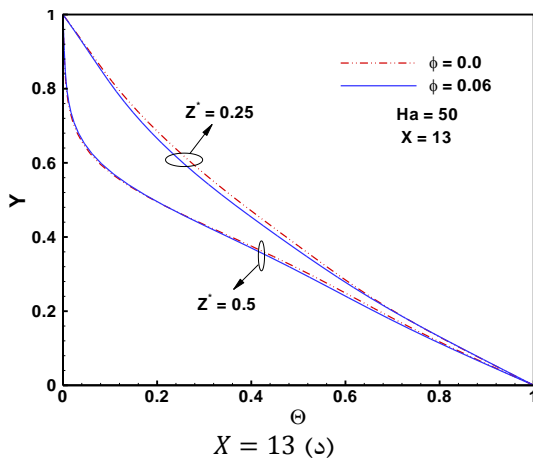
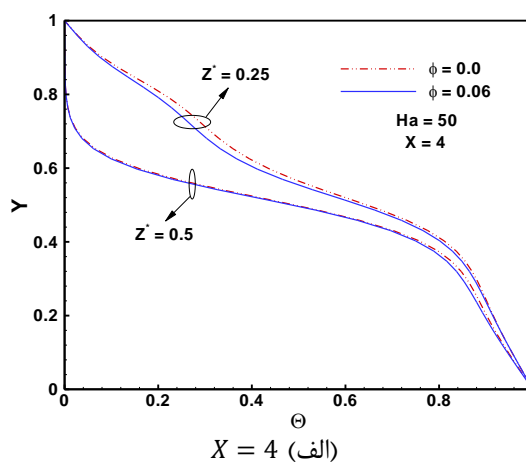
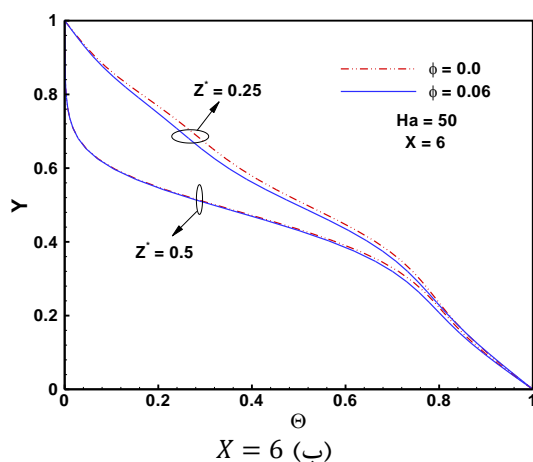
شکل (۹): تأثیر قدرت میدان مغناطیسی بر توزیع‌های عدد ناسلت روی دیوار پایینی کانال، ( $\phi = 0.04$ ).

تأثیر درصد حجمی نانو ذرات جامد اکسید آلومینیوم بر رفتارهای حرارتی جریان سیال تحت میدان مغناطیسی، با ارائه توزیع پروفیل‌های دمای بی‌بعد در شکل‌های ۱۱ (الف) تا (د) نشان داده شده است. مقایسه نتایج ارائه شده در این شکل‌ها با آنچه در شکل‌های ۸ (الف) تا (د) ارائه شد، به خوبی نشان می‌دهد که تأثیر درصد حجمی نانو ذرات جامد اکسید آلومینیوم بر مقادیر دمای بی‌بعد بسیار کوچک‌تر از تأثیر قدرت میدان مغناطیسی بر مقادیر دما است. بررسی دقیق‌تر شکل‌های ۱۱ (الف) تا (د) بیان می‌کند که تأثیر غلظت نانو ذرات جامد بر پروفیل‌های دمای بی‌بعد، در مقطع  $Z^* = 0.25$  بیشتر از مقطع  $Z^* = 0.5$  است. بعلاوه، به وضوح مشخص است که تأثیر درصد حجمی نانو ذرات اکسید آلومینیوم بر گرادیان‌های دما روی دیوار پایینی کانال بسیار ناچیز است.

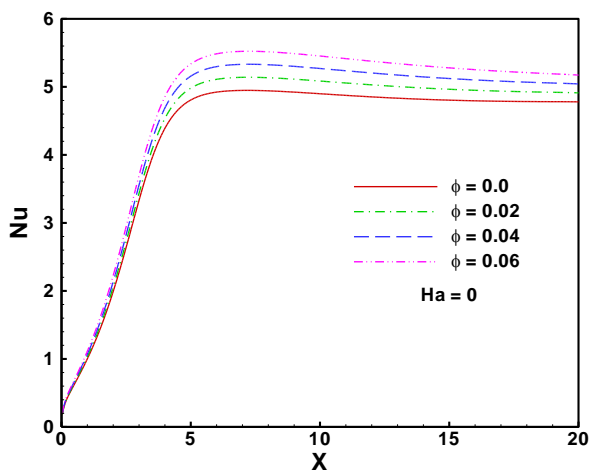
مشابه با نتایج ارائه شده در شکل‌های ۹ (الف) و (ب) است. بنابراین، برای جلوگیری از تکرار مطالب، از ذکر آن‌ها خودداری می‌گردد.



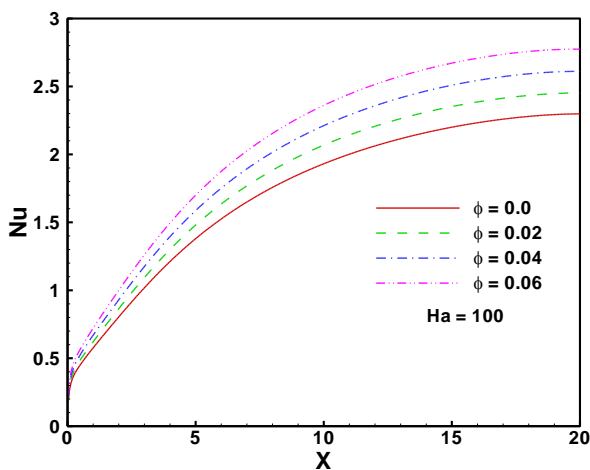
شکل (۱۰): تأثیر قدرت میدان مغناطیسی بر توزیع‌های عدد ناسلت روی خط مرکزی دیوار پایینی کانال.



شکل (۱۱): تأثیر غلظت نانو ذرات جامد بر توزیع پروفیل‌های دمای بی‌بعد در مقاطع طولی و عرضی مختلف.



Ha = 0 (الف)

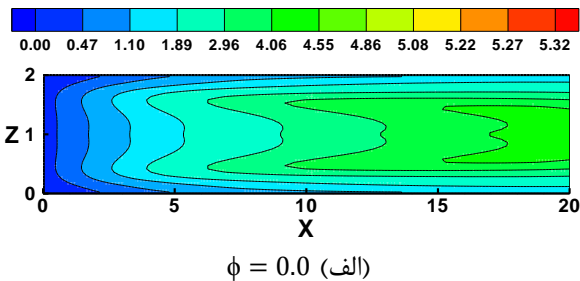


Ha = 100 (ب)

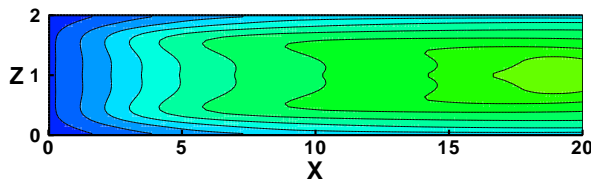
شکل (۱۳): تأثیر غلظت نانو ذرات جامد بر توزیع‌های عدد ناسلت روی خط مرکزی دیوار پایینی کانال.

برای آنالیز اثرات متقابل قدرت میدان مغناطیسی و درصد حجمی نانو ذرات جامد بر رفتارهای حرارتی، مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیوار پایینی کانال برای پنج مقدار مختلف عدد هارتمن و به ازای چهار مقدار مختلف درصد حجمی نانو ذرات اکسید آلومینیوم در شکل ۱۴ ارائه شده‌اند. همان‌طور که این شکل نشان می‌دهد با افزایش درصد حجمی نانو ذرات آلومینیوم از  $\phi = 0.0$  تا  $\phi = 0.06$ ، مقادیر عدد ناسلت متوسط به‌طور چشمگیری افزایش می‌یابند، در حالی که هر افزایشی در مقادیر عدد هارتمن، منجر به کاهش مقادیر عدد ناسلت متوسط می‌شود. در حقیقت، شکل ۱۴ به‌وضوح بیان می‌کند که بیشترین نرخ انتقال حرارت روی دیوار پایینی کانال مربوط به حالت  $Ha = 0$  و

به‌منظور وضوح بیشتر در مشاهده اثرات غلظت نانو ذرات جامد بر رفتارهای حرارتی، توزیع‌های عدد ناسلت روی دیوار پایینی کانال برای دو مقدار مختلف  $\phi = 0.0$  و  $\phi = 0.06$  در شکل‌های ۱۲ (الف) و (ب) ارائه شده‌اند. بررسی دقیق این شکل‌ها به‌وضوح نشان می‌دهد که با افزایش درصد حجمی نانو ذرات اکسید آلومینیوم، مقادیر عدد ناسلت روی دیوار پایینی کانال افزایش می‌یابند. در حقیقت، این افزایش در مقادیر عدد ناسلت به‌علت افزایش قابل توجه پارامتر  $\frac{k_{nf}}{k_f}$  بر حسب درصد حجمی نانو ذرات اکسید آلومینیوم است (به جدول ۸ رجوع شود).



phi = 0.0 (الف)



phi = 0.06 (ب)

شکل (۱۲): تأثیر غلظت نانو ذرات جامد بر توزیع‌های عدد ناسلت روی دیوار پایینی کانال، ( $Ha = 50$ ).

جدول (۸): تأثیر درصد حجمی نانو ذرات اکسید آلومینیوم

( $\phi$ ) روی مقادیر  $\frac{k_{nf}}{k_f}$

$\phi$	۰/۰	۰/۰۲	۰/۰۴	۰/۰۶
$\frac{k_{nf}}{k_f}$	۱/۰	۱/۰۵۶۸	۱/۱۱۵۹	۱/۱۷۷۲

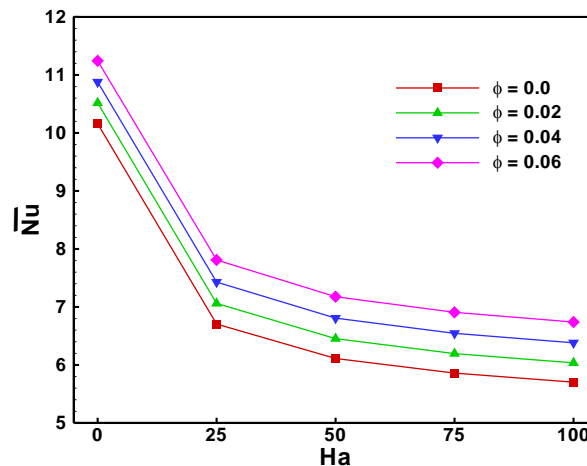
برای آنالیز دقیق‌تر تأثیر درصد حجمی نانو ذرات اکسید آلومینیوم بر مقادیر نرخ‌های انتقال حرارت، توزیع‌های عدد ناسلت روی خط مرکزی دیوار پایینی کانال، در شکل‌های ۱۳ (الف) و (ب) برای چهار مقدار مختلف درصد حجمی نانو ذرات اکسید آلومینیوم و به ازای دو عدد هارتمن مختلف ارائه شده‌اند. بررسی دقیق این شکل‌ها به‌خوبی تأییدکننده نتایج ارائه‌شده در شکل‌های ۱۲ (الف) و (ب) است.

✓ هر افزایشی در مقادیر درصد حجمی نانو ذرات جامد منجر به یک افزایش چشمگیر در مقادیر قدر مطلق ضریب اصطکاک و عدد ناسلت روی دیوار پایینی کانال می‌شود.

#### ۷- مراجع

- Gholamrezaee, H., Raisi, A., and Ghasemi, B. "Mixed Convection of a Water-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Nanofluid in an Open Square Cavity, Containing a Solid Body Heat Source", Fluid. Mec. Aero., Vol. 6, No. 1, pp. 13-26, 2017 (In Persian).
- Upadhya, S.M., Raju, C.S.K., and Saleem, S. "Nonlinear Unsteady Convection on Micro and Nanofluids with Cattaneo-Christov Heat Flux", Results Phys., Vol. 9, pp. 779-786, 2018.
- Sheikholeslami, M. and Rokni, H.B. "Numerical Simulation for Impact of Coulomb Force on Nanofluid Heat Transfer in a Porous Enclosure in Presence of Thermal Radiation", Int. J. Heat Mass Tran., Vol. 118, pp. 823-831, 2018.
- Nasiri, H., Jamalabadi, M.Y.A., Sadeghi, R., Safaei, M.R., Nguyen, T.K., and Shadloo, M.S. "A Smoothed Particle Hydrodynamics Approach for Numerical Simulation of Nano-fluid Flows", J. Therm. Anal. Calorim., Vol. 135, No. 3, pp. 1733-1741, 2019.
- Rashidi, S., Eskandarian, M., Mahian, O., and Poncet, S. "Combination of Nanofluid and Inserts for Heat Transfer Enhancement", J. Therm. Anal. Calorim., Vol. 135, No. 1, pp. 437-460, 2019.
- Waini, I., Ishak, A., and Pop, I. "Transpiration Effects on Hybrid Nanofluid Flow and Heat Transfer over a Stretching/Shrinking Sheet with Uniform Shear Flow", Alexandria Eng. J., Vol. 59, No. 1, pp. 91-99, 2020
- Waini, I., Ishak, A., Groşan, T., and Pop, I. "Mixed Convection of a Hybrid Nanofluid Flow along a Vertical Surface Embedded in a Porous Medium", Int. Commun. Heat Mass, Vol. 114, Article Number: 104565, 2020.
- Sidik, N.A.C., Mohammed, H.A., Alawi, O.A., and Samion, S. "A Review on Preparation Methods and Challenges of Nanofluids", Int. Commun. Heat Mass, Vol. 54, pp. 115-125, 2014.
- Sidik, N.A.C., Samion, S., Musa, M.N., Muhammad, M.J., Muhammad, A.I., Yazid, M.N.A.W.M., and Mamat, R. "The Significant Effect of Turbulence Characteristics on Heat Transfer Enhancement, Using Nanofluids: A Comprehensive Review", Int. Commun. Heat Mass, Vol. 72, pp. 39-47, 2016.

$\phi = 0.06$  و کمترین مقدار آن مربوط به حالت  $\phi = 0.0$  و  $Ha = 100$  است.



شکل (۱۴): اثرات متقابل قدرت میدان مغناطیسی و درصد حجمی نانو ذرات جامد بر مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیوار پایینی کانال.

#### ۶- نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر، اثرات متقابل قدرت میدان مغناطیسی ( $0 \leq Ha \leq 100$ ) و غلظت نانو ذرات جامد اکسید آلومینیوم ( $0 \leq \phi \leq 0.06$ ) بر رفتارهای هیدرودینامیکی (میدان سرعت و ضریب اصطکاک) و حرارتی (میدان دما و عدد ناسلت) جریان جابه‌جایی اجباری سه‌بعدی در یک کانال دارای یک پله پس‌رو شیب‌دار مورد بررسی قرار گرفته است. برای شبیه‌سازی سطح شیب‌دار این پله در مختصات کارتزین سه‌بعدی، از روش ناحیه غیرفعال استفاده شده است. همچنین، معادلات ناویر-استوکس و انرژی با استفاده از فنون دینامیک سیالات محاسباتی و با به‌کارگیری الگوریتم نمونه حل شده تا میدان‌های سرعت و دما به‌دست آیند. نتایج حاصل از این تحقیق به شرح زیر خلاصه می‌شوند:

✓ تأثیر عدد هارتمن بر پروفیل‌های توزیع دمای بی‌بعد بیشتر از تأثیر درصد حجمی نانو ذرات جامد اکسید آلومینیوم روی آنها است.

✓ با افزایش قدرت میدان مغناطیسی، قدر مطلق ضریب اصطکاک و نرخ انتقال حرارت (عدد ناسلت) روی دیوار پایینی کانال به‌طور قابل توجه‌ای کاهش می‌یابند.

- Nanoparticle Migration within a Permeable Space Containing Non-Equilibrium Model”, *Physica A*, Vol. 537, p. 122459, 2020.
20. Waini, I., Ishak, A., and Pop, I. “MHD Flow and Heat Transfer of a Hybrid Nanofluid Past a Permeable Stretching/Shrinking Wedge”, *Appl. Math. Mech.*, Vol. 41, No. 3, pp. 507-520, 2020.
  21. Lahmar, S., Kezzar, M., Eid, M.R., and Sari, M.R. “Heat Transfer of Squeezing Unsteady Nanofluid Flow under the Effects of an Inclined Magnetic Field and Variable Thermal Conductivity”, *Physica A*, Vol. 540, Article Number: 123138, 2020.
  22. Sheikholeslami, M. and Rokni, H.B. “Simulation of Nanofluid Heat Transfer in Presence of Magnetic Field: A Review”, *Int. J. Heat Mass Tran.*, Vol. 115, pp. 1203-1233, 2017.
  23. Sajjadi, H., Delouei, A.A., Atashafrooz, M., and Sheikholeslami, M. “Double MRT Lattice Boltzmann Simulation of 3-D MHD Natural Convection in a Cubic Cavity with Sinusoidal Temperature Distribution Utilizing Nanofluid”, *Int. J. Heat Mass Tran.*, Vol. 126, pp. 489-503, 2018.
  24. Sheikholeslami, M., Sajjadi, H., Delouei, A.A., Atashafrooz, M., and Li, Z. “Magnetic Force and Radiation Influences on Nanofluid Transportation through a Permeable Media Considering Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Nanoparticles”, *J. Therm. Anal. Calorim.*, Vol. 136, No. 6, pp. 2477-2485, 2019.
  25. Atashafrooz, M., and Gandjalikhan Nassab, S.A. “Combined Heat Transfer of Radiation and Forced Convection Flow of Participating Gases in a Three-Dimensional Recess”, *J. Mech. Sci. Technol.*, Vol. 26, No. 10, pp. 3357-3368, 2012.
  26. Selimefendigil F. and Oztop, H.F. “Numerical Analysis of Laminar Pulsating Flow at a Backward Facing Step with an Upper Wall Mounted Adiabatic Thin Fin”, *Comput. Fluids*, Vol. 88, pp. 93-107, 2013.
  27. Atashafrooz, M., Gandjalikhan Nassab S.A., and Lari, K. “Numerical Analysis of Interaction Between Non-Gray Radiation and Forced Convection Flow over a Recess using the Full-Spectrum k-Distribution Method”, *Heat Mass Transf.*, Vol. 52, No. 2, pp. 361-377, 2016.
  28. Dehghani Rayeni, A., and Gandjalikhan Nassab, S.A. “Numerical Simulation of Forced Convection Duct Flow of a Radiating Gas with Separation”, *Fluid. Mec. Aero.*, Vol. 6, No. 1, pp. 53-66, 2017 (In Persian).
  29. Nouri-Borujerdi, A., and Moazezi, A., “Investigation of Obstacle Effect to Improve Conjugate Heat Transfer in Backward Facing
  10. Shah, Z., Gul, T., Islam, S., Khan, M.A., Bonyah, E., Hussain, F., Mukhtar, S., and Ullah, M. “Three Dimensional Third Grade Nanofluid Flow in a Rotating System Between Parallel Plates with Brownian Motion and Thermophoresis Effects”, *Results Phys.*, Vol. 10, pp.36-45, 2018.
  11. Kumar, M.S., Sandeep, N., Kumar, B.R., and Saleem, S. “Effect of Aligned Magnetic Field on MHD Squeezing Flow of Casson Fluid between Parallel Plates”, *In Defect and Diffus. Forum*, Vol. 384, pp. 1-11, 2018.
  12. Shehzad, S.A., Sheikholeslami, M., Ambreen, T., Shafee, A., and Babazadeh, H. “Examination of CVFEM for Nanofluid Free Convection MHD Flow through Permeable Medium”, *Appl. Nanosci.*, Vol. 10, pp. 3269-3277, 2020.
  13. Kumar, K.A., Sugunamma, V., and Sandeep, N. “Influence of Viscous Dissipation on MHD Flow of Micropolar Fluid over a Slendering Stretching Surface with Modified Heat Flux Model”, *J. Therm. Anal. Calorim.*, Vol. 139, No. 6, pp. 3661-3674, 2020.
  14. Jha, B.K., Aina, B., and Ajiya, A.T. “MHD Natural Convection Flow in a Vertical Parallel Plate Microchannel”, *Ain Shams Eng. J.*, Vol. 6, No. 1, pp.289-295, 2015.
  15. Sajjadi, H., Delouei, A.A., Sheikholeslami, M., Atashafrooz, M., and Succi, S. “Simulation of Three Dimensional MHD Natural Convection using Double MRT Lattice Boltzmann Method”, *Physica A*, Vol. 515, pp. 474-496, 2019.
  16. Keyhanpour, M., and Ghasemi M. “Numerical Analysis of Heat and Mass Transfer of Magnetic Nanoparticles in a Non-Newtonian Blood Flow, under Influence of Magnetic Field”, *Fluid. Mec. Aero.*, Vol. 7, No. 1, pp. 19-31, 2017 (In Persian).
  17. Animasaun, I.L., Mahanthesh, B., Jagun, A.O., Bankole, T.D., Sivaraj, R., Shah, N.A., and Saleem, S. “Significance of Lorentz Force and Thermoelectric on the Flow of 29 nm CuO-Water Nanofluid on an Upper Horizontal Surface of a Paraboloid of Revolution”, *J. HEAT TRANSF.*, Vol. 141, No. 2, pp. 022402 (1-9), 2019.
  18. Mehryan, S.A.M., Izadi, M., Namazian, Z., and Chamkha, A.J. “Natural Convection of Multi-Walled Carbon Nanotube-Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>/Water Magnetic Hybrid Nanofluid Flowing in Porous Medium Considering the Impacts of Magnetic Field-Dependent Viscosity”, *J. Therm. Anal. Calorim.*, Vol. 138, No. 2, pp. 1541-1555, 2019.
  19. Nguyen, T.K., Usman, M., Sheikholeslami, M., Haq, R.U., Shafee, A., Jilani, A.K., and Tlili, I. “Numerical Analysis of MHD Flow and



- E. "Numerical Simulation of Laminar to Turbulent Nanofluid Flow and Heat Transfer over a Backward Facing Step", *Appl. Math. Comput.*, Vol. 239, pp. 153-170, 2014.
40. Mohammed, H.A., Alawi, O.A., and Wahid, M.A. "Mixed Convective Nanofluid Flow in a Channel Having Backward-Facing Step with a Baffle", *Powder Technol.*, Vol. 275, pp. 329–343, 2015.
  41. Selimefendigil, F., and Öztöp, H.F. "Numerical Study of Forced Convection of Nanofluid Flow over a Backward Facing Step with a Corrugated Bottom Wall in the Presence of Different Shaped Obstacles", *Heat Transfer Eng.*, Vol. 37, No. 15, pp. 1280-1292, 2016.
  42. Alawi, O.A., Sidik, N.A.C., Kazi, S.N., and Abdolbaqi, M.K. "Comparative Study on Heat Transfer Enhancement and Nanofluids Flow over Backward and Forward Facing Steps", *J. Adv. Res. Fluid Mech. Therm. Sci.*, Vol. 23, No. 1, pp. 25-49, 2016.
  43. Kherbeet, A.S., Mohammed, H.A., Salman, B.H., Ahmed, H.E., Alawi, O.A., and Rashidi, M.M. "Experimental Study of Nanofluid Flow and Heat Transfer over Microscale Backward- and Forward-Facing Steps", *Exp. Therm. Fluid Sci.*, Vol. 65, pp.13-21, 2015.
  44. Kherbeet, A.S., Mohammed, H.A., Ahmed, H.E., Salman, B.H., Alawi, O.A., Safaei, M.R., and Khazaal, M.T. "Mixed Convection Nanofluid Flow Over Microscale Forward-Facing Step — Effect of Inclination and Step Heights", *Int. Commun. Heat Mass*, Vol. 78, pp. 145-154, 2016.
  45. Atashafrooz, M., and Badakhshan, S., "Three-Dimensional Analysis of the Convective Nanofluid Flow in a Duct with Abrupt Contraction", *Fluid. Mec. Aero.*, Vol. 7, No. 2, pp. 59–72, 2018 (In Persian).
  46. Atashafrooz, M. "Effects of Ag-Water Nanofluid on Hydrodynamics and Thermal Behaviors of Three-Dimensional Separated Step Flow", *Alexandria Eng. J.*, Vol. 57, No. 4, pp. 4277-4285, 2018.
  47. Nath, R., and Krishnan, M., "Numerical Study of Double Diffusive Mixed Convection in a Backward Facing Step Channel Filled with Cu-Water Nanofluid", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 153-154, pp. 48-63, 2019.
  48. Abbassi, H., and Nassrallah, S.B. "MHD Flow and Heat Transfer in a Backward-Facing Step", *Int. Commun. Heat Mass*, Vol. 34, No. 2, pp. 231-237, 2007.
  49. Mobadersani, F., and Rezavand Hesari, A. "MHD Effect on Nanofluid Flow and Heat Transfer in Backward-Facing Step Using Two-Step Channel Using Fast Simulation of Incompressible Flow", *Heat Mass Transf.*, Vol. 54, No. 1, pp. 135-150, 2018.
  30. Li, C., Cui, G., Zhai, J., Chen, S., and Hu, Z. "Enhanced Heat Transfer and Flow Analysis in a Backward-Facing Step Using a Porous Baffle", *J. Therm. Anal. Calorim.*, Vol. 141, pp. 1919–1932, 2020.
  31. Hilo, A.K., Talib, A.R.A., Iborra, A.A., Sultan M.T.H., and Hamid, M.F.A. "Effect of Corrugated Wall Combined with Backward-Facing Step Channel on Fluid Flow and Heat Transfer," *Energy*, Vol. 190, Article Number: 116294, 2020.
  32. Danane, F., Boudiaf, A., Mahfoud, O., Ouyahia, S.E., Labsi N., and Benkahla, Y.K., "Effect of Backward Facing Step Shape on 3D Mixed Convection of Bingham Fluid", *Int. J. Therm. Sci.*, Vol. 147, Article Number: 106116, 2020.
  33. Giannopoulos, A. and Aider, J.L. "Prediction of the Dynamics of a Backward-Facing Step Flow Using Focused Time-Delay Neural Networks and Particle Image Velocimetry Data-Sets", *Int. J. Heat Fluid Fl.*, Vol. 82, Article Number: 108533, 2020.
  34. Al-aswadi, A.A., Mohammed, H.A., Shuaib N.H., and Campo, A. "Laminar Forced Convection Flow over a Backward Facing Step Using Nanofluids", *Int. Commun. Heat Mass*, Vol. 37, No. 8, pp. 950-957, 2010.
  35. Mohammed, H.A., Al-aswadi, A.A., Abu-Mulaweh H.I., and Shuaib, N.H. "Influence of Nanofluids on Mixed Convective Heat Transfer over a Horizontal Backward Facing Step", *Heat Transf. Asian Res.*, Vol. 40, No. 4, pp. 287–307, 2011.
  36. Pour, M.S. and Gandjalikhan Nassab, S.A. "Numerical Investigation of Forced Laminar Convection Flow of Nanofluids over a Backward Facing Step under Bleeding Condition", *J. Mech.*, Vol. 28, No. 2, pp. N7-N12, 2012.
  37. Mohammed, H.A., Golieskardi, M., Munisamy, K.M., and Wahid, M.A., "Combined Convection Heat Transfer of Nanofluids Flow over Forward Facing step in a Channel Having a Blockage", *Appl. Mech. Mater.*, Vol. 388, pp. 185-191, 2013.
  38. Safaei, M.R., Togun, H., Vafai, K., Kazi, S.N., and Badarudin, A. "Investigation of Heat Transfer Enhancement in a Forward-Facing Contracting Channel Using FMWCNT Nanofluids", *Numer. Heat Tr. A-Appl.*, Vol. 66, No. 12, pp. 1321-1340, 2014.
  39. Togun, H., Safaei, M.R., Sadri, R., Kazi, S.N., Badarudin, A., Hooman, K., and Sadeghinezhad,



- Phase Model”, *AUT J. Mech. Eng.*, Vol. 4, No. 1, pp. 41-50, 2019.
50. Atashafrooz, M. “The Effects of Buoyancy Force on Mixed Convection Heat Transfer of MHD Nanofluid Flow and Entropy Generation in an Inclined Duct with Separation Considering Brownian Motion Effects”, *J. Therm. Anal. Calorim.*, Vol. 138, No. 5, pp. 3109-3126, 2019.
51. Selimefendigil, F., and Oztop, H.F. “Influence of Inclination Angle of Magnetic Field on Mixed Convection of Nanofluid Flow over a Backward Facing Step and Entropy Generation”, *Advanced Powder Technol.*, Vol. 26, No. 6, pp. 1663–1675, 2015.
52. Atashafrooz, M., Sheikholeslami, M., Sajjadi, H., and Delouei, A.A. “Interaction Effects of an Inclined Magnetic Field and Nanofluid on Forced Convection Heat Transfer and Flow Irreversibility in a Duct with an Abrupt Contraction”, *J. Magn. Magn. Mater.*, Vol. 478, pp. 216-226, 2019.
53. Atashafrooz, M., Sajjadi, H., and Delouei, A.A. “Interacting Influences of Lorentz Force and Bleeding on the Hydrothermal Behaviors of Nanofluid Flow in a Trapezoidal Recess with the Second Law of Thermodynamics Analysis”, *Int. Commun. Heat Mass*, Vol. 110, Article Number: 104411, 2020.
54. Atashafrooz, M. “Influence of Radiative Heat Transfer on the Thermal Characteristics of Nanofluid Flow over an Inclined Step in the Presence of an Axial Magnetic Field”, *J. Therm. Anal. Calorim.*, Vol. 139, No. 5, pp. 3345–3360, 2020.
55. Patankar, S.V., and Spalding, D.B. “A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows”, *Int. J. Heat Mass Tran.*, Vol. 15, No. 10, p. 1787–1806, 1972.