

شبیه‌سازی عددی انتقال حرارت مزدوج نانوسیال در میکروکانال دوبعدی تحت تأثیر میدان مغناطیسی عرضی: تأثیر قطر نانوذره، عدد رینولدز و اتلاف لزج

فاطمه بشارتی^۱ و امید جهانیان^۲

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۸/۱۳؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۴/۰۸)

چکیده

در مقاله حاضر اثر اتلاف لزج بر روی جریان و انتقال حرارت مزدوج نانو سیال آب - آلومینا در یک میکروکانال دوبعدی که تحت تأثیر میدان مغناطیسی یکنواخت قرار دارد، با استفاده از روش شبکه بولتزمن تراکم‌ناپذیر بررسی می‌شود. دیوار بالایی میکروکانال عایق است و شار حرارتی ثابت به دیوار پایینی در منطقه جامد اعمال می‌شود. این مسئله در اعداد رینولدز ۵۰، ۷۵ و ۱۰۰، نانوسیال با کسر حجمی ۲٪، قطر نانوذرات ۱۰ تا ۵۰ نانومتر و اعداد هارتمن ۰ تا ۳۰ بررسی شده است. نتایج نشان دادند، در شرایط صرف‌نظر کردن از اتلاف لزج، استفاده از میدان مغناطیسی در انتقال حرارت مزدوج، نه تنها تأثیر منفی بر عدد ناسلت میانگین ندارد، بلکه می‌تواند آن را به‌ویژه در اعداد رینولدز بالاتر افزایش دهد. همچنین می‌توان ذکر کرد که عدد ناسلت میانگین در حالت در نظر نگرفتن اثر اتلاف لزج بیشتر از حالت اعمال ترم اتلاف لزج است به‌طوری‌که بیشترین مقدار عدد ناسلت در این حالت، در عدد رینولدز ۱۰۰ و عدد هارتمن ۳۰ مشاهده می‌شود.

واژه‌های کلیدی: روش شبکه بولتزمن، انتقال حرارت مزدوج، نانوسیال، میدان مغناطیسی، اتلاف لزج

Numerical Simulation of Nanofluid Conjugate Heat Transfer in 2D Microchannel under the Influence of a Transverse Magnetic Field: Nanoparticle Diameter, Reynolds Number and Viscous Dissipation Effects

F. Besharati and O. Jahanian

Faculty of Mechanical Engineering,

Babol University of Technology

(Received: 04/November/2019 ; Accepted: 28/June/2020)

ABSTRACT

In the present study, the effect of viscous dissipation on the flow and conjugate heat transfer of water-alumina nanofluid in a two-dimensional microchannel under the influence of a magnetic field is investigated, using the incompressible lattice Boltzmann method. The upper wall of the microchannel is insulated and uniform heat flux is imposed on the lower wall of the solid region. The investigation has been carried out at Reynolds numbers of 50, 75 and 100, for a nanofluid with 2% volume fraction. The nanoparticle diameters varied from 10 to 50 nm and variable Hartmann numbers ranging from 0 to 30 were considered. The results showed that in the case of ignoring viscous dissipations, using a magnetic field in conjugate heat transfer does not have a significant negative effect on the average Nusselt number, and despite the usual expectation, can increase the Nusselt number, especially at higher Reynolds numbers. It is also noted that the average Nusselt number when ignoring the viscous dissipations, is higher than when these dissipations are taken into account. Hence, the highest Nusselt number in this case, is observed at Reynolds and Hartmann number values of 100 and 30, respectively.

Keywords: Lattice Boltzmann method, Conjugate Heat Transfer, Nanofluid, Magnetic Field, Viscous Dissipations.

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد: ftm.bsh73@gmail.com

۲- دانشیار (نویسنده پاسخگو): jahanian@nit.ac.ir

		فهرست علائم و اختصارات	
θ	دمای بی‌بعد در محاسبات مربوط به کد نوشته‌شده	a	شتاب
	علائم یونانی	B	ضریب لغزش بی‌بعد
γ	پارامتر تنظیم‌پذیر	B_0	شدت میدان مغناطیسی
μ	ضریب لزجت، Pa·s	Br_q	عدد برینکمن اصلاح‌شده
ν	لزجت سینماتیکی، $\frac{m^2}{s}$	\vec{c}	برداری سرعت میکروسکوپیک، در واحد شبکه
π	عدد پی	C_p	ظرفیت گرمایی ویژه، $\frac{J}{kg \cdot K}$
ρ	جرم مخصوص، $\frac{kg}{m^3}$	d	قطر، m
τ	زمان آسایش در واحد شبکه	f	تابع توزیع جرم مخصوص، در واحد شبکه
τ_f	زمان آسایش تابع توزیع جرم مخصوص در واحد شبکه	g	تابع توزیع دمای بی‌بعد
τ_g	زمان آسایش تابع توزیع دمای بی‌بعد در واحد شبکه	Gr^{-1}	معکوس عدد گراتز
ϕ	کسر حجمی	Ha	عدد بی‌بعد هارتمن
W	ضرایب وزنی	H_c	ارتفاع سیال در میکروکانال، m
Ω	اوپراتور برخورد	H_s	ضخامت جامد در میکروکانال، m
	زیرنویس	k	ضریب هدایت حرارتی، $\frac{w}{m \cdot K}$
avg	میانگین	k_B	ثابت بولتزمن، $\frac{J}{K}$
f	سیال پایه	L	طول میکروکانال، m
in	ورودی میکروکانال	M	جرم مولکولی، $\frac{kg}{kmol}$
k	شمارنده جهت لینک‌های شبکه	N	عدد آوگادرو، $\frac{molecule}{mol}$
m	شمارنده گره آخر در جهت افقی	Nu	عدد ناسلت
n	شمارنده گره آخر در جهت عمودی	Pr	عدد پرانتل
nf	نانوسیال	q"	شار حرارتی وارد به صفحه پایین، $\frac{w}{m^2}$
p	نانوذرات	Re	عدد رینولدز
w	دیوار	Re_s	عدد رینولدز ویژه
	بالانویس	S	ترم چشمه
eq	تعادلی	t	زمان در واحد شبکه
*	بی‌بعد	T	دما، K
	۱- مقدمه	u	مؤلفه افقی سرعت، $\frac{m}{s}$
	در سال‌های اخیر میکروسیستم‌ها به علت کوچک بودن و همچنین عملکرد بهتر، کاربردهای مختلفی در زمینه‌های گوناگون مهندسی پزشکی، زیست‌شناسی، صنایع الکترونیک، میکروسنسورها، میکروپمپ‌ها، شتاب‌سنج‌ها و... پیدا کرده‌اند [۱ و ۲]. اما از طرفی کاهش اندازه، خصوصاً در میکروسیستم‌هایی که کار پردازش داده انجام می‌دهند، سبب افزایش موضعی شار حرارتی تولیدشده در آن‌ها می‌شود که این شار گاهی به بیش از $100 \frac{w}{cm^2}$ نیز می‌رسد [۳] در نتیجه سامانه‌های خنک‌کاری استاندارد مثل خنک‌کاری با هوا توان دفع این میزان شار حرارتی بالا را ندارند و باید از روش‌های دیگری استفاده نمود که در این	\vec{v}	برداری سرعت ماکروسکوپیک، $\frac{m}{s}$
		α	ضریب پخش گرمایی، در واحد شبکه $\frac{m^2}{s}$

دیگری همت و همکاران [۱۳] اثر قطر نانوذره آلومینا بر جریان و انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری بین دو صفحه موازی را بررسی کردند. در مطالعه آن‌ها دیوارهای کانال دما ثابت فرض شده است. آن‌ها در مطالعه خود لزجت مؤثر و هدایت حرارتی نانوسیال را متغیر در نظر گرفتند. نتایج مطالعه آن‌ها نشان داد که استفاده از نانوسیال می‌تواند انتقال حرارت را تا ۳۵٪ افزایش دهد. همچنین کاهش قطر نانوذرات می‌تواند انتقال حرارت را تا ۱۵/۹٪ افزایش دهد. فریدون و همکاران [۱۴] اثر اندازه و کسر حجمی نانوسیال آب-آلومینا در یک حفره مربعی را بر جریان سیال و انتقال حرارت جابه‌جایی ترکیبی بررسی کردند. در مطالعه آن‌ها لزجت دینامیکی و ضریب هدایت حرارتی نانوسیال وابسته به دما در نظر گرفته شده است. آن‌ها نشان دادند که در یک رینولدز ثابت با افزایش کسر حجمی نانوذره، نرخ انتقال حرارت افزایش می‌یابد. همچنین در یک کسر حجمی ثابت، با افزایش عدد ریچاردسون و رینولدز عدد ناسلت افزایش می‌یابد و در اعداد رینولدز کم، کسر حجمی نانوذره تأثیر چندانی بر جریان و انتقال حرارت ندارد. همت و همکاران [۱۵] جریان و انتقال حرارت نانوسیال آب-آلومینا درون یک حفره مربعی را مطالعه کردند. آن‌ها تأثیر کسر حجمی و قطر میانگین نانوذره و عدد رایلی را با استفاده از مدل‌های مختلف برای لزجت نانوسیال از جمله مدل برینکمن، ابو-نادا، خانافر، وفای و کورچیونه بر جریان و انتقال حرارت بررسی کردند. طبق نتایج کار آن‌ها، در همه کسر حجمی‌ها و هر دو عدد رایلی مورد مطالعه، مدل برینکمن عدد ناسلت متوسط را بیشتر تخمین می‌زند و همچنین در همه کسر حجمی‌ها با افزایش قطر میانگین نانوذرات، عدد ناسلت میانگین در مدل‌های خانافر، وفای و کورچیونه افزایش و در مدل برینکمن کاهش می‌یابد. همت و همکاران [۱۶] جریان و انتقال حرارت نانوسیال آب-DWCNT درون یک حفره مربعی که دارای سه منبع گرم مدور است را مطالعه کردند. آن‌ها در مطالعه خود اثر پارامترهای مهمی مانند عدد ریچاردسون، زاویه شیب، کسر حجمی نانوذره و نسبت هندسی را بررسی کردند. نتایج کار آن‌ها نشان داد که با افزایش عدد ریچاردسون، عدد ناسلت کاهش می‌یابد. همچنین در یک کسر حجمی ثابت، در نسبت منطقی ۰/۰۵ و ۰/۱ و عدد ریچاردسون ۰/۰۱، با افزایش زاویه شیب از ۰ به ۳۰ درجه عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد. سالاری و

بین برای رفع این مشکل، توجهات بسیاری به خنک‌کاری با استفاده از مایع در میکروکانال‌ها معطوف شده است [۴ و ۵]. تاکرمن و پیس [۶] اولین کسانی بودند که به صورت تجربی میکروکانال‌هایی با مقطع مستطیلی را مورد مطالعه قرار دادند و به دفع حرارت به میزان $790 \frac{W}{cm^2}$ دست یافتند. همچنین به منظور افزایش نرخ انتقال حرارت در چنین سامانه‌هایی، در طی دو دهه اخیر استفاده از نانوسیالات که محلول‌های مایع حاوی ذرات جامد پراکنده در آن، با ابعاد (۱۰۰-۱) nm هستند، توسعه پیدا کرده است [۷ و ۸]. همت و همکاران [۹] جریان و انتقال حرارت جابه‌جایی ترکیبی نانوسیال را در یک حفره با دو درب متحرک بررسی کردند. نتایج مطالعه آن‌ها نشان داد که وقتی درب‌های متحرک دارای اثر متقابل هستند، خطوط جریان شامل دو گردابه اصلی هستند که با افزایش عدد ریچاردسون، شدت گردابه مربوط به نیروی شناوری افزایش می‌یابد، و شدت گردابه دیگر کاهش می‌یابد. همچنین در شرایطی که متحرک دارای اثر کمک‌کننده هستند، با افزایش نیروی شناوری قدرت خطوط جریان شامل یکی از گردابه‌های اصلی افزایش یافته و نرخ انتقال حرارت در این شرایط بیشتر از حالت‌های دیگر است. همت و همکاران [۱۰] تأثیر کسر حجمی و عدد ریچاردسون بر جریان و انتقال حرارت جابه‌جایی ترکیبی نانوسیال آب-آلومینا درون یک حفره که دارای یک مانع مستطیلی داغ است را بررسی کردند. آن‌ها در مطالعه خود لزجت و هدایت حرارتی نانوسیال را وابسته به دما فرض کردند. نتایج کار آن‌ها نشان می‌دهد که در همه کسر حجمی‌ها افزایش عدد ریچاردسون و قطر نانوذرات، عدد ناسلت را کاهش می‌دهد. همچنین افزودن نانوذره باعث افزایش قابل توجه در نرخ انتقال حرارت می‌شود. سرافراز و همکاران [۱۱] عملکرد حرارتی یک مخزن حرارتی دارای یک میکروکانال مستطیلی را در رژیم جریان آرام بررسی کردند. آن‌ها در مطالعه خود از نانوسیال آب-نقره استفاده کردند. طبق نتایج آن‌ها، استفاده از نانوسیال، ضریب انتقال حرارت را افزایش می‌دهد. همت و همکاران [۱۲] جابه‌جایی ترکیبی نانوسیال آب-آلومینا را در یک کانال افقی که دو مانع داغ بر روی دیوار پایین آن قرار دارد در رژیم جریان آرام بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که با افزایش غلظت نانوذره از ۰ به ۵٪، عدد ناسلت متوسط روی موانع، کمتر از ۱۰٪ افزایش می‌یابد. در تلاش عددی

همکاران [۱۷] جریان و انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی و تولید آنتروپی درون یک محفظه مکعبی که از طرفین گرم می‌شود را بررسی کردند. محفظه مکعبی توسط دو سیال مخلوط‌نشده هوا و نانوسیال آب-MWCNT پر شده است. در این مطالعه اثر پارامترهای مختلف نسبت منظری سطح نانوسیال، کسر حجمی نانوذره و عدد رایلی بر جریان سیال، انتقال حرارت و تولید آنتروپی بررسی شده است. نتایج مطالعه آن‌ها نشان داد که با افزایش نسبت منظری سطح نانوسیال عدد ناسلت متوسط و تولید آنتروپی کاهش می‌یابد در حالی که افزایش عدد رایلی آن‌ها را کاهش می‌دهد. در تلاش عددی دیگری همت و همکاران [۱۸] داده‌های تجربی مربوط به عدد ناسلت متوسط و افت فشار نانوسیال آب-تیتانیوم را با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی شامل دو لایه پنهان و ۸ نورون در هر لایه مدل‌سازی کردند. نتایج این مطالعه نشان داد که مدل‌سازی شبکه عصبی مصنوعی توانسته است داده‌های تجربی را با دقت بالایی تخمین بزند. همچنین با افزایش عدد رینولدز و کسر حجمی نانوذرات، عدد ناسلت متوسط و افت فشار افزایش می‌یابند. برای نشان دادن کاربرد نانوسیال‌ها، پژوهش‌های بسیاری توسط محققین مانند [۱۹-۲۳] انجام شده است. همچنین یکی دیگر از روش‌های پیشنهادی برای بهبود نرخ انتقال حرارت در میکروکانال‌های حاوی سیالات هادی الکتریسیته، استفاده از میدان مغناطیسی، که نیرویی در خلاف جهت جریان ایجاد می‌کند، می‌باشد [۲۴]. محمد و همکاران [۲۵] مطالعه جامعی را بر تأثیر میدان مغناطیسی در افزایش نرخ انتقال حرارت انجام دادند. ساودا و همکاران [۲۶] به صورت تجربی نشان دادند که ضریب مقاومت جریان در یک کانال با صفحات موازی، مستقیماً با طول و مقاومت میدان مغناطیسی اعمال‌شده متناسب است. کلت و عابدین‌زاده [۲۷] تأثیر میدان مغناطیسی را بر جریان و انتقال حرارت اجباری نانوسیال آب-آلومینا در یک میکروکانال با شرایط مرزی دما ثابت بررسی کردند. لازم به ذکر است که طبق دو مقاله اخیر [۲۴ و ۲۵]، بیشتر محققان اثر میدان مغناطیسی را بر هندسه محدودی مطالعه کردند. دوازی و عبدالله [۲۸] به صورت تحلیلی و عددی جریان و انتقال حرارت مایع کاملاً توسعه‌یافته گذرا را در یک میکروپمپ هیدرودینامیک مغناطیسی مطالعه کردند. آن‌ها دریافتند که می‌توان جریان و دما را با کنترل شار

مغناطیسی، اختلاف پتانسیل و هدایت الکتریکی کنترل کرد. امین‌الساداتی و همکاران [۲۹] اثر میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت نانوسیال آب-آلومینا را در یک میکروکانال بررسی کردند. مطالعات آن‌ها نشان داد که با افزایش کسر حجمی نانوذرات در اعداد رینولدز و هارتمن بزرگ، عدد ناسلت افزایش می‌یابد. طبق مطالعات آن‌ها افزایش ۱۶ درصدی در عدد ناسلت گزارش شده است. آقایی و همکاران [۳۰] اثر میدان مغناطیسی بر جریان و انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی نانوسیال آب-اکسید مس درون یک محفظه دوزنقه‌ای را در رژیم جریان آرام و آشسته بررسی کردند. در مطالعه آن‌ها اثر حرکت براونی نانوذره نیز بررسی شد. نتایج کار آن‌ها نشان داد که در هر دو رژیم آرام و آشسته، با افزایش کسر حجمی و عدد رایلی عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد. همچنین در همه اعداد رایلی و کسر حجمی‌ها با افزایش عدد هارتمن عدد ناسلت متوسط کاهش می‌یابد. در تلاش عددی دیگری، عبدالله‌زاده و پارک [۳۱] اثرات اتلاف لزج، گرمای ژول و تابش حرارتی را بر انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری مایعات نیوتونی در یک میکروپمپ مغناطیسی بررسی کردند. آن‌ها دریافتند که اثر اتلاف لزج سبب افزایش دما در نزدیکی دیوار می‌شود و حرارت ژول، اندازه پروفیل دما را در منطقه مرکزی افزایش می‌دهد. باید اشاره کرد که برای شبیه‌سازی جریان و انتقال حرارت مایع در میکروکانال‌ها، برخی از پدیده‌ها که در ماکروکانال‌ها مهم نیستند، به دلیل مقیاس‌های کوچک میکروکانال‌ها باید مورد توجه قرار گیرند. مهم‌ترین آن‌ها عبارتند از: ضخامت دیوار، لغزش سرعت و در بعضی موارد اتلاف لزج. ضخامت دیوار جامد در میکروکانال‌ها اغلب با ارتفاع میکروکانال قابل مقایسه است [۳۲]. بنابراین مطالعه انتقال حرارت در برخی از میکروکانال‌ها با دیوارهای فلزی، بدون در نظر گرفتن هدایت محوری، با مطالعات تجربی تفاوت محسوسی داشته است [۳۳]. در نتیجه، پدیده انتقال حرارت باید به صورت مزدوج در نظر گرفته شود. به عنوان مثال، کول و اتین [۳۴] با روش توابع گرین، انتقال حرارت مزدوج جریان مایع را در یک میکروکانال با صفحات موازی بررسی کردند. در یک مطالعه عددی، آزاد و همکاران [۳۵] از روش المان محدود برای مطالعه اثرات میدان مغناطیسی و حرارت ژول در انتقال حرارت مزدوج در یک کانال طولانی با یک سوراخ در پایین کانال، استفاده کردند. آن‌ها دریافتند

آن‌ها مشاهده کردند که در سطح مشترک مایع-جامد دما و همچنین شار حرارتی پیوسته هستند. صدیق و همکاران [۵۰] یک الگوریتم برای مدل‌سازی انتقال حرارت مزدوج، در سطح مشترک دو ماده مختلف ارائه کردند. مدل توسعه‌یافته گرچه پیچیده‌تر است و هزینه محاسباتی آن نسبت به الگوریتم‌های موجود بالاتر است، اما به شرایط پایدار محدود نمی‌شود. علاوه بر این، برخی از الگوریتم‌های دیگر روش شبکه بولتزمن برای مدل‌سازی انتقال حرارت مزدوج در [۵۱-۵۳] بیان شده است. در رویکرد عددی دیگری با استفاده از روش شبکه بولتزمن، تاچرچی و امیرالدین [۵۴] ویژگی‌های جریان و انتقال حرارت را با در نظر گرفتن اثر حرارت ژول در یک میکروپمپ DC MHD بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که راه‌حل عددی روش شبکه بولتزمن با نتایج تجربی و روش‌های دینامیک سیال محاسباتی کلاسیک مناسب است. با این حال، بررسی دقیق اتلاف لزج و حرارت ژول در مطالعه جریان نانوسیال در میکروکانال‌ها در عدد رینولدزهای متوسط و یا زیاد بسیار مهم است. در این راستا، مورینی [۵۵] معیار بررسی اثر اتلاف لزج مایعات در میکروکانال را ارائه کرد. او توجه خود را بر شکل مقطع کانال و نیز کمترین عدد رینولدز قرار داد که تحت این شرایط، اتلاف لزج نباید نادیده گرفته شود. هانگ [۵۶] به‌صورت تحلیلی اثر اتلاف لزج را بر انتقال حرارت نانوسیال آب-آلومینا با کسر حجمی ذرات جامد مختلف در یک میکرولوله مورد بررسی قرار داد. میکرولوله تحت شرایط شار حرارتی ثابت بود و جریان در منطقه کاملاً توسعه‌یافته قرار داشت.

با توجه به مرور بر ادبیات فوق، مسئله انتقال حرارت مزدوج نانوسیال در حضور میدان مغناطیسی یکنواخت و در نظر گرفتن اثر اتلاف لزجت در میکروکانال، با استفاده از روش شبکه بولتزمن تاکنون مورد مطالعه قرار نگرفته است. به همین دلیل در کار پیش رو مشخصه‌های جریان و انتقال حرارت مزدوج نانوسیال آب-آلومینا در یک میکروکانال که تحت تأثیر میدان مغناطیسی یکنواخت و در پایین شار حرارتی ثابت قرار دارد و در بالا عایق است در شرایط عدم لغزش سرعت به‌صورت عددی با استفاده از روش شبکه بولتزمن مورد بررسی قرار می‌گیرد تا مطالعه شود که اعمال میدان مغناطیسی در شرط مرزی شار ثابت همراه با در نظر گرفتن اثر اتلاف لزج، چه تأثیری بر عدد ناسلت خواهد

که عدد هارتمن و پارامتر گرمای ژول نقش مهمی در کنترل ساز و کار انتقال حرارت بازی می‌کنند. از منظر روش‌های حل جریان سیال و انتقال حرارت نیز، در طی دو دهه اخیر، روش شبکه بولتزمن که در زمره روش‌های مزوسکوپیک قرار دارد [۳۶]، به‌دلیل قابلیت‌هایی مانند: سهولت در برنامه‌نویسی، صریح بودن (که قابلیت پردازش موازی را به‌طور طبیعی دارا می‌باشد)، حجم محاسباتی کمتر نسبت به سایر روش‌های بر پایه ذره نظیر روش مستقیم مونت‌کارلو، عدم نیاز به حل معادله لاپلاس در هر گام زمانی (بر خلاف معادله ناویر-استوکس)، توانایی استفاده در مسائل در مقیاس میکرو و ماکرو با دقت قابل قبول و صادق بودن در محدوده وسیعی از جریان پیوسته و ناپیوسته [۳۷]،

ساده‌سازی در شبیه‌سازی جریان نانوسیال و اجرای ساده ضریب هدایت حرارتی نانوسیال (خصوصاً در حالت متغیر بودن با دما) [۳۸] و... مورد توجه بسیاری از محققین بوده است. همچنین استفاده از روش شبکه بولتزمن به‌عنوان یک ابزار محاسباتی برای مقابله با پدیده‌های مختلف فیزیکی در زمینه مکانیک سیالات و مهندسی شیمی مانند جریان مایع و انتقال حرارت در رسانه‌های متخلخل [۳۹]، جداسازی ذرات میکرو و نانوذرات [۴۰-۴۳]، انتقال حرارت طبیعی و ترکیبی [۴۴]، شبیه‌سازی جریان‌های دوفاز [۴۵] و جریان در میکروکانال‌ها [۴۶ و ۴۷] تبدیل شده است. کریمی‌پور و همکاران [۴۸] جریان و انتقال حرارت جابه‌جایی ترکیبی نانوسیال آب-مس در یک حفره کم عمق و در رژیم جریان آرام را با استفاده از روش شبکه بولتزمن بررسی کردند. در مطالعه آن‌ها درب فوقانی حفره با سرعت ثابت حرکت می‌کند و درجه حرارت آن بالاتر از دیواره پایین است. همچنین دیوارهای جانبی آدیاباتیک هستند. آن‌ها در مطالعه خود اثر مقادیر مختلف زاویه شیب حفره و کسر حجمی نانوذرات را در سه حالت مختلف جابه‌جایی طبیعی، اجباری و ترکیبی بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که بیشترین مقدار عدد ناسلت متوسط در زاویه شیب حفره و کسر حجمی بزرگ‌تر دیده می‌شود. منگ و همکاران [۴۹] یک الگوریتم جدید برای شبیه‌سازی انتقال حرارت مزدوج در شرایط پایا با استفاده از روش شبکه بولتزمن، بر اساس رویکرد انرژی حرارتی ارائه کردند. در روش آن‌ها، مرزهای فیزیکی با گره‌های محاسباتی سازگار هستند. علاوه بر این،

۲-۱- مدل سازی نانوسیال

نانوسیال مورد استفاده در این پژوهش، آب-آلومینا بوده و به صورت مدل سیال تک فاز، با فرض یکنواخت بودن پخش نانوذرات در سیال پایه و کروی بودن نانوذرات، فرمول بندی می شود.

برای محاسبه چگالی و ظرفیت گرمایی ویژه نانوسیال، از مدل مخلوط دوجزئی، که به طور متداول در شبیه سازی رفتار نانوسیال ها مورد استفاده قرار می گیرد، بهره گرفته می شود [۵۷].

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi_p)\rho_f + \varphi_p\rho_p \quad (1)$$

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \varphi_p)(\rho C_p)_f + \varphi_p(\rho C_p)_p \quad (2)$$

برای محاسبه لزجت نانوسیال از مدل ارائه شده توسط کورچیونه [۵۸] استفاده می شود که علاوه بر کسر حجمی نانوذرات، اثر قطر نانوذرات را هم در نظر می گیرد.

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = \frac{1}{1 - 34 \cdot 8 \left(\frac{d_p}{d_f}\right)^{-0.3} \varphi_p^{1.03}} \quad (3)$$

که در آن d_p قطر نانوذرات و d_f قطر معادل مولکول های سیال پایه بوده و از رابطه زیر به دست می آید:

$$d_f = 0.1 \left[\frac{6M}{N\pi\rho_{f_0}} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (4)$$

که در آن M جرم مولکولی سیال پایه $\left(\frac{\text{Kg}}{\text{Kmol}}\right)$ و N عدد آوگادرو $\left(\frac{\text{molcul}}{\text{mol}} \times 10^{23} \cdot 6/0.23\right)$ است. همچنین ρ_{f_0} جرم مخصوص سیال پایه در دمای 293 K است. لازم به ذکر است که عدد رینولدز از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\text{Re} = \frac{u_{in} H}{\nu_{nf}} \quad (5)$$

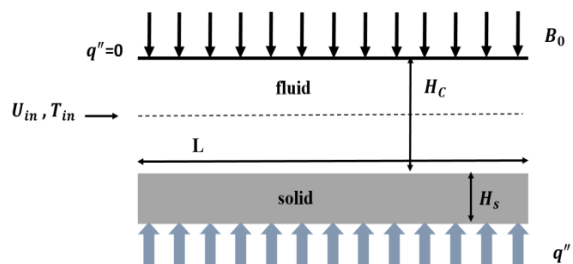
برای محاسبه ضریب هدایت حرارتی از معادله ای که توسط چون و همکاران [۵۹] پیشنهاد شده و اثر حرکت براونی و قطر نانوذرات را بر ضریب هدایت حرارتی در نظر می گیرد، استفاده می شود.

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + 0.64\varphi_p^{0.746} \left(\frac{d_f}{d_p}\right)^{0.369} \times \left(\frac{k_p}{k_f}\right)^{0.7476} \times \text{Pr}_f^{0.9955} \text{Re}_s^{1.2321} \quad (6)$$

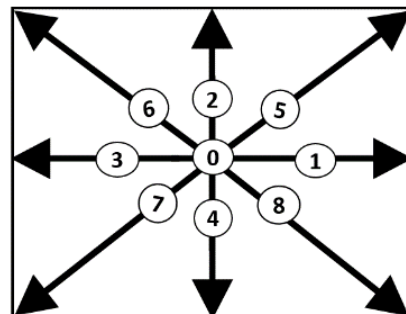
داشت. همچنین در کار حاضر اثر قطر نانوذره در مدل ارائه شده برای محاسبه لزجت لحاظ می گردد و نیز بررسی عدد ناسلت و تنش برشی میانگین در دیواره، در قطرهای ۱۰ تا 50 nm از نانوذره، مد نظر قرار داده شده است.

۲- روش حل و هندسه مورد مطالعه

در کار حاضر، اثر تلفات لزجت بر جریان و انتقال حرارت مزدوج نانوسیال آب-آلومینا (Al_2O_3) در یک میکروکانال با صفحات موازی و تحت تأثیر میدان مغناطیسی یکنواخت در شرایط عدم لغزش بررسی می شود. نانوسیال نیوتنی و تراکم ناپذیر فرض شده است و مطالعه در جریان آرام و پایا صورت می پذیرد. هندسه مسئله و شرایط مرزی در شکل ۱ نشان داده شده اند. دیوار پایینی میکروکانال تحت شارحرارتی ثابت $250 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2}$ قرار دارد و دیوار بالایی عایق است و تحت میدان مغناطیسی B_0 قرار دارد. در ورودی میکروکانال نانوسیال مورد نظر با سرعت یکنواخت U_{in} و دمای $298/15 \text{ K}$ (T_{in}) وارد شده و پس از تبادل حرارت با میکروکانال در حالت توسعه یافتگی هیدرودینامیکی میکروکانال را ترک می کند. ارتفاع ناحیه سیال (H_c)، طول کانال (L) و ضخامت دیواره جامد (H_s) به ترتیب برابر با $20 \mu\text{m}$ ، $600 \mu\text{m}$ و $6/66 \mu\text{m}$ می باشند.



شکل (۱): هندسه مورد بررسی در تحقیق حاضر



شکل (۲): نمایش مدل و $D_2 Q$ استفاده شده در کار حاضر

$$Ha^2 = \frac{B_0^2 \sigma_{nf}}{\nu_{nf}} H_c^2 \quad (14)$$

در رابطه بالا σ_{nf} هدایت الکتریکی نانوسیال و Ha عدد هارتمن و B_0 شدت میدان الکتریکی است.

همچنین تابع توزیع تعادلی برای جرم مخصوص برابر است با [۶۳]:

$$f_k^{eq} = w_k \left[\rho + \rho_0 \left(\frac{C_k \cdot \vec{V}}{C_s^2} + \frac{1}{2\gamma} \left(\frac{C_k \cdot \vec{V}}{C_s^2} \right)^2 \times \frac{\vec{V} \cdot \vec{V}}{2\gamma C_s^2} \right) \right] \quad (15)$$

ضرایب وزنی w_k هم به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$w_k = \begin{cases} \frac{1}{4} & k = 0 \\ \frac{1}{9} & k = 1 - 4 \\ \frac{1}{36} & k = 5 - 8 \end{cases} \quad (16)$$

شکل کلی معادله بولتزمن برای تابع توزیع دما با حضور عبارت چشمه به صورت زیر است [۶۴]:

$$\frac{g_k(r + \Delta r, t + \Delta t) - g_k(r, t)}{\Delta t} = -\frac{1}{\tau_g} \times [g_k(r, t) - g_k^{eq}(r, t)] + S_k \quad (17)$$

$$S_k = w_k \left[1 + \frac{(C_k \cdot \vec{V})}{C_s^2} \left(\frac{\tau_{g-0.5\Delta t}}{\tau_g} \right) \right] S \quad (18)$$

که در رابطه بالا S_k عبارت چشمه در طول شبکه و S ترم ناشی از اثر اتلاف لزج است.

$$S = VD \quad (19)$$

$$VD = \frac{\mu_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}} \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right\} \quad (20)$$

در عبارت بالا VD نشان‌دهنده اتلاف لزج است و در [۵۲] به شکل فرمول بالا تعریف شده است.

رابطه ضریب نفوذ حرارتی با زمان آسایش و تابع توزیع تعادلی دما [۶۴] به ترتیب برابرند با:

$$\alpha = C_s^2 \left(\frac{\tau_g}{\Delta t} - 0.5 \right) \Delta t \quad (21)$$

$$g_k^{eq} = T w_k \left[1 + \left(\frac{C_k \cdot \vec{V}}{C_s^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{C_k \cdot \vec{V}}{C_s^2} \right)^2 - \frac{\vec{V} \cdot \vec{V}}{2C_s^2} \right) \right] \quad (22)$$

که در آن Pr_f عدد پرانتل سیال پایه بوده و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Pr_f = \frac{c_{pf} \mu_f}{k_f} \quad (7)$$

همچنین عدد رینولدز ویژه بوده که طبق رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$Re_s = \frac{r_f K_B T}{3 p m_f^2 \lambda_f} \quad (8)$$

۲-۲- روش شبکه بولتزمن

در این مقاله برای حل عددی میدان سرعت، از روش شبکه بولتزمن از پیش تنظیم‌پذیر بر اساس روش شبکه تراکم‌ناپذیر (Incompressible Preconditioned LBM)، برای میدان دما، از شبکه بولتزمن استاندارد استفاده شده است. در روش شبکه بولتزمن، از توابع توزیع برای نمایش حرکت و برخورد ذرات استفاده می‌شود. توابع توزیع می‌توانند برای هر کمیت اسکالر مانند دما و توزیع اجزاء به کار برده شوند بنابراین شکل کلی معادله بولتزمن برای تابع توزیع جرم مخصوص، به صورت زیر است [۶۰]:

$$f_k(r + \Delta r, t + \Delta t) - f_k(r, t) = -\frac{\Delta t}{\tau_f} \times [f_k(r, t) - f_k^{eq}(r, t)] + \Delta t F_k \quad (9)$$

U و C_s که به ترتیب لزجت سینماتیکی و زمان آسایش تابع توزیع جرم مخصوص هستند و به صورت زیر محاسبه می‌شوند [۶۱]:

$$v = \gamma C_s^2 \left(\frac{\tau_f}{\Delta t} - 0.5 \right) \Delta t \quad (10)$$

$$C_s = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}}, \quad \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} \quad (11)$$

عبارت چشمه در روش شبکه بولتزمن به صورت زیر است [۵۵]:

$$F_k = \frac{1}{\gamma^2} w_k \left(1 - \frac{\Delta t}{2\tau_f} \right) \left[\frac{C_k \cdot \vec{V}}{C_s^2} \left(\frac{C_k \cdot \vec{V}}{C_s^2} \right) C_k \right] \cdot \rho_0 \vec{a} \quad (12)$$

در این روابط γ پارامتر تنظیم‌پذیر است و برای افزایش سرعت همگرایی $0 < \gamma < 1$ است.

همچنین \vec{a} شتاب ناشی از میدان مغناطیسی است [۶۲]:

$$\vec{a} = ax\vec{i} + ay\vec{j} = -\frac{B_0^2 \sigma_{nf}}{\rho} \vec{i} + 0\vec{j}$$

$$f_5 = \frac{(\rho_w + \rho_0 u_0) - (f_0 + f_2 + f_4)}{2} - \frac{0.5 \rho_0 a_x u_0}{2} - (f_1 + f_8) \quad (29)$$

$$f_6 = \frac{(\rho_w - \rho_0 u_0) - (f_0 + f_2 + f_4)}{2} - \frac{0.5 \rho_0 a_x u_0}{2} - (f_3 + f_7)$$

شرط مرزی در خط مرکزی کانال:

با توجه به تقارن هیدرودینامیکی و هندسی در خط مرکزی کانال، شرط مرزی تقارن به کار می‌رود (نصف دامنه حل می‌شود و بعد از حل میدان سرعت برای اینکه تقارن گرمایی وجود ندارد، دامنه حل شده میدان سرعت در قسمت پایین خط تقارن به قسمت بالا کپی می‌شود) [۲۵]:

$$\begin{cases} f_4 = f_2 \\ f_7 = f_6 \\ f_8 = f_5 \end{cases} \quad (30)$$

۲-۲-۲-۲- شرایط مرزی گرمایی

شرط مرزی ورودی:

با توجه به اینکه دما در ورودی مشخص است مشابه آنچه در شرط مرزی ورودی سرعت بیان گردید توابع توزیع مجهول گرمایی محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned} g_1 &= \frac{w_1}{w_1 + w_5 + w_8} [T_{in} - (g_0 + g_2 + g_3 + g_4 + g_6 + g_7)] \\ g_5 &= \frac{w_5}{w_1 + w_5 + w_8} [T_{in} - (g_0 + g_2 + g_3 + g_4 + g_6 + g_7)] \\ g_8 &= \frac{w_8}{w_1 + w_5 + w_8} [T_{in} - (g_0 + g_2 + g_3 + g_4 + g_6 + g_7)] \end{aligned} \quad (31)$$

شرط مرزی خروجی:

برونمایی توابع توزیع مانند خروجی میدان سرعت است.

دیوار بالایی میکروکانال:

شرط مرزی عایق [۲۵]:

$$\begin{cases} g_{4,0} = g_{4,1} \\ g_{7,0} = g_{7,1} \\ g_{8,0} = g_{8,1} \end{cases} \quad (32)$$

دیوار پایین میکروکانال:

با استفاده از [۶۶] شرط مرزی شار حرارتی ثابت به صورت

زیر به کار می‌رود:

$$-k_{nf} \frac{\partial T}{\partial y} = q'' \quad (33)$$

با بی‌بعدسازی این معادله بر حسب پارامترهای بی‌بعد:

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y^*} |_{Y^*=0} = \frac{k_f}{k_{nf}} \quad (34)$$

همچنین ارتباط بین کمیت‌های ماکروسکوپی جرم مخصوص، سرعت و دما [۶۰ و ۶۳] با توابع توزیع به صورت زیر است:

$$\begin{cases} \rho = \sum_{k=0}^8 f_k \\ \rho_0 \vec{V} = \sum_{k=0}^8 C_k \cdot f_k + \frac{\Delta t}{2} \rho_0 \vec{a} \\ T = \sum_{k=0}^8 g_k \end{cases} \quad (23)$$

۲-۲-۱- شرایط مرزی سرعت

شرط مرزی ورودی:

با توجه به توضیحات [۲] و اینکه سرعت در ورودی معین است توابع توزیع مجهول و جرم مخصوص در ورودی، به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{w_1}{(w_1 + w_5 + w_8)} [\rho_{in} - (f_0 + f_2 + f_3 + f_4 + f_6 + f_7)] \\ f_5 &= \frac{w_5}{(w_1 + w_5 + w_8)} [\rho_{in} - (f_0 + f_2 + f_3 + f_4 + f_6 + f_7)] \\ f_8 &= \frac{w_8}{(w_1 + w_5 + w_8)} [\rho_{in} - (f_0 + f_2 + f_3 + f_4 + f_6 + f_7)] \end{aligned} \quad (24)$$

$$\rho_{in} = U_{in} \rho_0 + f_0 + f_2 + f_4 + 2(f_3 + f_6 + f_7) - \frac{\Delta t}{2} \rho_0 a_x U_{in} \quad (25)$$

شرط مرزی خروجی:

برای محاسبه توابع توزیع مجهول در خروجی از برونمایی

توابع توزیع [۲۵] استفاده می‌شود:

$$\begin{cases} f_{3,m} = 2f_{3,m-1} - f_{3,m-2} \\ f_{6,m} = 2f_{6,m-1} - f_{6,m-2} \\ f_{7,m} = 2f_{7,m-1} - f_{7,m-2} \end{cases} \quad (26)$$

در سطح مشترک جامد-سیال از شرط مرزی عدم لغزش سرعت استفاده شده است.

$$u|_{Y^*=0} = 0 \quad (27)$$

که در آن Y^* محور عمودی بی‌بعد است.

حال با استفاده از رابطه معرفی شده در [۶۵] جرم مخصوص و توابع توزیع مجهول در این مرز به دست می‌آید:

$$\rho_w = f_0 + f_1 + f_3 + 2(f_4 + f_7 + f_8) \quad (28)$$

$$f_2 = f_4$$

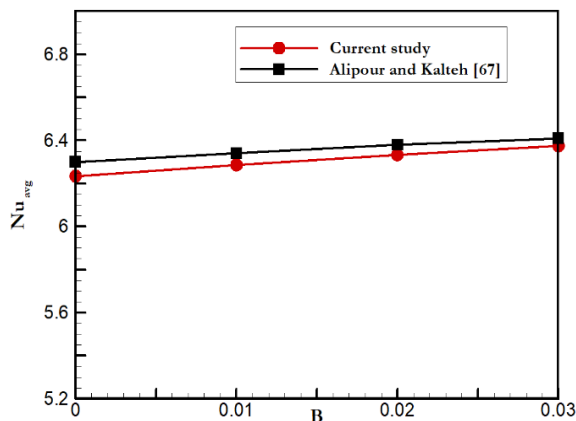
شبکه‌های مختلف نشان داده شده است. طبق جدول ۱، برای شبکه‌های 91×2100 و 104×2400 تغییری در عدد ناسلت دیده نشده است به همین دلیل شبکه 91×2100 انتخاب شده است.

جدول (۱): استقلال از شبکه

تعداد شبکه	عدد ناسلت میانگین
52×1200	۴/۶۷
65×1500	۴/۶۸
78×1800	۴/۶۷
91×2100	۴/۶۵
104×2400	۴/۶۵

۳-۲- صحت‌سنجی نتایج

شکل ۳ عدد ناسلت میانگین کار حاضر را با عدد ناسلت میانگین کار انجام‌شده در [۶۷] در عدد رینولدز ۱۰، ضرایب لغزش ۰ تا ۰/۰۳ و در کسر حجمی ۰/۰۲ مقایسه می‌کند. هندسه مسئله [۶۷] میکروکانالی است که دیوار بالای آن عایق است و شار حرارتی ثابت به دیوار پایین آن اعمال شده و دیوار جامد آن از جنس سیلیکون می‌باشد. طبق شکل ۳، بیشترین اختلاف بین عدد ناسلت میانگین دو پژوهش انجام شده، ۱/۱٪ است.



شکل (۳): مقایسه بین عدد ناسلت میانگین در حالت انتقال حرارت مزدوج و کسر حجمی ۰/۰۲، در ضرایب لغزش ۰ تا ۰/۰۳ و عدد رینولدز ۱۰ با کار انجام شده در مرجع [۶۷]

با گسسته‌سازی این معادله:

$$\theta_0 = \theta_1 + \Delta Y^* \frac{k_f}{k_{nf}} \quad (35)$$

که در آن θ_0 دمای بی‌بعد نانوسیال روی دیواره و θ_1 دمای بی‌بعد در گره اول بعد از دیواره است. مشابه آنچه در ورودی انجام شد:

$$g_2 = \frac{w_2}{(w_2 + w_5 + w_6)} [T_{nf} - (g_0 + g_1 + g_3 + g_4 + g_7 + g_8)] \times [1 - 1.5u_n^2]$$

$$g_5 = \frac{w_5}{(w_2 + w_5 + w_6)} [T_{nf} - (g_0 + g_1 + g_3 + g_4 + g_7 + g_8)] \times [1 - 1.5u_n^2] \quad (36)$$

$$g_6 = \frac{w_6}{(w_2 + w_5 + w_6)} [T_{nf} - (g_0 + g_1 + g_3 + g_4 + g_7 + g_8)] \times [1 - 1.5u_n^2]$$

تعریف برخی از پارامترهای دیگر:

$$X^* = \frac{x}{H} \quad Y^* = \frac{y}{H} \quad u^* = \frac{u}{u_{in}} \quad v^* = \frac{v}{u_{in}}$$

$$\theta = \frac{T - T_{in}}{\frac{q''H}{k_f}} \quad \bar{T}_w = \frac{\int_0^L \mu_{nf} \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} dx}{L}$$

$$\bar{C}_f = \frac{2\bar{T}_w}{\rho u_{in}^2} \quad Br_q = \frac{\mu_{nf} U_{in}^2}{q'' H_c} \quad \bar{Nu} = \frac{\int_0^L Nu dx}{L}$$

$$Nu = \frac{-k_{nf} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=H_c}}{T_w - T_{in}} \frac{H_c}{K_f} \quad (37)$$

۳-۲- بررسی استقلال از شبکه و صحت‌سنجی نتایج

برای شبیه‌سازی مسأله حاضر به روش شبکه بولترمن، یک کد کامپیوتری به زبان فرترن نوشته شده است. بنابراین نیاز است استقلال از شبکه و درستی کد نوشته شده نشان داده شود و سپس در مورد نتایج بحث صورت گیرد.

۳-۱- استقلال از شبکه

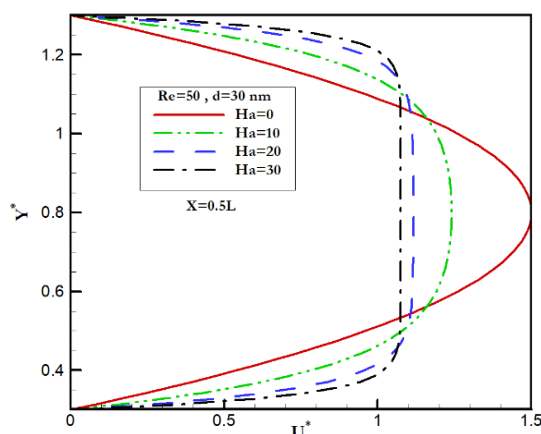
برای نشان دادن استقلال از شبکه، در جدول ۱ عدد ناسلت متوسط در طول دیواره پایین میکروکانال در عدد هارتمن ۳۰، عدد رینولدز ۱۰۰ و لحاظ کردن تلفات لزجت در تعداد

۴- نتایج و بحث

در این شکل برای دیوار جامد سه جنس مختلف استیل، مس و سیلیکون در نظر گرفته شده است. همان‌طور که از شکل ۴ مشخص است اختلاف عدد ناسلت میانگین در حالت در نظر گرفتن ضخامت دیوار جامد با حالت در نظر نگرفتن آن، ۶/۹٪ است که با توجه به این اختلاف محسوس، ضخامت ناحیه جامد در حل مسئله مورد نظر در نظر گرفته شده است.

در شکل ۵ سرعت عرضی بدون بعد در وسط کانال نشان داده شده است. این شکل به خوبی اثر میدان مغناطیسی روی دیواره را در افزایش مقدار سرعت در نواحی نزدیک به دیواره نشان می‌دهد. همچنین طبق شکل ۵، در اعداد هارتمن بالاتر، به علت قوی‌تر شدن نیروی ناشی از میدان مغناطیسی که در خلاف جهت حرکت جریان سیال است (و مانند یک سد در برابر حرکت سیال عمل می‌کند)، پروفیل سرعت مسطح‌تر می‌باشد. همچنین در همه هارتمن‌ها، مقدار بیشینه پروفیل سرعت به علت ثابت ماندن سرعت متوسط، کاهش یافته و این کاهش در عدد هارتمن بیشتر، مشهودتر است.

برای بررسی بیشتر، در شکل ۶ رفتار تنش برشی محلی در طول کانال در اعداد رینولدز ۵۰ و ۱۰۰ برای دو عدد هارتمن ۰ و ۳۰ نشان داده شده است.



شکل (۵): نمودار سرعت عرضی بدون بعد در وسط کانال

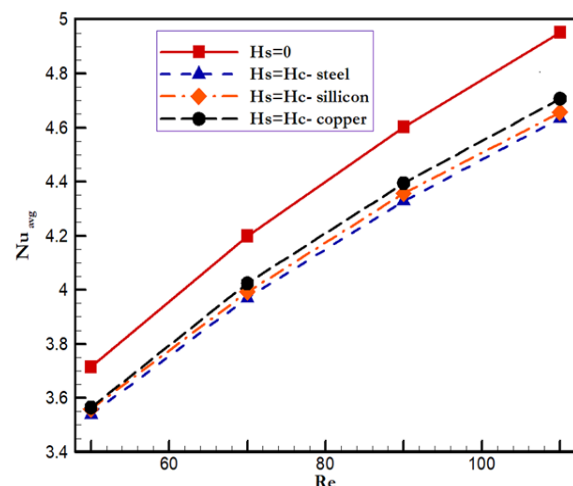
طبق شکل ۶ در همه حالت‌ها در ورودی میکروکانال، تنش برشی بیشترین مقدار را دارد و سپس در ناحیه در حال

نتایج در کسر حجمی ۲٪ و قطر نانوذرات ۱۰-۵۰ برای نانوسیال Al_2O_3 -Water در بار گرمایی $250 \frac{kW}{m^2}$ ، در اعداد هارتمن ۰ تا ۳۰ و اعداد رینولدز ۵۰، ۷۵ و ۱۰۰ بررسی شده است. خواص آب و نانوذره در جدول ۲ موجود است. در این پژوهش برای در نظر گرفتن اثر اتلاف لزج از عدد برینکمن اصلاح شده استفاده شده است. مقدار عدد برینکمن در رینولدز ۱۰۰ و ۵۰ و قطر ۱۰ nm به ترتیب برابر با ۰/۳۱ و ۰/۰۸ و در قطر ۵۰ nm نیز به ترتیب ۰/۲۴ و ۰/۰۵ است. همچنین جنس دیوار جامد از سیلیکون با ضریب هدایت حرارتی $148 \frac{W}{m \cdot K}$ [۶] می‌باشد.

جدول (۲): خواص آب [۶۸] و نانوذره آلومینا [۱]

	ρ ($\frac{kg}{m^3}$)	C_p ($\frac{j}{kg \cdot k}$)	K ($\frac{W}{m \cdot k}$)	μ ($Pa \cdot s$)
Water (نیوتنی)	۹۹۶/۲۶	۴۱۷۹	۰/۶۰۵۵	۰/۰۰۰۸۵۳۸
Al_2O_3	۳۹۷۰	۷۷۹	۴۰	-

به‌منظور بررسی تأثیر ضخامت دیواره جامد بر انتقال حرارت در میکروکانال‌ها، عدد ناسلت میانگین در شرایط در نظر گرفتن ضخامت ناحیه جامد و شرایط صرف نظر کردن از آن، در شکل ۴ با هم مقایسه شده‌اند.

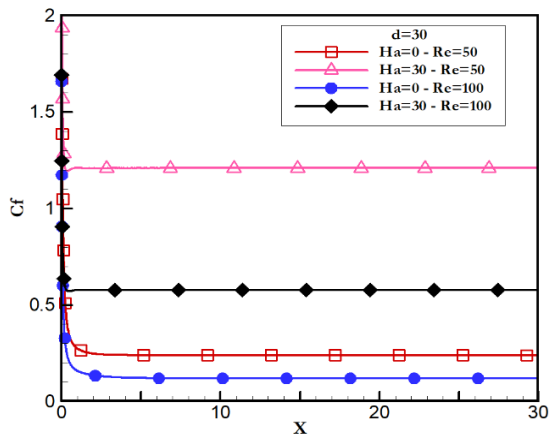


شکل (۴): مقایسه عدد ناسلت میانگین در شرایط در نظر گرفتن ضخامت دیوار جامد و شرایط در نظر نگرفتن آن

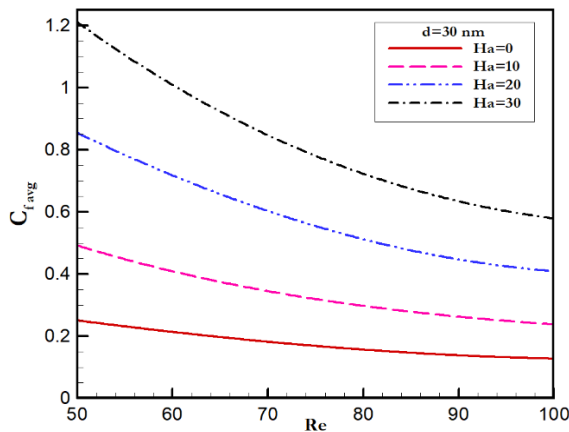
دانست. به‌طور کلی می‌توان نتیجه گرفت افزایش عدد رینولدز تأثیر قابل ملاحظه‌ای روی میزان تنش برشی اعمال شده بر دیواره میکروکانال‌ها دارد.

رفتار تنش برشی محلی، روی ضریب اصطکاک محلی و متوسط تأثیر دارد که در شکل‌های ۷ و ۸ ارائه شده است.

طبق شکل‌های ۷ و ۸، به‌طور کلی افزایش عدد هارتمن منجر به افزایش ضریب اصطکاک می‌شود و افزایش عدد رینولدز باعث کاهش ضریب اصطکاک شده است. از طرفی همان‌طور که از شکل ۷ مشهود است میزان افت ضریب اصطکاک با افزایش عدد رینولدز (در هارتمن ثابت) به مرور افزایش می‌یابد. این مسئله نشان می‌دهد که افزایش عدد رینولدز روی مشخصه هیدرودینامیکی میکروکانال مؤثر است.

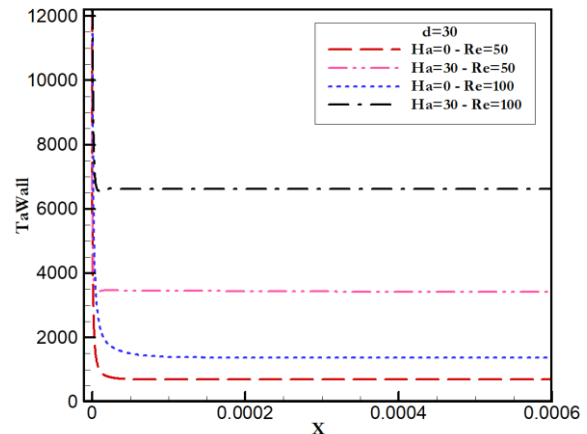


شکل (۷): نمودار ضریب اصطکاک محلی روی دیواره میکروکانال در $d = 30 \text{ nm}$



شکل (۸): نمودار ضریب اصطکاک متوسط روی دیواره میکروکانال در $d = 30 \text{ nm}$

توسعه هیدرودینامیکی، تنش برشی محلی رفتاری کاهشی با طول میکروکانال را نشان می‌دهد تا جایی که با رسیدن به ناحیه توسعه‌یافته، تنش برشی به یک مقدار مشخص ثابت می‌رسد. دلیل این امر، ثابت شدن گرادیان سرعت در این ناحیه است.

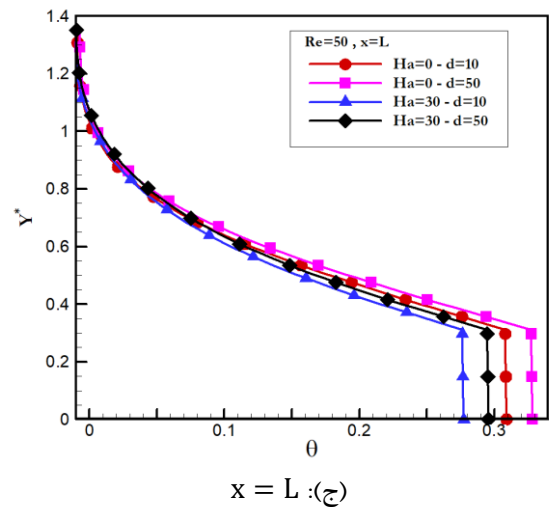
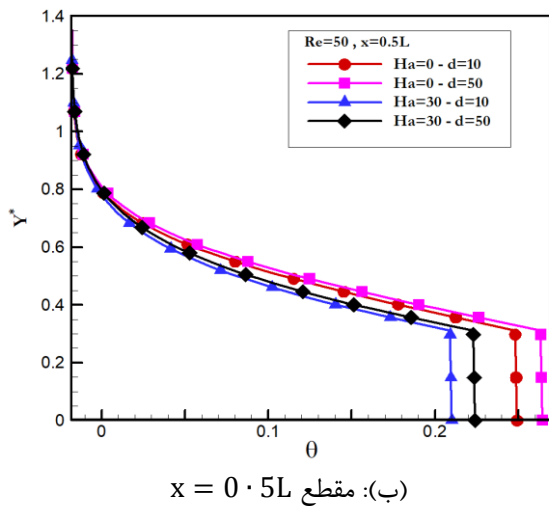
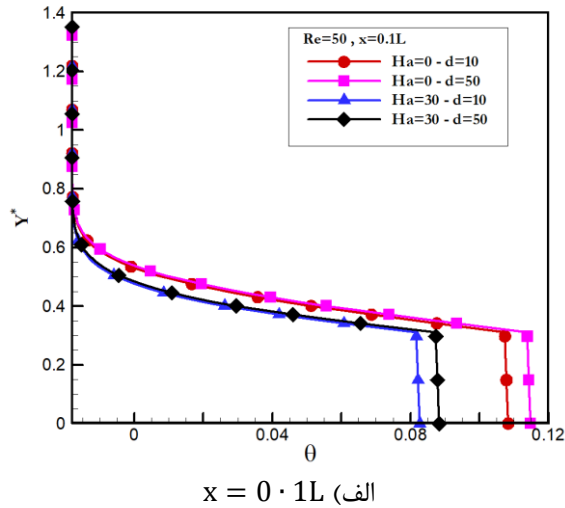


شکل (۶): نمودار تنش برشی محلی روی دیواره میکروکانال در $d = 30 \text{ nm}$

نکته دیگر در خصوص تنش برشی که می‌توان به آن اشاره نمود، افزایش قابل توجه میزان تنش برشی محلی با اعمال میدان مغناطیسی ($Ha=30$) می‌باشد. افزایش تنش برشی محلی با اعمال میدان مغناطیسی نشان دهنده به وجود آمدن یک به هم ریختگی در لایه مرزی هیدرودینامیکی است. در واقع با اعمال میدان مغناطیسی که منجر به ایجاد یک نیرو در جهت مخالف جریان می‌شود، پروفیل سرعت صاف‌تر شده و در نتیجه میزان تنش برشی افزایش می‌یابد. در همه هارتمن‌ها تنش برشی رفتاری قابل پیش‌بینی و کاهشی دارد. بدین شکل که از مقدار 12000 شروع شده و به مقدار نهایی ثابتی می‌رسد. همان‌طور که از شکل ۶ مشهود است در رینولدز 100 مقدار نهایی تنش برشی در انتهای کانال برای هارتمن‌های 0 و 30 به ترتیب برابر با 1483 و 6600 بوده و برای رینولدز 50 برابر با 796 و 3464 می‌باشد.

همچنین همان‌طور که از شکل ۶ مشخص است، افزایش عدد رینولدز از 50 به 100 منجر به افزایش تنش برشی محلی می‌شود. علت این مسئله را می‌توان نسبت مستقیم تنش برشی با گرادیان سرعت در دیواره میکروکانال

در شکل ۱۰ منحنی دمای بی‌بعد در مقاطع ۰/۱، ۰/۵ و ۱ از طول میکروکانال، در اعداد هارتمن ۰ و ۳۰ و در قطرهای ۱۰ و ۵۰ نشان داده شده است.

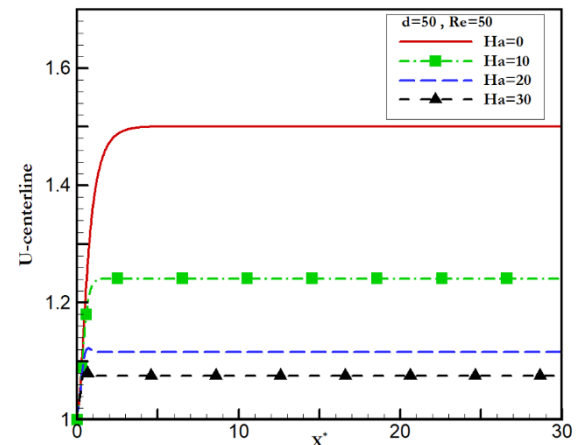


شکل (۱۰): نمودار دمای بی‌بعد در مقاطع‌های مختلف

با توجه به این که ضریب اصطکاک بر اساس سرعت مسئله محاسبه می‌شود، افزایش قطر نانوذره با وجود این که روی تنش برشی مؤثر است، روی ضریب اصطکاک اثری نخواهد گذاشت.

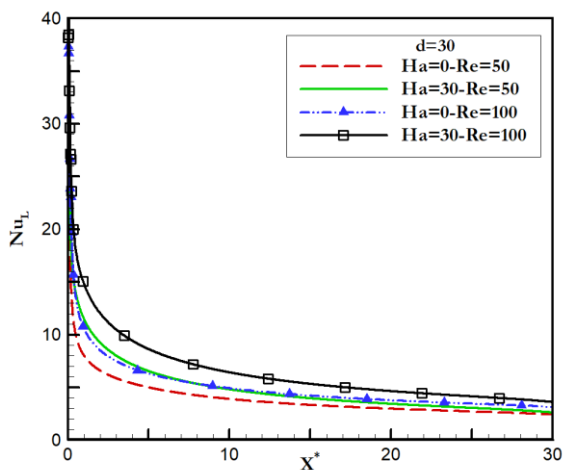
در شکل ۹، سرعت جریان در خط مرکزی میکروکانال در اعداد هارتمن مختلف نشان داده شده است.

اثر لزجت منجر به افزایش سرعت در خط مرکزی و کاهش سرعت در نواحی نزدیک دیواره میکروکانال می‌شود. بدین ترتیب برای هارتمن صفر، نمودار سرعت در خط مرکزی از مقدار بی‌بعد یک در طول کانال افزایش پیدا کرده و به یک مقدار ثابت می‌رسد. این مقدار ثابت برای عدد هارتمن صفر برابر با ۱/۵ است. با توجه به شکل ۹، وجود میدان مغناطیسی در واقع یک عامل دیگر در محدود کردن سرعت در میکروکانال می‌باشد. بدین ترتیب پروفیل سرعت در خط میانی، بعد از رسیدن به یک مقدار ماکزیمم، ثابت می‌شود. هر چه مقدار عدد هارتمن بیشتر باشد شدت این نیرو بیشتر بوده و در نتیجه پروفیل سرعت روی خط مرکزی در فاصله کمتری نسبت به ابتدای کانال شروع به کاهش کرده و به مقدار کمتری نیز می‌رسد. همچنین باید ذکر شود که با افزایش عدد هارتمن، اثر نیروی لورنتز روی این رفتار هیدرودینامیکی به مرور کاهش می‌یابد به طوری که فاصله نمودارهای مربوط به هارتمن ۲۰ و ۳۰ نسبت به فاصله این دو نمودار برای هارتمن‌های ۰ و ۱۰ به شکل قابل توجهی کمتر است.



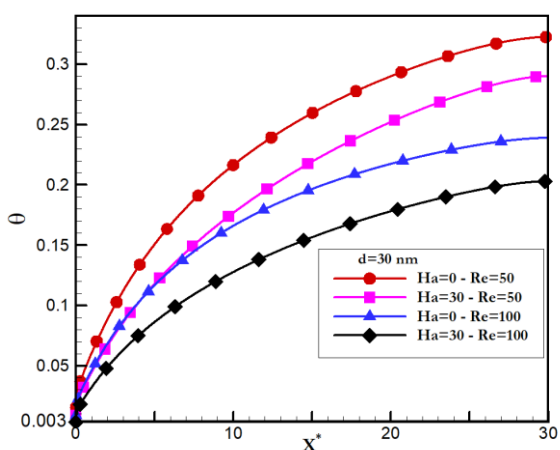
شکل (۹): نمودار سرعت جریان در خط مرکزی میکروکانال

با توجه به شکل ۱۲، در همه حالت‌ها به علت رشد لایه مرزی گرمایی تا رسیدن به ناحیه توسعه‌یافته گرمایی، عدد ناسلت یک روند نزولی دارد. همچنین با افزایش عدد هارتمن که سبب کاهش اختلاف دما بین دیواره و دمای میانگین سیال می‌شود، عدد ناسلت محلی افزایش پیدا می‌کند.



شکل (۱۲): نمودار عدد ناسلت محلی در $d = 30 \text{ nm}$

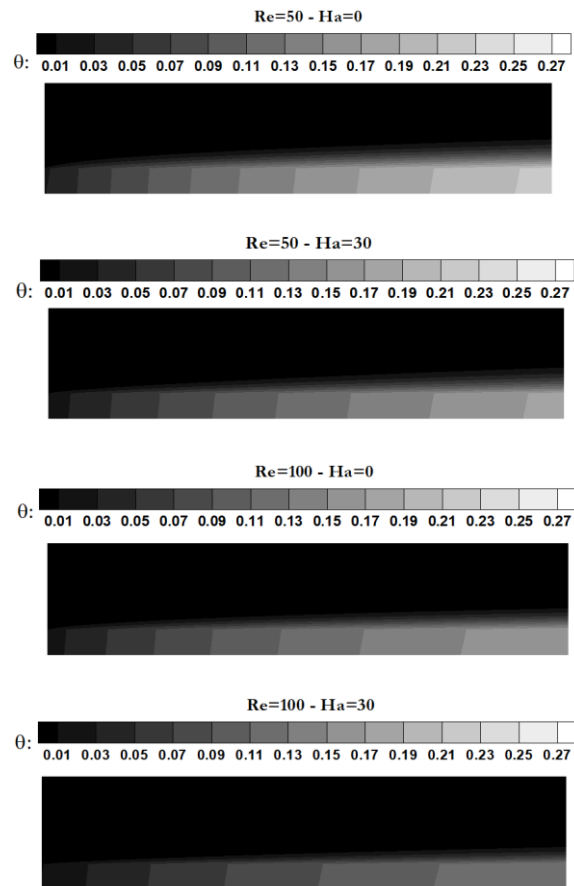
شکل ۱۳ دمای سطح مشترک فیزیکی سیال-جامد را نشان می‌دهد.



شکل (۱۳): نمودار دمای بی‌بعد سطح مشترک سیال-جامد در $d = 30 \text{ nm}$

همان‌طور که از شکل ۱۳ مشخص است در همه حالت‌ها با افزایش عدد هارتمن، دمای سطح تماس ناحیه سیال-جامد

شکل ۱۱ توزیع دما بدون بعد را در فاصله $200 \mu\text{m}$ از ورودی میکروکانال نشان می‌دهد.



شکل (۱۱): توزیع دمای بی‌بعد در مقطع $X = \frac{1}{3}L$

طبق شکل ۱۱ با افزایش عدد رینولدز به دلیل افزایش سرعت سیال، سیال فرصت کافی برای جذب حرارت را نداشته و به همین دلیل در عدد رینولدز بزرگتر میزان افزایش دما کمتر است.

در شکل ۱۲ نمودار تغییرات عدد ناسلت محلی در دو عدد هارتمن ۰ و ۳۰ نشان داده شده است. افزایش عدد هارتمن منجر به افزایش گرادیان سرعت و دما در نزدیکی دیواره شده و در نتیجه مقدار عدد ناسلت محلی افزایش می‌یابد. در واقع با افزایش میدان مغناطیسی یکنواخت، خطوط سرعت پهن‌تر شده و به دلیل ثابت بودن دبی در مقطع میکروکانال، سرعت در نزدیکی دیواره افزایش می‌یابد. با تحلیل این شکل می‌توان دریافت که استفاده از میدان مغناطیسی گزینه‌ای جدی برای افزایش انتقال حرارت در میکروکانال‌ها است.

می‌کند. در واقع علت این امر این است که، افزایش عدد هارتمن، باعث افزایش سرعت و افزایش گرادیان سرعت در نزدیکی دیواره شده و در نتیجه چشمه حرارتی ناشی از اتلاف لزج (که با گرادیان سرعت رابطه مستقیم دارد) نیز افزایش می‌یابد و مقدار دما در نزدیکی دیواره افزایش پیدا می‌کند و نرخ انتقال حرارت در نزدیک دیواره کاهش می‌یابد. همچنین عدد ناسلت میانگین در حالت در نظر نگرفتن اثرات اتلاف لزج، به دلیل کمتر بودن گرادیان سرعت در نزدیکی دیواره، بیشتر از حالت اعمال چشمه حرارتی ناشی از اتلاف لزج است به طوری که بیشترین مقدار عدد ناسلت، در این حالت، در رینولدز ۱۰۰ و هارتمن ۳۰ مشاهده می‌شود.

جدول ۴ اختلاف نسبی عدد ناسلت میانگین را بین حالت $Re = 50$ ، با عدد ناسلت متوسط در $Re = 100$ در شرایط در نظر نگرفتن اثر اتلاف لزج نشان می‌دهد.

همان‌طور که از جدول ۴ مشهود است با افزایش عدد هارتمن، اختلاف بین عدد ناسلت میانگین در رینولدز ۵۰ و رینولدز ۱۰۰، افزایش می‌یابد. به طوری که بیشترین اختلاف بین عدد ناسلت میانگین، در عدد هارتمن ۳۰ و قطر نانوذره 40 nm دیده می‌شود و مقدار آن $32/857\%$ است. در واقع در عدد رینولدزهای بالا به دلیل افزایش سرعت و قدرت جابه‌جایی سیال، تغییرات عدد هارتمن بر عدد ناسلت متوسط بیشتر می‌شود.

شکل‌های ۱۴ و ۱۵ عدد ناسلت متوسط را بر حسب عدد هارتمن در قطرهای نانوذره 10 nm و 50 nm در دو عدد رینولدز ۵۰ و ۱۰۰، در شرایط در نظر گرفتن اثر تلفات لزجت و صرف‌نظر کردن از آن نشان می‌دهند. در وهله اول مشخص است که با افزایش عدد هارتمن اثر اتلاف لزج افزایش می‌یابد. همچنین همان‌طور که در تمام حالت‌ها مشخص است، در نظر نگرفتن اثر اتلاف لزج به دلیل کاهش گرادیان سرعت، منجر به بیشتر شدن عدد ناسلت متوسط می‌گردد.

همچنین مشاهده می‌شود که در عدد رینولدز بزرگتر، اثر تلفات لزجت به‌طور محسوسی بیشتر شده است. به طوری که در رینولدز ۱۰۰، برای هر دو قطر در نظر گرفته شده برای نانوذره، استفاده از میدان مغناطیسی متناسب با هارتمن ۲۰ و ۳۰، نه تنها مفید نمی‌باشد بلکه افزایش عدد

کاهش می‌یابد. همچنین در یک عدد هارتمن ثابت، با افزایش عدد رینولدز، دمای سطح مشترک کاهش می‌یابد که مقدار این کاهش با حرکت به سمت نواحی توسعه‌یافته نسبت به ناحیه در حال توسعه بیشتر هم می‌شود.

جدول ۳ اختلاف نسبی عدد ناسلت میانگین در قطر نانوذره ۳۰، اعداد رینولدز ۵۰، ۷۵ و ۱۰۰ و اعداد هارتمن ۰ تا ۳۰ را برای دو حالت در نظر گرفتن اثر اتلاف لزج و در نظر نگرفتن اثر این چشمه، نشان می‌دهد.

همان‌طور که از جدول ۳ مشخص است با افزایش عدد رینولدز در هر دو حالت، به دلیل افزایش سرعت سیال، عدد ناسلت افزایش می‌یابد.

جدول (۳): اختلاف نسبی عدد ناسلت متوسط بین دو

حالت اعمال چشمه حرارتی ناشی از اتلاف لزج و

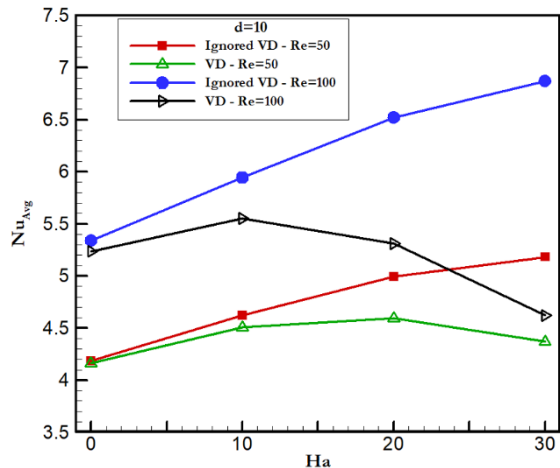
صرف‌نظر کردن از آن (%)

$$R = \left| \left(\frac{\overline{Nu}_{vd} - \overline{Nu}_{ignored\ vd}}{\overline{Nu}_{vd}} \right) \times 100 \right|$$

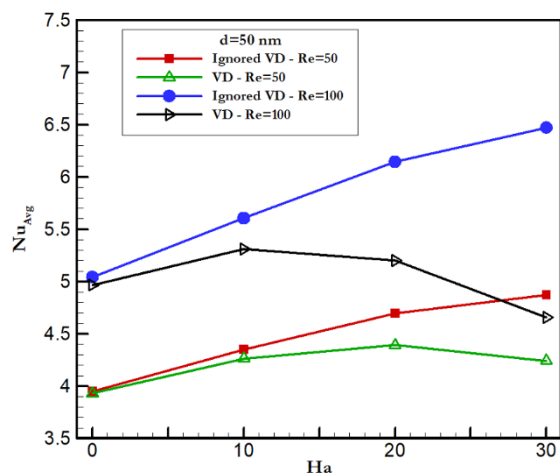
Re	Ha	\overline{Nu}_{vd}	$\overline{Nu}_{ignored\ vd}$	R(%)
۵۰	۰	۳/۹۹	۴	۰/۲۵
	۱۰	۴/۳۲	۴/۴۱	۲/۰۸
	۲۰	۴/۴۴	۴/۷۷	۷/۴۳
	۳۰	۴/۲۷	۴/۹۵	۱۵/۹۲
۷۵	۰	۴/۵۸	۴/۶۲	۰/۸۷
	۱۰	۴/۹۴	۵/۱۳	۳/۸۴
	۲۰	۴/۹۵	۵/۵۹	۱۲/۹۲
	۳۰	۴/۵۹	۵/۸۶	۲۷/۶۶
۱۰۰	۰	۵/۰۳	۵/۱۱	۱/۵۹
	۱۰	۵/۳۷	۵/۶۹	۵/۹۵
	۲۰	۵/۲۳	۶/۲۴	۱۹/۳۱
	۳۰	۴/۶۵	۶/۵۷	۴۱/۲۹

همچنین در حالت در نظر نگرفتن اثر چشمه حرارتی ناشی از اتلاف لزج با افزایش عدد هارتمن در همه حالت‌ها عدد ناسلت افزایش می‌یابد در حالی که با اعمال کردن چشمه حرارتی اتلاف لزج در رینولدزهای ۵۰ و ۷۵ فقط تا هارتمن ۲۰ و در رینولدز ۱۰۰ فقط تا هارتمن ۱۰ عدد ناسلت افزایش می‌یابد و بعد از آن عدد ناسلت روند نزولی پیدا

همچنین با مقایسه شکل‌ها در قطر ۱۰ با ۵۰ مشاهده می‌شود که بیشترین مقدار عدد ناسلت در رینولدز ۱۰۰، هارتمن ۳۰، قطر ۱۰ nm و در حالت صرف نظر کردن از تلفات لزج رخ داده است.



شکل (۱۴): نمودار عدد ناسلت متوسط در $d = 10 \text{ nm}$



شکل (۱۵): نمودار عدد ناسلت متوسط در $d = 50 \text{ nm}$

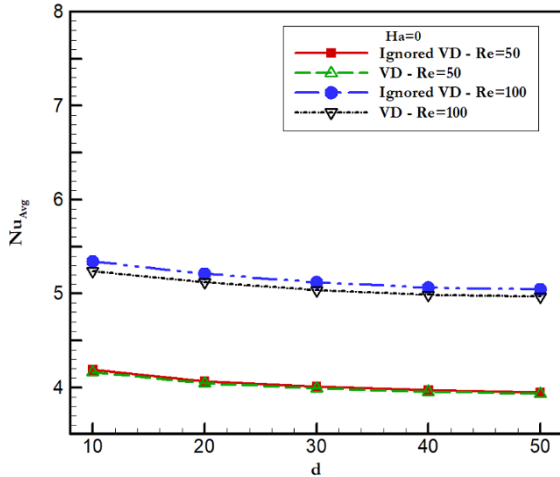
شکل‌های ۱۶ و ۱۷ نمودار عدد ناسلت متوسط با افزایش قطر نانوذره را در دو حالت اعمال اثر اتلاف لزج و در نظر نگرفتن اثر این چشمه حرارتی نشان می‌دهند. طبق شکل‌های ۱۶ و ۱۷، در همه حالت‌ها بجز یک حالت، با افزایش قطر نانوذرات، به علت کاهش سطح انتقال حرارت نانوذرات، عدد ناسلت کاهش می‌یابد و این کاهش، در قطرهای کوچکتر محسوس‌تر است. همچنین این تغییرات در رینولدزهای بالاتر بیشتر است. از طرفی همان‌طور که از شکل ۱۶ مشهود است، در هر قطر، با افزایش عدد رینولدز از

هارتمن از ۱۰ تا ۳۰ عدد ناسلت را کاهش می‌دهد. اما در رینولدز ۵۰، تا عدد هارتمن ۲۰ عدد ناسلت افزایش می‌یابد و بعد از آن روند نزولی دارد. زیرا افزایش عدد هارتمن از یک طرف منجر به تقویت ساز و کار انتقال حرارت جابه‌جایی می‌شود و از طرف دیگر باعث افزایش اثر اتلاف لزج می‌شود و این دو عامل در تقابل با یکدیگر هستند. بنابراین با توجه به این که کدام یک از این اثرات در اعداد هارتمن مختلف و در رینولدزهای مختلف غالب است، منجر به پدیده‌های ذکر شده می‌شود.

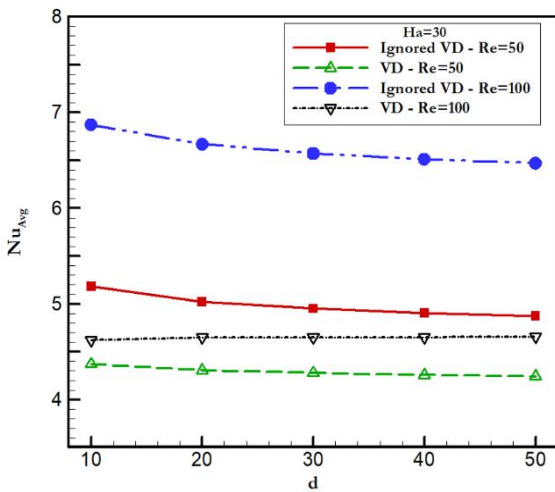
جدول (۴): اختلاف نسبی عدد ناسلت متوسط در $Re = 100$ با $Re = 50$ (%)

Ha	$d_p \text{ (nm)}$	اختلاف نسبی ناسلت متوسط در $Re = 50$ با $Re = 100$ % $\left \frac{\overline{Nu}_{50} - \overline{Nu}_{100}}{\overline{Nu}_{50}} \times 100 \right $
۰	۱۰	۲۷/۵
	۲۰	۲۸/۳۲
	۳۰	۲۷/۷۵
	۴۰	۲۷/۴۵
	۵۰	۲۷/۹۱
۱۰	۱۰	۲۸/۵۷
	۲۰	۳۰/۵۸
	۳۰	۳۰/۱۵
	۴۰	۳۰/۴۳
	۵۰	۲۷/۷۳
۲۰	۱۰	۳۰/۶۲
	۲۰	۳۰/۷۸
	۳۰	۳۰/۸۱
	۴۰	۳۰/۹۳
	۵۰	۳۰/۹۱
۳۰	۱۰	۳۲/۶۲
	۲۰	۳۲/۷۶
	۳۰	۳۲/۷۲
	۴۰	۳۲/۸۵۷
	۵۰	۳۲/۸۵۴

در شکل‌های ۱۸ و ۱۹ تغییرات عدد ناسلت متوسط بر حسب قطر نانوذره، روی دیواره میکروکانال برای اعداد هارتمن ۰ و ۳۰ نشان داده شده است.



شکل (۱۸): نمودار عدد ناسلت متوسط بر حسب قطر نانوذره در $Ha = 0$

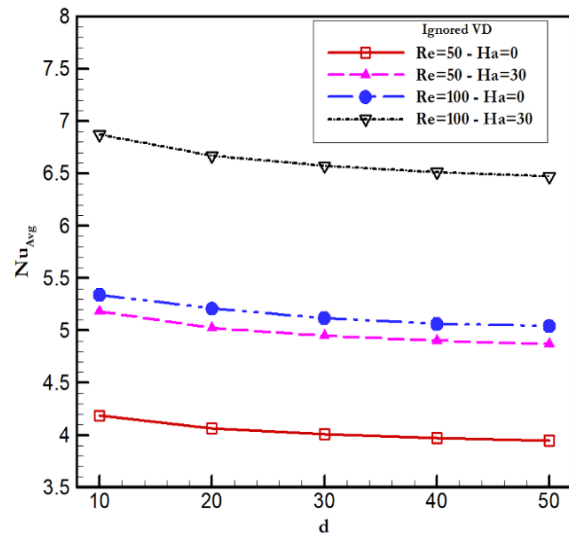


شکل (۱۹): نمودار عدد ناسلت متوسط بر حسب قطر نانوذره در $Ha = 30$

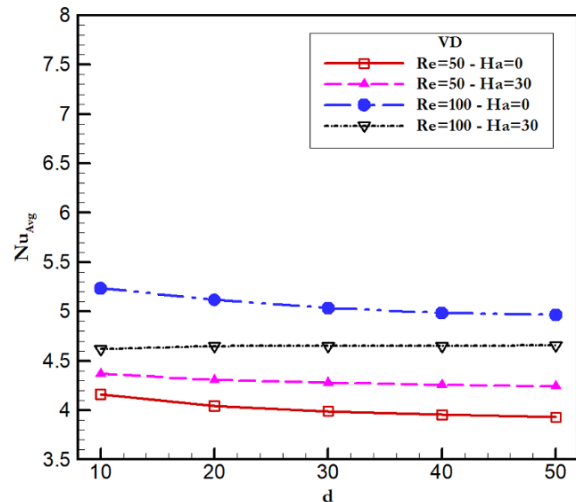
طبق شکل‌های ۱۸ و ۱۹، در عدد هارتمن ۳۰، به دلیل بیشتر بودن سرعت در نزدیکی دیواره میکروکانال نسبت به هارتمن صفر، عدد ناسلت میانگین بیشتر از عدد ناسلت میانگین در عدد هارتمن صفر می‌باشد. همچنین اختلاف عدد ناسلت میانگین، در دو حالت صرف نظر کردن از اثر اتلاف لزج و در نظر گرفتن آن، در هارتمن ۳۰ بیشتر از هارتمن صفر است. همچنین طبق این شکل‌ها در یک عدد رینولدز ثابت، با افزایش قطر نانوذرات اختلاف بین عدد

۵۰ به ۱۰۰، در همه هارتمن‌های مورد مطالعه، عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد و این افزایش در رینولدز ۱۰۰ بیشتر از رینولدز ۵۰ است.

طبق شکل ۱۶، در حالت در نظر نگرفتن اثر اتلاف لزج، عدد ناسلت مقدار بیشتری دارد، به طوری که بیشترین مقدار عدد ناسلت در هارتمن ۳۰ و رینولدز ۱۰۰ در این حالت، دیده می‌شود. نکته دیگری که می‌توان به آن اشاره نمود این است که افزایش عدد ناسلت با عدد هارتمن در حالت در نظر نگرفتن اثر اتلاف لزج محسوس‌تر از حالت اعمال چشمه حرارتی ناشی از اتلاف لزج است.



شکل (۱۶): نمودار عدد ناسلت متوسط بر حسب قطر نانوذره در حالت در نظر نگرفتن اثر اتلاف لزج



شکل (۱۷): نمودار عدد ناسلت متوسط بر حسب قطر نانوذره در حالت در نظر گرفتن اثر اتلاف لزج

عدد ناسلت در رینولدز ۱۰۰ و هارتمن ۳۰ مشاهده می‌شود.

- در شرایط در نظر نگرفتن چشمه حرارتی ناشی از اتلاف لزجت، با افزایش شدت میدان مغناطیسی، عدد ناسلت افزایش می‌یابد اما در شرایط اعمال چشمه حرارتی اتلاف لزجت، در رینولدز ۵۰ و ۷۵ فقط تا هارتمن ۲۰ و در رینولدز ۱۰۰، فقط تا هارتمن ۱۰، عدد ناسلت میانگین افزایش می‌یابد. همچنین افزایش عدد ناسلت میانگین با عدد هارتمن در حالت در نظر نگرفتن اثر اتلاف لزجت محسوس‌تر از حالتی است که این چشمه حرارتی اعمال شود.

- افزایش قطر نانوذره تاثیری بر پارامترهای جریان مثل سرعت بی‌بعد و ضریب اصطکاک ندارد.

۶- مراجع

1. Akbarinia, A., Abdolzadeh, M. and Laur, R. "Critical Investigation of Heat Transfer Enhancement using Nanofluids in Microchannels with Slip and Non-slip Flow Regimes", *Appl. Therm. Eng.*, Vol. 31, no. 4, pp. 556-565, 2011.
2. Wang, J., Wang, M. and Li, Z. "A Lattice Boltzmann Algorithm for Fluid-Solid Conjugate Heat Transfer", *Appl. Therm. Eng.*, Vol. 46, no. 3, pp. 228-234, 2007.
3. Toh, K.C., Chen, X.Y. and Chai, J.C. "Numerical Computation of Fluid Flow and Heat Transfer in Microchannels", *Int. J. Heat Mass TRAN*, Vol. 45, no. 26, pp. 5133-5141, 2002.
4. Ramiar, A. and Ranjbar, A.A. "The Effect of Viscous Dissipation and Variable Properties on Nanofluids Flow in Two Dimensional Microchannels", *Int. J. Engineering-Transactions A*, Vol. 24, no. 2, pp. 131-142, 2011.
5. Kandlikar, S. G., Garimella, S., Li, D., Colin, S. and King, M. R. "Heat Transfer and Fluid Flow in Minichannels and Microchannels", second ed, Elsevier, UK, 2014.
6. Tuckerman, D. B. and Pease, R. F. W. "High Performance Heat Sinking for VLSI", IEEE

ناسلت در شرایط در نظر گرفتن اثر چشمه اتلاف لزج و شرایط صرف نظر کردن از آن کاهش می‌یابد. به‌عنوان مثال در رینولدز ۱۰۰، هارتمن ۳۰ و قطر ۱۰ این اختلاف ۴۸٪ و در قطر ۵۰، ۳۹٪ می‌باشد. با افزایش قطر نانوذرات به دلیل کمتر شدن اثر حرکات تصادفی ذرات بر انتقال حرارت، شیب نمودار عدد ناسلت کاهش پیدا می‌کند.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، به بررسی اثر اتلاف لزج بر انتقال حرارت مزدوج نانوسیال آب-آلومینا، در کسر حجمی ثابت ۲٪ و قطر نانوذرات ۱۰-۵۰ nm در یک میکروکانال تحت تأثیر میدان مغناطیسی یکنواخت در شرط مرزی گرمایی شار حرارتی ثابت، با استفاده از روش شبکه بولتزمن تراکم‌ناپذیر پرداخته شد. مهم‌ترین نتایج به‌دست آمده از کار حاضر در زیر آورده شده است:

- در این پژوهش، در نظر نگرفتن اثر چشمه حرارتی ناشی از اتلاف لزج در عدد هارتمن ۳۰، به ترتیب در رینولدزهای ۵۰ و ۱۰۰، منجر به بیشینه خطای ۱۵/۶٪ و ۳۲/۷٪، در قطر نانوذره ۱۰، و ۱۲/۹٪ و ۲۸/۱٪ در قطر نانوذره ۵۰، در تخمین عدد ناسلت متوسط می‌شود.
- در رینولدز ۱۰۰، در صورت لحاظ کردن اثر اتلاف لزج، استفاده از میدان مغناطیسی متناسب با عدد هارتمن ۱۰، به ترتیب در قطرهای نانوذره ۱۰ و ۵۰ نانومتر، عدد ناسلت را به میزان ۵/۷۶٪ و ۶/۶٪ افزایش می‌دهد. اما در رینولدز ۵۰، استفاده از میدان مغناطیسی متناسب با عدد هارتمن ۱۰، به ترتیب در قطرهای نانوذره ۱۰ nm و ۵۰ nm، منجر به افزایش عدد ناسلت میانگین به میزان ۷/۵٪ و ۷/۸٪ می‌شود.
- عدد ناسلت میانگین در حالت در نظر نگرفتن اثر اتلاف لزج در همه حالت‌ها بیشتر از حالت اعمال ترم اتلاف لزج است. به طوری که بیشترین مقدار

- Water Nanofluid with Variable Properties”, *Curr. Nanosci.*, Vol. 13, no. 5, pp. 449-461, 2017.
16. Esfe, M.H., Abbasian Arani, A.A., Aghaie, A. and Wongwises, S. “Mixed Convection Flow and Heat Transfer in an Up-Driven, Inclined, Square Enclosure Subjected to DWCNT-Water Nanofluid Containing Three Circular Heat Sources”, *Curr. Nanosci.*, Vol. 13, no. 3, pp. 311-323, 2017.
 17. Salari, M., Malekshah, E.H. and Esfe, M.H. “Three Dimensional Simulation of Natural Convection and Entropy Generation in an Air and MWCNT/Water Nanofluid Filled Cuboid as Two Immiscible Fluids with Emphasis on the Nanofluid Height Ratio's Effects”, *J. Mol. Liq.*, Vol. 227, pp. 223-233, 2017.
 18. Esfe, M.H., Nadooshan, A.A., Arshi, A. and Alirezaie, A. “Convective Heat Transfer and Pressure Drop of Aqua Based TiO₂ Nanofluids at Different Diameters of Nanoparticles: Data Analysis and Modeling with Artificial Neural Network”, *Physica. E.*, Vol. 97, pp. 155-161, 2018.
 19. Kalteh, M., Abbassi, A., Saffar-Avval, M. and Harting, J. “Eulerian–Eulerian Two-Phase Numerical Simulation of Nanofluid Laminar Forced Convection in a Microchannel”, *Int. J. Heat. Fluid Fl.*, Vol. 32, no. 1, pp. 107-116, 2011.
 20. Kalteh, M. “Investigating the Effect of Various Nanoparticle and Base Liquid Types on the Nanofluids Heat and Fluid Flow in a Microchannel”, *Appl. Math. Model.*, Vol. 37, no. 18-19, pp. 8600-8609, 2013.
 21. Kalteh, M., Javaherdeh, K. and Azarbarzin, T. “Numerical Solution of Nanofluid Mixed Convection Heat Transfer in a Lid-Driven Square Cavity with a Triangular Heat Source”, *Powder Technol.*, Vol. 253, pp. 780-788, 2014.
 22. Fani, B., Kalteh, M. and Abbassi, A. “Investigating the Effect of Brownian Motion and Viscous Dissipation on the Nanofluid Heat Transfer in a Trapezoidal Microchannel Heat Sink”, *Advanced Powder Technol.*, Vol. 26, no. 1, pp. 83-90, 2015.
 23. Shahriari, A., Javaran, E. J. and Rahnama, M. “Effect of Nanoparticles Brownian Motion and Uniform Sinusoidal Roughness Elements on Natural Convection in an Enclosure”, *J. Therm. Anal. Calorim.*, Vol. 131, no. 3, pp. 2865-2884, 2018.
 - Electron device letters, Vol. 2, no. 5, pp. 126-129, 1981.
 7. Amani, j. and Arani, A. A. A. “ Experimental Study on Heat Transfer and Pressure Drop of TiO₂-Water Nanofluid” *Amirkabir Journal of Science and Research (Mechanical Engineering)*, Vol. 46, no. 1, pp. 79-80, 2014. (in Persian).
 8. Heris, S., Edalati, Z. and Noie, S. H. “The Comparison between Al₂O₃/Water and CuO/Water Nanofluids Experimental Heat Transfer Performance inside Triangular Duct”, *Amirkabir Journal of Science and Research (Mechanical Engineering)*, Vol. 47, no. 1, pp. 91-99, 2015, (in Persian).
 9. Esfe, M. H., Ghadi, A. Z. and Noroozi, M. J. “Numerical Simulation of Mixed Convection within Nanofluid-Filled Cavities with Two Adjacent Moving Walls”, *T. Can. Soc. Mech. Eng.*, Vol. 37, no. 4, pp. 1073-1089, 2013.
 10. Esfe, M. H., Akbari, M. and Karimipour, A. “Mixed Convection in a Lid-Driven Cavity with an inside Hot Obstacle Filled by an Al₂O₃-Water Nanofluid”, *J. Appl. Mech. Tech. Phy.*, Vol. 56, no. 3, pp. 443-453, 2015
 11. Sarafraz, M. M., Nikkhah, V., Nakhjavani, M. and Arya, A. “Thermal Performance of a Heat Sink Microchannel Working with Biologically Produced Silver-Water Nanofluid: Experimental Assessment”, *J. Therm. Anal. Calorim.*, Vol. 131, no. 3, pp. 2865-2884, 2018.
 12. Esfe, M.H., Arani, A.A.A., Niroumand, A.H., Yan, W.M., and Karimipour, A. “Mixed Convection Heat Transfer from Surface-Mounted Block Heat Sources in a Horizontal Channel with Nanofluids”, *Int. J. Heat Mass. Tran.*, Vol. 89, pp. 783-791, 2015.
 13. Esfe, M.H., Arani, A.A., Azizi, T., Mousavi, S.H., and Wongwises, S. “Numerical Study of Laminar Forced Convection of Al₂O₃-Water Nanofluids between Two Parallel Plates”, *J. Mech. Sci. Technol.*, Vol. 31, no. 2, pp. 785-796, 2017.
 14. Fereidoon, A., Saedodin, S., Esfe, M.H. and Noroozi, M.J. “Evaluation of Mixed Convection in Inclined Square Lid-Driven Cavity Filled with Al₂O₃/Water Nanofluid”, *Eng. Appl. Comp. Fluid*, Vol. 7, no. 1, pp. 55-65, 2013.
 15. Esfe, M.H., Abbasian Arani, A.A., Rezaee, M., Yazdeli, R.D. and Wongwises, S. “An Inspection of Viscosity Models for Numerical Simulation of Natural Convection of Al₂O₃-

- Integral Transforms”, *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, Vol. 39, no. 3, pp. 355-362, 2012.
34. Cole, K.D. and Çetin, B. “The Effect of Axial Conduction on Heat Transfer in a Liquid Microchannel Flow”, *Int. J. Heat Mass Tran.*, Vol. 54, no. 11-12, pp. 2542-2549, 2011.
 35. Azad, A.K., Rahman, M.M. and Öztop, H.F. “Effects of Joule Heating on Magnetic Field inside a Channel along with a Cavity”, *Procedia Engineer.*, Vol. 90, pp. 389-396, 2014.
 36. Yang, Y.T. and Lai, F.H. “Lattice Boltzmann Simulation of Heat Transfer and Fluid Flow in a Microchannel with Nanofluids”, *J. Heat mass transfer*, Vol. 47, no. 10, pp. 1229-1240, 2011.
 37. Tretheway, D.C. and Meinhart, C.D. “Apparent Fluid Slip at Hydrophobic Microchannel Walls”, *Phys. Fluids*, Vol. 14, no. 3, pp. 9-12, 2002.
 38. Ngoma, G.D. and Erchiqui, F. “Heat Flux and Slip Effects on Liquid Flow in a Microchannel”, *Int. J. Thermal Sciences*, Vol. 46, no. 11, pp. 1076-1083, 2011.
 39. Mehrizi, A.A., Farhadi, M., Sedighi, K. and Delavar, M.A. “Effect of Fin Position and Porosity on Heat Transfer Improvement in a Plate Porous Media Heat Exchanger”, *J. Taiwan. Inst. Chem. E*, Vol. 44, no. 3, pp. 420-431, 2013.
 40. Afrouzi, H.H., Sedighi, K., Farhadi, M. and Fattahi, E. “Dispersion and Deposition of Microparticles over Two Square Obstacles in a Channel via Hybrid Lattice Boltzmann Method and Discrete Phase Model”, *Int. J. Eng.*, Vol. 25, no. 3, pp. 266-257, 2012.
 41. Afrouzi, H.H., Farhadi, M. and Mehrizi, A.A. “Numerical Simulation of Microparticles Transport in a Concentric Annulus by Lattice Boltzmann Method”, *Adv. Powder Technol.*, Vol. 24, no. 3, pp. 575-584, 2013.
 42. Afrouzi, H.H., Sedighi, K., Farhadi, M. and Moshfegh, A. “Lattice Boltzmann Analysis of Microparticles Transport in Pulsating Obstructed Channel Flow”, *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 70, no. 5, pp. 1136-1151, 2015.
 43. Pourmirzaagha, H., Afrouzi, H.H. and Mehrizi, A.A. “Nanoparticles Transport in a Concentric Annulus: a Lattice Boltzmann Approach”, *J. Theor. App. Mech-Pol.*, Vol. 53, no. 3, pp. 683-695, 2015.
 44. Mehrizi, A.A., Farhadi, M., Afrouzi, H.H., Sedighi, K. and Darz, A.R. “Mixed Convection Heat Transfer in a Ventilated Cavity with Hot Obstacle: Effect of Nanofluid and Outlet Port
 24. Sheikholeslami, M. and Rokni, H. B. “Simulation of Nanofluid Heat Transfer in Presence of Magnetic Field: A Review”, *Int. J. Heat Mass TRAN*, Vol. 115(Part B), pp. 1203-1233, 2017.
 25. M'hamed, B., Sidik, N.A.C., Yazid, M.N.A.W.M., Mamat, R., Najafi, G. and Kefayati, G.H.R. “A Review on Why Researchers Apply External Magnetic Field on Nanofluids”, *Int. Commun. Heat. Mass*. Vol. 78, pp. 60-67, 2016.
 26. Sawada, T., Tanahashi, T. and Ando, T. “Two-Dimensional Flow of Magnetic Fluid between Two Parallel Plates”, *J. Magn. Mater.*, Vol. 65, no. 2-3, pp. 327-329, 1987.
 27. Kalteh, M. and Abedinzadeh, S.S. “Numerical Investigation of MHD Nanofluid Forced Convection in a Microchannel using Lattice Boltzmann Method”, *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering*, Vol. 42, no. 1, pp. 23-34, 2018, (in Persian).
 28. Duwairi, H. and Abdullah, M. “Thermal and Flow Analysis of a Magneto hydrodynamic Micropump”, *Microsyst. Technol.*, Vol. 13, no. 1, pp. 33-39, 2007.
 29. Aminossadati, S.M., Raisi, A. and Ghasemi, B. “Effects of Magnetic Field on Nanofluid Forced Convection in a Partially Heated Microchannel”, *Int. J. Nonlin. Mech.*, Vol. 46, no. 10, pp. 1373-1382, 2011.
 30. Agheai, A., Khorasanizadeh, H. and Sheikhzadeh, GhA. “Investigation of Laminar and Turbulent Natural Convection of Nanofluid Trapezoidal Enclosure under the Influence of Magnetic Field”, *Aerospace Mechanics Journal*. Vol. 15, no. 2, pp. 53-66, 2019, (in persian).
 31. Jamalabadi, M. A. and Park, J.H. “Thermal Radiation, Joule Heating, and Viscous Dissipation Effects on MHD Forced Convection Flow with Uniform Surface Temperature”, *Open Journal of Fluid Dynamics*, Vol. 4, no. 2, p. 125, 2014.
 32. Khandekar, S. and Moharana, M.K. “Axial Back Conduction through Channel Walls during Internal Convective Microchannel Flows”, *Nanoscale and Microscale Phenomena: Fundamentals and Applications*. New Delhi, India, pp. 335-369, 2015.
 33. Knupp, D.C., Naveira-Cotta, C.P. and Cotta, R.M. “Theoretical Analysis of Conjugated Heat Transfer with a Single Domain Formulation and

- Magnetohydrodynamic (MHD) Micropump”, *Biomedical Microdevices*, Vol. 13, no. 1, pp. 147-157, 2011.
55. Morini, G.L. “Viscous Heating in Liquid Flows in Microchannels”, *Int. J. Heat Mass Tran.*, Vol. 48, no. 17, pp. 3637-3647, 2005.
 56. Hung, Y.M. “Analytical Study on Forced Convection of Nanofluids with Viscous Dissipation in Microchannels”, *Heat Transfer Engineering*, Vol. 31, no. 14, pp. 1184-1192, 2010.
 57. Kalteh, M., Abbassi, A., Saffar-Avval, M., Frijns, A., Darhuber, A. and Harting, J. “Experimental and Numerical Investigation of Nanofluid Forced Convection inside a Wide Microchannel Heat Sink”, *Appl. Therm. Eng.*, Vol. 36, pp. 260-268, 2012.
 58. Corcione, M. “Heat Transfer Features of Buoyancy-Driven Nanofluids inside Rectangular Enclosures Differentially Heated at the Sidewalls. *Int. J. Thermal Sciences*, Vol. 49, no. 9, pp. 1536-1546, 2010.
 59. Chon, C.H., Kihm, K.D., Lee, S.P. and Choi, S.U. “Empirical Correlation Finding the Role of Temperature and Particle Size for Nanofluid (Al₂O₃) Thermal Conductivity Enhancement”, *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 87, no. 15, pp. 107-153, 2005.
 60. Guo, Z., Zheng, C. and Shi, B. “Discrete Lattice Effects on the Forcing Term in the Lattice Boltzmann Method”, *Phys. Rev. E.*, Vol. 65, no. 4, pp. 556-565, 2002.
 61. Guo, Z., Zhao, T.S. and Shi, Y. “Preconditioned Lattice Boltzmann Method for Steady Flows”, *Phys. Rev. E.*, Vol. 70, no. 6, pp. 66-706, 2004.
 62. Karimipour, A., Taghipour, A. and Malvandi, A. “Developing the Laminar MHD Forced Convection Flow of FMWNT/Water Carbon Nanotubes in a Microchannel Imposed the Uniform Heat Flux”, *J. Magn. Magn. Mater.*, Vol. 419, pp. 420-428, 2016.
 63. Izquierdo, S. and Fuego, N. “Optimal Preconditioning of Lattice Boltzmann Methods”, *J. Comput. Phys.*, Vol. 228, no. 17, pp. 6479-95, 2009.
 64. Bin, D., Bao-Chang, S. and Guang-Chao, W. “A New Lattice Bhatnagar–Gross–Krook Model for the Convection–Diffusion Equation with a Source Term”, *Chinese Phys. Lett.*, Vol. 22, no. 2, pp. 267-270, 2005.
 65. Zarita, R. and Hachemi M. “Microchannel Fluid Flow and Heat Transfer by Lattice Boltzmann Location”, *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, Vol. 39, no. 7, pp. 1000-1008, 2012.
 45. Tilehboni, S.M., Fattahi, E., Afrouzi, H.H. and Farhadi, M. “Numerical Simulation of Droplet Detachment from Solid Walls under Gravity Force using Lattice Boltzmann Method”, *J. Molecular Liquids*, Vol. 212, pp. 544-556, 2015.
 46. Arumuga Perumal, D. and Dass, A.K. “A Review on the Development of Lattice Boltzmann Computation of Macro Fluid Flows and Heat Transfer”, *Alexandria Engineering Journal*, Vol. 54, no. 4, pp. 955-971, 2015.
 47. Karimipour, A., Nezhad, A.H., D’Orazio, A., Esfe, M.H., Safaei, M.R. and Shirani, E. “Simulation of Copper–Water Nanofluid in a Microchannel in Slip Flow Regime using the Lattice Boltzmann Method”, *Eur. J. Mech. B-Fluid*, Vol. 49, pp. 89-99, 2015.
 48. Karimipour, A., Esfe, M.H., Safaei, M.R., Semiromi, D.T., Jafari, S. and Kazi, S.N. “Mixed Convection of Copper–Water Nanofluid in a Shallow Inclined Lid-Driven Cavity using the Lattice Boltzmann Method”, *Physica. A.*, Vol. 402, pp. 150-168, 2014.
 49. Meng, F., Wang, M. and Li, Z. “Lattice Boltzmann Simulations of Conjugate Heat Transfer in High-Frequency Oscillating Flows”, *Int. J. heat and fluid flow*, Vol. 29, no. 4, pp. 1203-1210, 2008.
 50. Seddiq, M., Maerefat, M. and Mirzaei, M. “Modeling of Heat Transfer at the Fluid–Solid Interface by Lattice Boltzmann Method”, *Int. J. Thermal Sciences*, Vol. 75, pp. 28-355, 2014.
 51. Hu, Y., Li, D., Shu, S. and Niu, X. “Simulation of Steady Fluid–Solid Conjugate Heat Transfer Problems via Immersed Boundary Lattice Boltzmann Method”, *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 70, no. 9, pp. 2227-2237, 2015.
 52. Le, G., Oulaid, O. and Zhang, J. “Counter Extrapolation Method for Conjugate Interfaces in Computational Heat and Mass Transfer”, *Phys. Rev. E.*, Vol. 91, no. 3, pp. 556-565, 2011.
 53. Mozafari Shamsi ,M., Sefid ,M. and Imani ,Gh. “New Formulation for the Simulation of the Conjugate Heat Transfer at the Curved Interfaces Based on the Ghost Fluid Lattice Boltzmann Method”, *Numer. Heat. Transf. Part B*, Vol. 70, no. 6, pp. 559-576, 2016.
 54. Chatterjee, D. and Amiroudine, S. “Lattice Boltzmann Simulation of Thermofluidic Transport Phenomena in a DC

- Method”, In: 4th Micro and Nano Flows Conf. UCL, London, UK, 2014.
66. D’Orazio, A. and Succi, S. “Boundary Conditions for Thermal Lattice Boltzmann Simulations”, Int. Conf. Computational Science. Springer, Berlin, Heidelberg, p. 977–986, 2003.
67. Lalami, A.A. and Kalteh, M. “Lattice Boltzmann Simulation of Nanofluid Conjugate Heat Transfer in a Wide Microchannel: Effect of Temperature Jump, Axial Conduction and Viscous Dissipation”, *Meccanica*, Vol. 54, no. 1-2, pp. 135-153, 2019.
68. Bejan, A. “Convection Heat Transfer”, John wiley and sons, Inc, New York, 2013.

