

علمی- پژوهشی

# استفاده از روش شبکه بولتزمن با زمان آسایش چند گانه در شبیه سازی جابجایی طبیعی سیال نیوتنی و غیر نیوتنی با میدان مغناطیسی

محمد سفید<sup>۲</sup>محمد نعمتی<sup>۱</sup>

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران  
(تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۳/۳۰؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۷/۱۴)

## چکیده

هدف از مطالعه پیش رو، بررسی اثر جهت اعمال میدان مغناطیسی به دو صورت یکنواخت و غیر یکنواخت بر انتقال حرارت سیال نیوتنی و غیر نیوتنی با مدل توانی با استفاده از روش شبکه بولتزمن با زمان آسایش چندگانه است. شبیه سازی با نوشتن کد رایانه ای به زبان فرترن صورت پذیرفته است. جابجایی طبیعی درون محفظه ای دو بعدی حاوی مانع لوزی شکل ایجاد می شود که این مانع در سه حالت دمایی مختلف بررسی می شود. دیواره سرد محفظه در سه شکل صاف، منحنی و مورب ارزیابی می شود. نتایج نشان می دهد، افزایش عدد رایلی و کاهش شاخص توانی و عدد هارتمن سبب افزایش قدرت جریان و میزان انتقال حرارت می شود. طراحی دیواره به صورت صاف به طور میانگین در حدود ۷۰ درصد قدرت جریان و ۳۰ درصد انتقال حرارت را افزایش می دهد. قرارگیری مانع در دمای ثابت سرد به طور متوسط سبب افزایش ۲۰ درصدی عدد ناسلت متوسط می شود. اثر میدان مغناطیسی برای دیواره صاف بیشترین و برای دیواره مورب کمترین است و این اثر با افزایش شاخص توانی کاهش می یابد. در حالت کلی، غیر یکنواخت اعمال کردن میدان مغناطیسی در حدود ۱۰ درصد عدد ناسلت متوسط را افزایش می دهد و منجر به افزایش قدرت جریان می شود. نتایج نشان می دهد تأثیر شکل دیواره و نوع اعمال میدان مغناطیسی برای سیال ضخیم شونده، ناچیز است. کاهش بیشتر قدرت جریان و عدد ناسلت متوسط با اعمال میدان مغناطیسی به صورت افقی مشاهده می شود.

**واژه های کلیدی:** جابجایی طبیعی، میدان مغناطیسی غیر یکنواخت، روش شبکه بولتزمن با زمان آسایش چندگانه، شکل مختلف دیواره، سیال با مدل توانی، شرط دمایی مختلف مانع.

## The Application of Multiple Relaxation Time Lattice Boltzmann Method to Simulate the Newtonian and Non-Newtonian MHD Natural Convection in Cavity with Lozenge Barrier

Nemati, M.

Sefid, M.

Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

(Received: 19/June/2020 ; Accepted:06/October/2021)

### ABSTRACT

The purpose of this work is to investigate the effect of magnetic field direction on heat transfer of Newtonian and non-Newtonian fluids in both uniform and non-uniform forms, with the power-law model by using the multiple relaxation time lattice Boltzmann method (MRT-LBM) with written computer code by Fortran language. The natural convection is created in the two-dimensional cavity with lozenge barrier and is examined in three different temperature boundary conditions. The cold wall of the cavity is investigated in three modes: smooth, curved and diagonal. The results show that increasing the Rayleigh number and decreasing the power-law index and the Hartmann number increase the strength of fluid flow and heat transfer. The smooth design of the wall increases the average Nusselt number by about 30%. Placing the barrier at a constant cold temperature increases the average Nusselt number by 20% on average. The effect of the magnetic field is highest for the smooth wall and lowest for the diagonal wall and this effect decreases with increasing the power-law index. In general, an applied non-uniform magnetic field increases the average Nusselt number by about 10% and increases the flow strength. The effect of wall shape and type of magnetic field applied on shear thickening fluid is negligible. Further reduction of flow strength and average Nusselt number is observed by applying a magnetic field horizontally.

**Keywords:** Natural Convection, Non Uniform Magnetic Field, Power-law Fluids, Multiple Relaxation Time Lattice Boltzmann Method, Different Wall Shape, Various Thermal Boundary of Barrier.

## فهرست علائم و اختصارات

## ۱- مقدمه

مطالعه جریان سیال هادی الکتریکی تحت اثر میدان مغناطیسی به دلیل کاربردهای گسترده در موارد مختلف از جمله صنعت پلیمر، تصفیه فلزات مذاب، خنک‌سازی تجهیزات الکترونیکی و بسیاری موارد دیگر، فراوان مورد توجه بوده است [۳-۱]. در سالیان اخیر، علاقه به مطالعه رفتار فرآیندهای انتقال حرارت در محفظه‌های بسته تحت اثر میدان مغناطیسی رو به افزایش است. نتیجه مشترک تمامی این مطالعات این است که سیال نیروی لورنز را تجربه می‌کند. این نیرو بر میدان جریان شناوری و انتقال حرارت اثر می‌گذارد [۴]. سیالات به کار رفته دارای خواص نیوتنی و غیرنیوتنی هستند، به همین جهت بررسی مشخصات جریان و ویژگی‌های انتقال حرارت به وجود آمده توسط سیالات غیرنیوتنی حائز اهمیت است. در سیالات نیوتنی، رابطه خطی بین نرخ برش و تنش وجود دارد، در حالی که در سیالات غیرنیوتنی این رابطه خطی وجود ندارد. ویسکوزیته در یک سیال نیوتنی تنها به دما و فشار بستگی دارد و به نیرویی که به آن اعمال می‌شود وابسته نیست. بر خلاف سیالات نیوتنی، در سیالات غیرنیوتنی ضریبی ثابت مانند لزجت برای توصیف وضعیت تنش برشی معنا نخواهد داشت [۵-۷]. رفتار بیشتر سیالات مورد استفاده در صنایع مکانیکی و شیمیایی به صورت غیرنیوتنی می‌باشد. جریان‌های سیال غیرنیوتنی در بسیار از موارد طبیعی و کاربردهای صنعتی به کار رفته‌اند که از جمله این کاربردها می‌توان به خطوط انتقال محصولات صنعتی، فرآیندهای پلیمری و در بسیاری از کاربردهای بیولوژیکی مانند جریان خون در بدن اشاره نمود [۸-۱۰].

در چند دهه اخیر به منظور صرفه‌جویی در مصرف مواد اولیه و انرژی و با منظور داشتن مسائل زیست محیطی و اقتصادی، تلاش‌های گسترده‌ای برای ساخت تجهیزات تبادل حرارت با بازدهی بالا صورت پذیرفته است. هدف اصلی، کاهش اندازه تجهیزات برای یک بار معین حرارتی و افزایش ظرفیت تبادل حرارتی است. اگر اصول مرتبط با روش‌های انتقال حرارت و طراحی دستگاه‌های انتقال حرارت با سطح زیاد به خوبی شناخته شوند، امکان افزایش صرفه‌جویی در مصرف انرژی و کاهش آلودگی محیط زیست امکان‌پذیر خواهد بود [۱۱]. از جمله مطالعات مورد علاقه محققین، تأثیر شکل محفظه با شرایط مرزی دمایی مختلف

B	قدرت میدان مغناطیسی
c	سرعت گسسته شبکه در مدل $D_2Q_9$
D	طول و ارتفاع محفظه
e	سرعت گسسته شبکه در مدل $D_2Q_5$
f	تابع توزیع جریان
$f^{eq}$	تابع توزیع تعادلی جریان
F	نیروی خارجی
g	شتاب جاذبه
h	تابع توزیع دما
$h^{eq}$	تابع توزیع تعادلی دما
Ha	عدد هارتمن
MVS	بیشینه مقدار خطوط جریان
n	شاخص توانی
Nu	عدد به‌دلیل
p	فشار
Pr	عدد پرانتل
Ra	عدد رایلی
T	دما
$u(u,v)$	سرعت در جهات شبکه
$x(x,y)$	مختصات شبکه
<b>علائم یونانی</b>	
$\alpha$	ضریب پخش حرارتی
$\lambda$	زاویه اعمال میدان مغناطیسی
$\kappa$	تعداد موج نوسان
$\mu$	ویسکوزیته دینامیکی
$\gamma$	نرخ کرنش
$\theta$	دمای بی‌بعد
$\sigma$	ضریب هدایت الکتریکی
$\rho$	جرم مخصوص
$\nu$	ویسکوزیته سینماتیکی
$\omega$	ضریب وزنی
<b>زیرنویس</b>	
b	مانع
i	شماره لینک مدل شبکه

نشان داد که افزایش نسبت ابعاد محفظه منجر به کاهش عدد به‌دلیل متوسط می‌شود. همچنین اثر میدان مغناطیسی برای سیال ضخیم‌شونده ناچیز است.

از تعبیه مانع درون محفظه‌ها به‌عنوان ابزار کنترل‌کننده‌ی میزان انتقال حرارت و دستیابی به جریان با قدرت‌های دلخواه استفاده می‌شود. فاتح و اوزتوپ [۲۲] اثر شکل مانع را بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال درون محفظه مربعی شکل در حضور میدان مغناطیسی با روش اجزا محدود بررسی کردند. نتایج نشان داد که حضور مانع تأثیر زیادی بر قدرت جریان شکل گرفته و انتقال حرارت دارد و می‌توان به‌عنوان ابزار کنترل‌کننده انتقال حرارت از آن سود برد. وارول و همکاران [۲۳] اثر شرط دمایی مانع بر جابجایی طبیعی سیال نیوتنی درون محفظه مثلثی شکل متخلخل را به روش حجم محدود مورد ارزیابی قرار دادند. نتایج نشان داد که میزان انتقال حرارت به شدت وابسته به شرط دمایی مانع مربعی شکل تعبیه شده درون محفظه و عدد رایلی می‌باشد. لی [۲۴] اثر تغییر مکان مانع آدیاباتیک تعبیه شده درون محفظه مکعبی شکل را بر جابجایی طبیعی سیال نیوتنی بررسی کرد. گانگوان و مانیکاندان [۲۵] انتقال حرارت جابجایی طبیعی سیال غیرنیوتنی درون محفظه حاوی مانع شش ضلعی شکل که در دو حالت گرمایش دما ثابت و تولید حرارت قرار داشت را به روش حجم محدود بررسی کردند. نتایج نشان داد که شرط دمایی مانع بر میزان انتقال حرارت تأثیر بارزی دارد و افزایش شاخص توانی انتقال حرارت را کاهش می‌دهد. ژائو و همکاران [۲۶] جابجایی طبیعی نانوسیال غیرنیوتنی درون محفظه مربعی شکل با حاوی مانع استوانه‌ای شکل را به روش شبکه بولتزمن شبیه‌سازی کردند. نتایج نشان داد که میزان انتقال حرارت با افزایش شعاع مانع، کاهش شاخص توانی و افزایش عدد رایلی افزایش می‌یابد.

در اکثر مطالعات صورت گرفته، میدان مغناطیسی اعمال شده به شکل یکنواخت در نظر گرفته شده است در حالی که میدان‌های مغناطیسی ناخواسته لزوماً به‌صورت یکنواخت نمی‌باشد. نعمتی و همکاران [۲۷] اثر نوع اعمال میدان مغناطیسی بر جریان جابجایی ترکیبی درون محفظه ربع‌دایره شکل با مانع دایروی را به روش شبکه بولتزمن بررسی کردند. نتایج نشان داد قدرت جریان شکل گرفته و

بر انتقال حرارت است [۱۴-۱۲]. جابجایی طبیعی یکی از فرآیندهای انتقال حرارت است و زمانی روی می‌دهد که یک نیروی حجمی به واسطه ایجاد اختلاف جرم مخصوص ناشی از اختلاف دما در سیال به آن اعمال می‌شود [۱۵ و ۱۶]. انتقال حرارت در محفظه‌های بسته کاربردهای متنوعی در صنعت دارد که از آن جمله می‌توان به کاربرد در ماشین‌های الکتریکی، دستگاه‌های میکروالکترونیک و کلکتورهای خورشیدی اشاره کرد. بنابراین در طراحی تمامی این تجهیزات با توجه به ضرورت استفاده بهینه از فضا، استفاده از محفظه‌هایی با مقاطع می‌تواند مفید و ضروری باشد [۱۷]. رحمان و همکاران [۵] جابجایی طبیعی سیال غیرنیوتنی درون محفظه مستطیلی شکل در حضور میدان مغناطیسی یکنواخت را به روش شبکه بولتزمن با زمان آسایش چندگانه بررسی کردند. نتایج نشان داد استفاده از MRT-LBM از دقت بالایی در شبیه‌سازی انتقال حرارت دارد و نتایج حاصله تطابق قابل قبولی با روش‌های دیگر دارد. جهانبخشی و همکاران [۱۸] انتقال حرارت جابجایی طبیعی سیال غیرنیوتنی با مدل توانی تحت اثر میدان مغناطیسی یکنواخت را با الگوریتم سیمپل و به روش حجم محدود درون محفظه L شکل مورد بررسی قرار دادند. افسانا و همکاران [۱۹] جابجایی طبیعی سیال غیرنیوتنی با مدل توانی درون محفظه مربعی شکل با دیواره‌های موج‌دار را در حضور میدان مغناطیسی یکنواخت به روش حجم محدود مورد ارزیابی قرار دادند. نتایج نشان داد که میزان انتقال حرارت به‌طور آشکار وابسته به عدد رایلی، عدد هارتمن و شاخص توانی است و عدد به‌دلیل متوسط با افزایش شاخص توانی کاهش می‌یابد. فاروق و همکاران [۲۰] انتقال حرارت جابجایی طبیعی سیال غیرنیوتنی با مدل توانی را به روش المان محدود بررسی کردند. میدان مغناطیسی تحت زوایای مختلف و به صورت یکنواخت بر محفظه U شکل اعمال شد. نتایج نشان داد که اثر شاخص توانی بر عدد به‌دلیل متوسط برای اعداد رایلی کوچکتر از  $10^6$  ناچیز است. همچنین تأثیر اعمال میدان مغناطیسی بر میزان انتقال حرارت برای اعداد هارتمن کمتر از ۳۰، بیشتر است. آفاخانی و همکاران [۲۱] اثر تغییر نسبت ابعاد محفظه در حضور میدان مغناطیسی یکنواخت افقی بر انتقال حرارت سیال غیرنیوتنی با مدل توانی را به روش اختلاف محدود روش شبکه بولتزمن بررسی کردند. نتایج

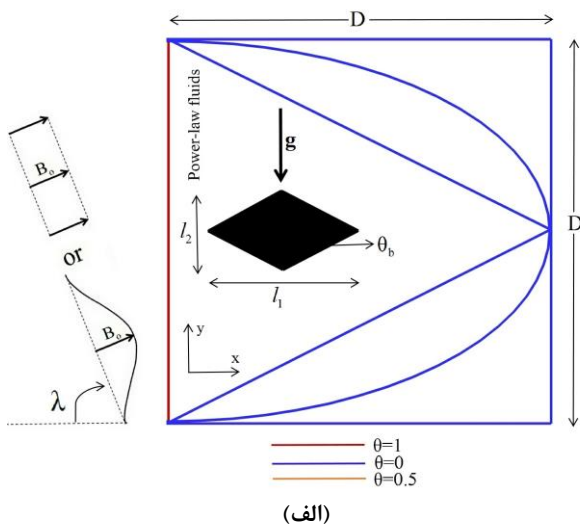
$$\rho(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(2\mu \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu \frac{\partial u}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu \frac{\partial v}{\partial x}) + \sigma B^2 (v \sin \lambda \cos \lambda - u \cos^2 \lambda) \quad (2)$$

$$\rho(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}(\mu \frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(2\mu \frac{\partial v}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial x}(\mu \frac{\partial u}{\partial y}) + \rho \beta g \theta + \sigma B^2 (u \sin \lambda \cos \lambda - v \sin^2 \lambda) \quad (3)$$

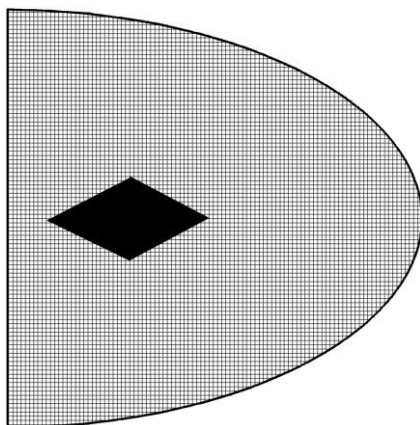
$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha (\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}) \quad (4)$$

ویسکوزیته دینامیکی در مدل توانی به صورت رابطه (۵) محاسبه می‌شود [۶].

$$\mu = \mu_0 \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right\}^{\frac{(n-1)}{2}} \quad (5)$$



(الف)



(ب)

شکل (۱): (الف) هندسه مسأله مورد بررسی (ب) نمونه‌ای از شبکه محاسباتی

میزان انتقال حرارت در حالتی که میدان مغناطیسی به صورت یکنواخت اعمال می‌شود، کمتر از حالتی است که به صورت پریودیک اعمال می‌شود. بحیرایی و هنگی [۲۸] انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال تحت اثر میدان مغناطیسی با نوع اعمال تازه و غیر یکنواخت را بررسی کردند.

با توجه به مطالعات قبلی مشاهده می‌شود که تاکنون اثر جهت اعمال میدان مغناطیسی به صورت غیر یکنواخت، شرط مرزی دمایی متفاوت مانع و تأثیر شکل دیواره بر انتقال حرارت سیال غیرنیوتنی با مدل توانی به روش شبکه بولتزمن با زمان آسایش چندگانه صورت نگرفته است که در کار حاضر به آن پرداخته شده است. این بررسی می‌تواند در طراحی بهینه تجهیزات انتقال حرارت، مفید و راه‌گشا باشد.

## ۲- بیان مسأله

در کار حاضر، جابجایی طبیعی سیال غیرنیوتنی تراکم ناپذیر درون محفظه‌ای دو بعدی با طول و ارتفاع یکسان، مطابق شکل ۱-الف صورت می‌پذیرد. دیواره عمودی سمت چپ محفظه در دمای ثابت گرم قرار دارد. دیواره سرد محفظه در سه شکل صاف، منحنی و مورب بررسی می‌شود. مانعی لوزی شکل (  $\frac{l_1}{l_2} = 2$  ) در مختصات (0.3D, 0.5D) با سه شرط دمایی مختلف (  $\theta_b = 1, \theta_b = 0.5, \theta_b = 0$  ) تعبیه شده است (  $l_1 = 0.4D$  ). میدان مغناطیسی تحت زاویه  $\lambda$  به دو صورت یکنواخت و غیریکنواخت بر محفظه اعمال می‌شود. در شکل ۱-ب نمونه‌ای از شبکه محاسباتی به کار رفته، نشان داده شده است.

تمامی مرزهای جریان، غیرقابل نفوذ بوده و لغزشی روی سطوح وجود ندارد. جریان سیال آرام و پایا بوده و از تقریب بوزینسک استفاده شده است. از اتلاف لزجی و انتقال حرارت تابشی نیز صرف‌نظر شده است.

## ۳- معادلات حاکم

با فرض غیرقابل تراکم بودن جریان و با استفاده از تقریب بوزینسک، معادلات بقای جرم، مومنتوم و انرژی در روابط (۱) تا (۴) ارائه شده است [۱۶].

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

#### ۴- روش حل عددی

##### ۴-۱- میدان جریان

در کار حاضر از روش شبکه بولتزمن با ضریب آسایش چندگانه در مرحله برخورد استفاده شده است. مزیت این روش نسبت به مدل با یک زمان آسایش، دقت و پایداری بالاتر است. برای میدان جریان از آرایش شبکه  $D_2Q_9$  استفاده شده است که در شکل ۲ (الف) نشان داده شده است. معادله شبکه بولتزمن در رابطه (۱۳) ارائه شده است.

$$f_i(\mathbf{x}+\mathbf{c}_i, t+1) = f_i(\mathbf{x}, t) - \Omega [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)] + \mathbf{c}_i \cdot \mathbf{F}_i(\mathbf{x}, t) \quad (13)$$

در رابطه فوق،  $f$  تابع توزیع جرم مخصوص،  $\Omega$  ماتریس برخورد و  $\mathbf{F}_i$  مجموع نیروهای حجمی وارده است. تابع توزیع تعادلی طبق رابطه (۱۴) محاسبه می‌شود.

$$f_i^{eq} = \rho \omega_i^f [1 + 3(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}) - \frac{3}{2}(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) + 4.5(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2] \quad (14)$$

در مدل شبکه  $D_2Q_9$  ضرایب وزنی و سرعت گسسته شبکه به ترتیب طبق روابط (۱۵) و (۱۶) بیان می‌شوند.

$$\omega_0^f = 4/9, \omega_{1-4}^f = 1/9, \omega_{5-8}^f = 1/36 \quad (15)$$

$$\mathbf{c}_0 = 0$$

$$\mathbf{c}_{1-4} = [\cos(\frac{(i-1)\pi}{2}), \sin(\frac{(i-1)\pi}{2})] \quad (16)$$

$$\mathbf{c}_{5-8} = \sqrt{2} [\cos(\frac{(i-5)\pi}{2} + \frac{\pi}{4}), \sin(\frac{(i-5)\pi}{2} + \frac{\pi}{4})]$$

معادله شبکه بولتزمن در فضای مومنتوم طبق رابطه (۱۷) بیان می‌شود.

$$f_i(\mathbf{x}+\mathbf{c}_i, t+1) = f_i(\mathbf{x}, t) - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{S} [m(\mathbf{x}, t) - m^{eq}(\mathbf{x}, t)] + \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{I} - \frac{\mathbf{S}}{2}) \mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$$

$$\mathbf{f} = (f_0, f_1, \dots, f_9)^T \quad (17)$$

$$\mathbf{m} = (m_0, m_1, \dots, m_9)^T$$

$$\mathbf{F} = (F_0, F_1, \dots, F_9)^T$$

در رابطه (۱۷) ماتریس انتقال است که بردار تابع توزیع جرم مخصوص را به فضای مومنتوم منتقل می‌کند.  $\mathbf{S}$  ماتریس قطری نرخ آسایش است که به صورت روابط (۱۸) و (۱۹) بیان می‌شود.

در روابط ارائه‌شده،  $n$  شاخص توانی سیال است و در حالتی که سیال نیوتنی باشد،  $n=1$  و  $\mu_0$  ویسکوزیته دینامیکی سیال نیوتنی است.  $n < 1$  بیانگر سیال نازک‌شونده و  $n > 1$  سیال ضخیم‌شونده را نشان می‌دهد.

برای بدون بعد سازی معادلات حاکم و ارائه نتایج، از پارامترهای ارائه شده در رابطه (۶) استفاده می‌شود.

$$X = \frac{x}{D}, Y = \frac{y}{D}, U = \frac{uD}{\alpha \sqrt{Ra}}, V = \frac{vD}{\alpha \sqrt{Ra}}, \\ v_0 = \frac{\mu_0}{\rho}, Pr = \frac{v_0 D^{2-n}}{\alpha^{2-n}}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, Ha = BD^n \sqrt{\frac{\sigma \alpha^{1-n}}{\mu_0}}, \quad (6) \\ Ra = \frac{\beta \theta g D^{2n+1}}{v_0 \alpha^n}, P = \frac{p D^2}{\rho R \alpha \alpha^2}$$

با به‌کارگیری پارامترهای بدون بعد، معادلات حاکم به صورت روابط (۷) تا (۱۱) نوشته می‌شوند.

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (7)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{Pr Ha^2}{\sqrt{Ra}} (V \sin \lambda \cos \lambda - U \cos^2 \lambda) \\ + \frac{Pr}{Ra^2} \left[ \frac{\partial}{\partial X} (2\chi \frac{\partial U}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial Y} (\chi \frac{\partial U}{\partial Y}) + \frac{\partial}{\partial Y} (\chi \frac{\partial V}{\partial X}) \right] \quad (8)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \theta + \frac{Pr Ha^2}{\sqrt{Ra}} (U \sin \lambda \cos \lambda - V \sin^2 \lambda) \\ + \frac{Pr}{Ra^2} \left[ \frac{\partial}{\partial X} (\chi \frac{\partial V}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial Y} (2\chi \frac{\partial V}{\partial Y}) + \frac{\partial}{\partial X} (\chi \frac{\partial U}{\partial Y}) \right] \quad (9)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\sqrt{Ra}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (10)$$

$$\chi = |\gamma|^{(n-1)} = \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Y} \right)^2 \right\}^{\frac{(n-1)}{2}} \quad (11)$$

عبارت به کار رفته برای میدان مغناطیسی پریودیک به صورت رابطه (۱۲) در نظر گرفته شده است که در آن  $B_0$  دامنه،  $\kappa$ ، تعداد موج نوسان و  $\xi$  (x or y) می‌باشد.

$$B = \frac{B_0}{2} \left( 1 - \cos \frac{2\kappa \pi \xi}{D} \right) \quad (12)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_x + \mathbf{F}_y$$

$$F_x = 3\omega_f \rho \frac{Ha^2 v(\mathbf{x}, t)}{D^2} (v \sin \lambda \cos \lambda - u \sin^2 \lambda) \quad (25)$$

$$F_y = 3\omega_f \rho \frac{Ha^2 v(\mathbf{x}, t)}{D^2} (u \sin \lambda \cos \lambda - v \cos^2 \lambda) + 3\omega_f \rho g \beta \theta$$

کمیات ماکروسکوپییک مربوط به میدان جریان طبق روابط (۲۶) و (۲۷) محاسبه می‌شود.

$$\rho = \sum_{i=0}^8 f_i \quad (26)$$

$$\rho \mathbf{u} = \sum_{i=0}^8 \mathbf{c}_i f_i \quad (27)$$

### ۴-۳- میدان دما

همانند میدان جریان، برای حل میدان دما از روش شبکه بولتزمن با زمان آسایش چندگانه و مدل شبکه  $D_2Q_5$  استفاده شده است که معادله آن در روابط (۲۸) تا (۳۰) ارائه شده است [۳۰]. آرایش این نوع شبکه در شکل ۲ (ب) نشان داده شده است.

$$h_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i, t+1) = h_i(\mathbf{x}, t) - \mathbf{N}^{-1} \mathbf{Z} \cdot [n(\mathbf{x}, t) - n^{eq}(\mathbf{x}, t)] \quad (28)$$

$$n = \mathbf{N} h \quad (29)$$

$$n_0^{eq} = T$$

$$n_1^{eq} = uT$$

$$n_2^{eq} = vT \quad (30)$$

$$n_3^{eq} = b \cdot T$$

$$n_4^{eq} = 0$$

در رابطه (۳۰)،  $b^*$  به صورت  $b^* = \frac{60\alpha}{\sqrt{3}} - 4$  مقداردهی شده

است که  $\alpha = \frac{v_0}{Pr}$  است [۳۱].

در رابطه (۲۸)،  $h$  تابع توزیع مربوط به میدان دما است

که به صورت  $h = (h_0, h_1, h_2, h_3, h_4)^T$  می‌باشد.  $\mathbf{e}_i$  سرعت میکروسکوپییک ذرات در آرایش شبکه  $D_2Q_5$  است که در رابطه (۳۱) ارائه شده است.

$$\mathbf{e}_0 = 0$$

$$\mathbf{e}_1 = (1, 0), \mathbf{e}_2 = (0, 1), \mathbf{e}_3 = (-1, 0), \mathbf{e}_4 = (0, -1) \quad (31)$$

ماتریس برخورد  $\mathbf{N}$  و  $\mathbf{Z}$  به صورت روابط (۳۲) و (۳۳) است.

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ -4 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\mathbf{Z} = \text{diag}(1, z_\alpha, z_\alpha, z_\alpha, z_\nu) \quad (33)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & -1 & -1 & -1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\mathbf{S} = \text{diag}(1, 1.4, 1.4, 1.2, 1, 1.2, \frac{1}{\tau_1}, \frac{1}{\tau_1}) \quad (19)$$

در رابطه (۱۹)،  $\tau_1 = 3v(\mathbf{x}, t) + 0.5$  است.

سیال غیر نیوتنی مورد مطالعه در کار حاضر از مدل توانی تبعیت می‌کند. در این مدل ویسکوزیته سینماتیکی تابعی از نرخ برش است. نرخ برش به صورت رابطه (۲۰) و (۲۱) تعریف می‌شود.  $v(\mathbf{x}, t)$  ویسکوزیته سینماتیکی سیال غیرنیوتنی است که طبق رابطه (۲۲) بیان می‌شود. در رابطه (۲۲)،  $v_0$  ثابت بوده و اشاره به سیال نیوتنی دارد.

$$\gamma_{ij} \equiv 0.5 \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (20)$$

$$|\gamma| = \sqrt{2\gamma_{ij}\gamma_{ij}} \quad (21)$$

$$v(\mathbf{x}, t) = v_0 |\gamma|^{(n-1)} = \frac{Pr}{Ra^{\frac{(2-n)}{2}}} |\gamma|^{(n-1)} \quad (22)$$

رابطه (۲۳) و (۲۴)، بردارهای مومنت ( $m$ ) و مونت تعادلی ( $m^{eq}$ ) را ارائه می‌دهد. در رابطه (۱۳)،  $\mathbf{F}$  بیانگر نیروهای حجمی کل بوده و به صورت رابطه (۲۵) نوشته می‌شود [۲۹].

$$m = \mathbf{M} f \quad (23)$$

$$m_0^{eq} = \rho$$

$$m_1^{eq} = -2\rho + 3(j_x^2 + j_y^2)$$

$$m_2^{eq} = \rho - 3(j_x^2 + j_y^2)$$

$$m_3^{eq} = j_x$$

$$m_4^{eq} = -j_x$$

$$m_5^{eq} = j_y$$

$$m_6^{eq} = -j_y$$

$$m_7^{eq} = (j_x^2 - j_y^2)$$

$$m_8^{eq} = (j_x - j_y) \quad (24)$$

در روابط فوق،  $j_x = \rho u$ ،  $j_y = \rho v$  می‌باشد.

در رابطه فوق:

$$\text{Error} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M |\Gamma^{b+1} - \Gamma^b|}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M |\Gamma^b|} \leq 10^{-8} \quad (39)$$

$$\frac{1}{z_u} - 0.5 = \frac{1}{z_e} - 0.5 = \frac{1}{6}, \frac{1}{z_v} - 0.5 = \frac{\sqrt{3}}{6} \quad (34)$$

$$f_2 = g_4, f_3 = f_1, f_6 = g_8 \quad (40)$$

$$g_2 = (\omega_2 + \omega_4) - g_4, g_3 = (\omega_1 + \omega_3) - g_1 \quad (41)$$

جهت محاسبه سرعت و دما روی مرزهای منحنی از روش استفاده شده توسط نعمتی و همکاران [۱۶] استفاده شده است.

تابع توزیع تعادلی و کمیات ماکروسکوپییک مربوط به میدان دما به ترتیب به کمک رابطه (۳۵) و (۳۶) محاسبه می‌شود.

$$h_i^{eq} = \omega_i^h T [1 + 3(c_i \cdot u)] \quad (35)$$

$$T = \sum_{i=0}^8 h_i \quad (36)$$

که برای مدل  $D_2Q_5$ ,  $\omega_0^h = 0$  و  $\omega_{1,4}^h = 0.25$  است.

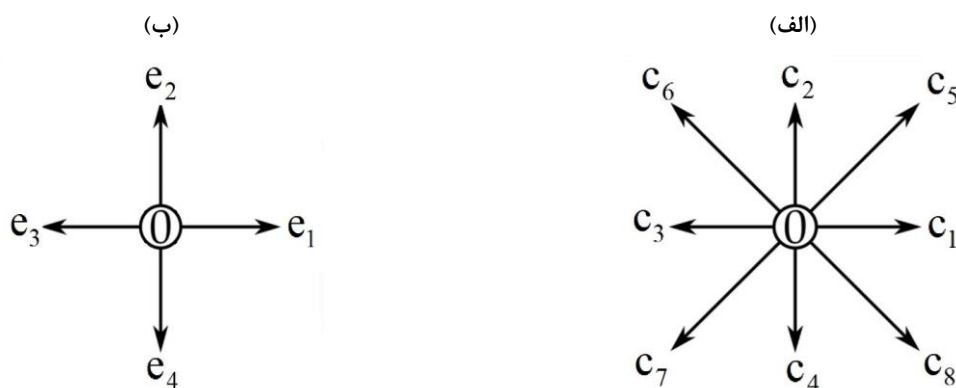
### ۳-۴- روابط و شرایط مرزی

عدد ناسلت که پارامتری مهم در تعیین میزان انتقال حرارت است، بر روی دیواره گرم محفظه طبق روابط (۳۷) و (۳۸) محاسبه شده است. لازم به ذکر است که معیار همگرایی برای اتمام محاسبات، طبق رابطه (۳۹) است. در این رابطه  $\Gamma$  متغیر عمومی  $(U, V, \theta)$ ،  $b$  و  $b+1$  مراحل زمانی قدیم و جدید و  $N$  و  $M$  به ترتیب تعداد گره‌ها در راستای  $x$  و  $y$  را نشان می‌دهند.

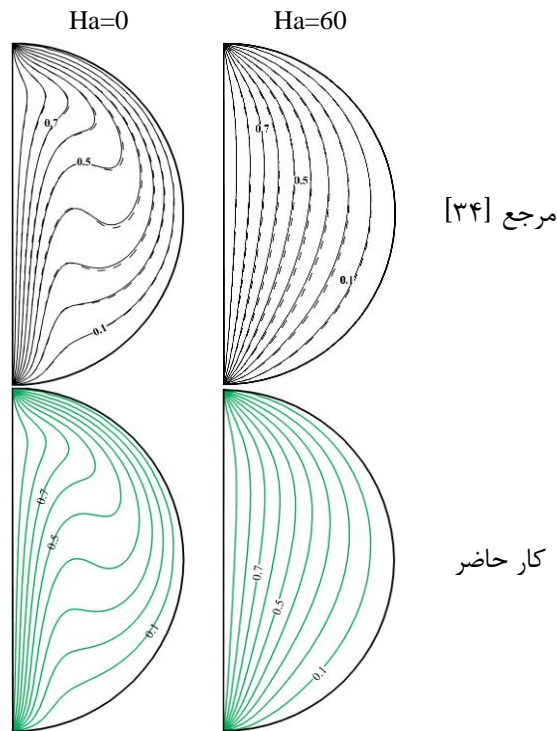
جهت مدل نمودن شرایط مرزی روی دیواره‌های صاف و مورب، از روش کمانه کردن استفاده می‌شود [۳۲]. به عنوان نمونه برای دیواره مورب محفظه، با توجه به شکل ۲، شرایط مرزی سرعت و دما به ترتیب طبق روابط (۴۰) و (۴۱) برقرار است.

$$Nu_Y = \frac{Q_{convection}}{Q_{conduction}} = -\left(\frac{\partial \theta}{\partial X}\right)_{X=0} \quad (37)$$

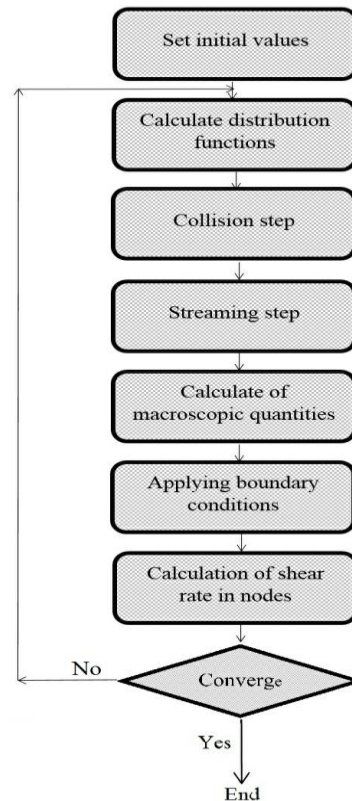
$$Nu = -\frac{1}{D} \int_0^1 Nu_Y dY \quad (38)$$



شکل (۲): بردارهای سرعت گسسته شده (الف) مدل شبکه  $D_2Q_9$  و (ب) مدل شبکه  $D_2Q_5$



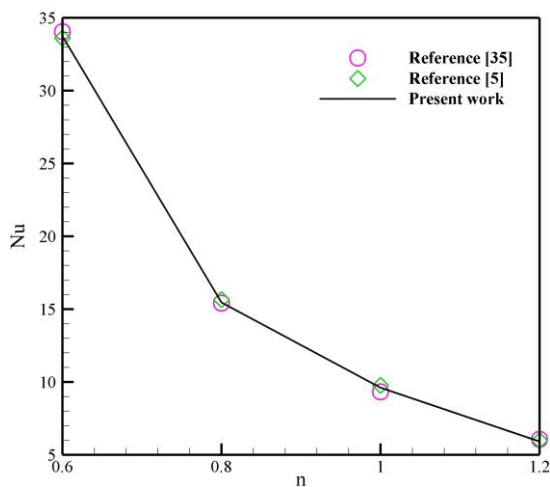
شکل (۴): مقایسه خطوط همدمما در حضور میدان مغناطیسی بین کار حاضر و مرجع [۳۴] در عدد رایلی  $10^5$



شکل (۳): الگوریتم حل به روش شبکه بولتزمن

جدول (۱): مقایسه عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم بین کار حاضر و مرجع [۳۴] برای عدد رایلی  $10^5$

Nu			
درصد اختلاف	کار حاضر	مرجع [۳۴]	Ha
۱/۱	۶/۴۸۳	۶/۴۱۲	۰
۱/۴	۵/۸۴۳	۵/۷۶۲	۱۵
۲/۲	۴/۶۲۴	۴/۵۲۵	۳۰



شکل (۵): مقایسه عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم بین کار حاضر و مراجع [۳۵] و [۵] در عدد رایلی  $10^5$

### ۵- اعتبارسنجی و استقلال حل از شبکه انتخابی

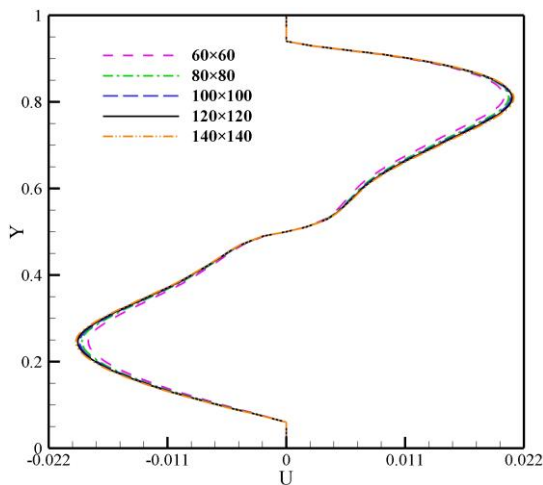
برای اطمینان از درستی کد نوشته شده به زبان فورتن، نتایج به دست آمده با نتایج مطالعات قبلی مقایسه و مورد بررسی قرار گرفت. به منظور اعتبارسنجی کد نوشته شده در مواجهه با میدان مغناطیسی، خطوط همدمای کار حاضر با مرجع [۳۴] در شکل ۴ و عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم در جدول ۱ مقایسه شده است. در این ارزیابی، جابجایی طبیعی سیال نیوتنی تحت تأثیر میدان مغناطیسی یکنواخت افقی درون محفظه نیم‌بیضی شکل با دیواره منحنی سرد و دیواره عموی گرم بررسی شده است. برای راستی‌آزمایی جریان سیال غیرنیوتنی، کار حاضر با مرجع [۵] و [۳۵] در شکل ۵ مقایسه شده است. مسأله، جابجایی طبیعی سیال غیرنیوتنی با مدل توانی درون محفظه مربعی شکل با گرمایش و سرمایش از دیواره‌های جانبی است. همچنین عدد ناسلت متوسط به ازای تغییرات شاخص توانی سیال و عدد هارتمن در کار حاضر با مرجع [۲۱] در شکل ۶ مقایسه شده است. اختلاف بسیار اندک نتایج به دست آمده از کد حاضر با نتایج مطالعات معتبر قبلی، نشان از درستی برنامه نوشته شده دارد.



شکل دیواره (صاف، منحنی و مورب) و شرط دمایی مختلف مانع لوزی شکل ( $\theta_b=1, \theta_b=0.5, \theta_b=0$ ) تعبیه شده درون محفظه بر مشخصات جریان و انتقال حرارت پرداخته می‌شود. در کار حاضر، عدد پرانتل مقدار ۱۰ فرض شده است.

### ۶-۱- اثر میدان مغناطیسی بر جریان و انتقال حرارت

با توجه به شکل ۸ مشاهده می‌شود که افزایش شاخص توانی سبب کم شدن انحنا و پراکندگی خطوط همدمای می‌شود. افزایش شاخص توانی منجر به افزایش ویسکوزیته ظاهری سیال شده و سبب می‌شود که هدایت حرارتی بر جابجایی غلبه کند. به موازات دیواره گرم قرار گرفتن خطوط همدمای نشان‌دهنده همین امر است. افزایش ویسکوزیته سیال سبب می‌شود سیال قدرت کافی برای حرکت درون محفظه را نداشته باشد. به همین دلیل تراکم خطوط همدمای نزدیک دیواره عمودی مشاهده می‌شود.

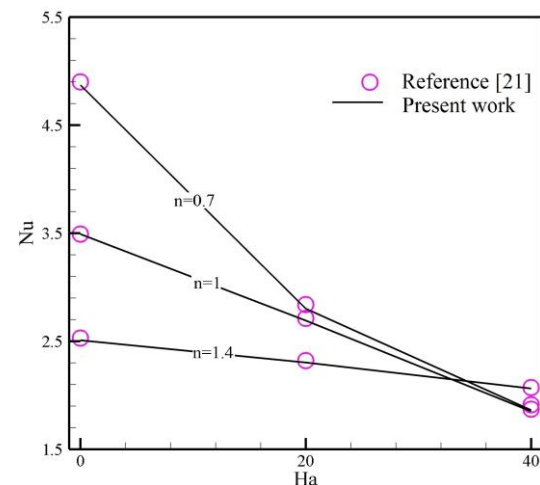


شکل (۷): سرعت افقی برای ابعاد مختلف شبکه در  $X=0.5$  و دیواره منحنی برای  $\theta_b=0, Ra=10^5, Ha=0, n=0.8$

برای به‌دست آوردن شبکه حل مناسبی که منجر به استقلال نتایج از شبکه انتخابی شود، شبکه با ابعاد  $60 \times 60, 80 \times 80, 100 \times 100, 120 \times 120$  و  $140 \times 140$  انتخاب شد. ابعاد شبکه به منظور استقلال یافتن نتایج از شبکه انتخابی تا زمانی تغییر می‌یابد که پروفیل‌های سرعت افقی بر هم منطبق شوند. با توجه به شکل ۷ مشاهده می‌شود که برای شبکه با ابعاد بیشتر از  $100 \times 100$  تغییر محسوسی در نتایج دیده نمی‌شود. همچنین با توجه به جدول ۲ می‌توان دریافت که با انتخاب شبکه  $100 \times 100$  می‌توان از دقت نتایج اطمینان حاصل کرد.

### ۶- نتایج

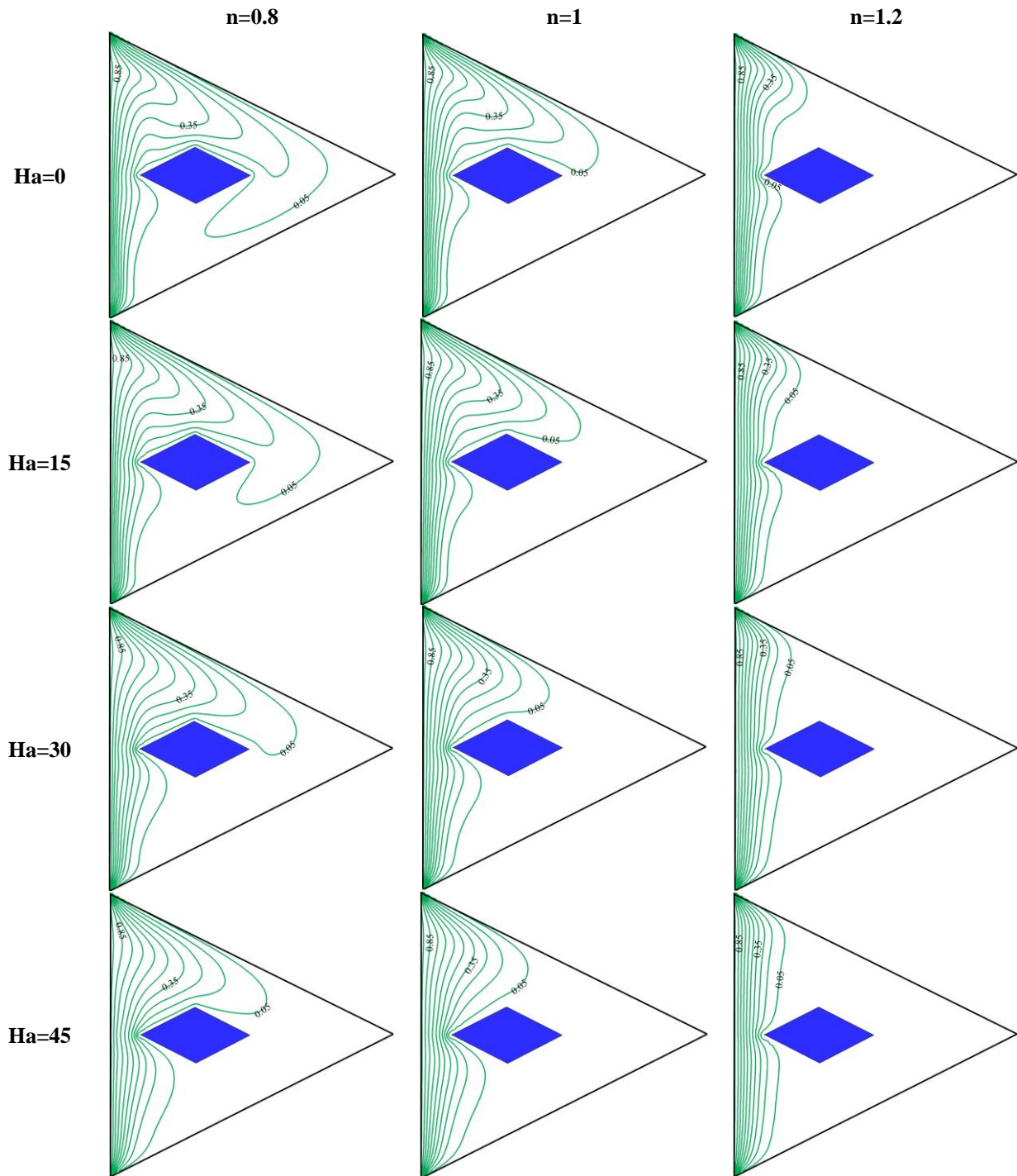
در این بخش به بررسی و تحلیل اثر پارامترهایی چون جهت ( $\lambda=0, 90^\circ$ ) و نوع اعمال میدان مغناطیسی (یکنواخت و غیر یکنواخت)، عدد هارتمن ( $Ha=0, 15, 30, 45$ )، شاخص توانی سیال ( $n=0.8, 1, 1.2$ )، عدد رایلی ( $Ra=10^3, 10^4, 10^5$ )،



شکل (۶): مقایسه عدد ناسلت متوسط بین کار حاضر و مرجع [۲۱] در عدد رایلی  $10^5$

جدول (۲): عدد ناسلت متوسط و بیشینه مقدار خطوط جریان به ازای مقادیر مختلف ابعاد شبکه برای دیواره منحنی و میدان مغناطیسی یکنواخت در  $\theta_b=0, Ra=10^5, Ha=15, \lambda=90^\circ$

	Grid size	60×60	80×80	100×100	120×120	140×140
<b>n=0.8</b>	Nu	۱۴/۸۱۸	۱۵/۲۶۵	۱۵/۵۹۱	۱۵/۸۲۴	۱۵/۸۹۱
	Error (%)	-	۳/۰۱۵	۲/۱۳۵	۱/۱۵۲	۰/۵۱۲
	MVS	۰/۳۳۸	۰/۳۴۵	۰/۳۵۵	۰/۳۶۱	۰/۳۶۵
<b>n=1.2</b>	Nu	۱۱/۷۲۹	۱۱/۸۸۲	۱۱/۹۸۳	۱۱/۹۸۳	۱۱/۹۸۳
	Error (%)	-	۱/۳۰۴	۰/۸۵۱	۰	۰
	MVS	۰/۰۴۲۵	۰/۰۴۳۶	۰/۰۴۵۱	۰/۰۴۵۱	۰/۰۴۵۱

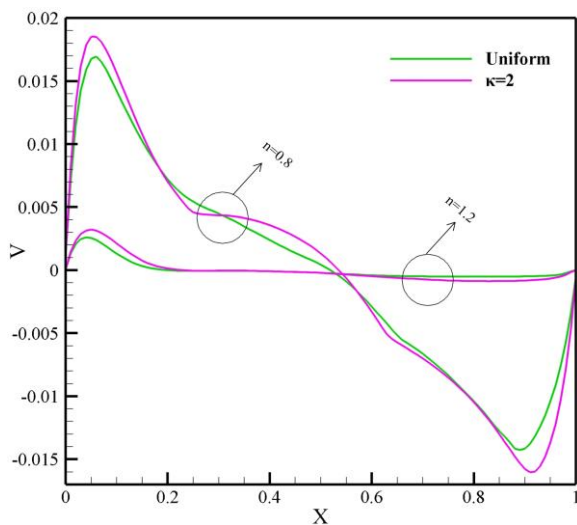


شکل (۸): خطوط همدمما به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن و شاخص توانی برای دیواره مورب در  $\theta_0=0, Ra=10^5, Ha=0$

و در  $n=1/2$  این اثر بسیار ناچیز است. زیرا در حالتی که سیال ضخیم‌شونده است، چون هدایت، پدیده غالب انتقال حرارت است، میدان مغناطیسی اثر چندانی نخواهد داشت. شکل ۹ نشان می‌دهد افزایش عدد هارتمن سبب کاهش انحنای پروفیل دما شده که این عامل سبب کم شدن اثرات

افزایش قدرت میدان مغناطیسی منجر به کاهش گسترده‌گی خطوط همدمما و موازی با دیواره قرار گرفتن می‌شود. زیرا افزایش عدد هارتمن سبب بیشتر شدن نیروی لورنتز، نیروی مقاوم در برابر حرکت جریان، می‌شود. ملاحظه می‌شود اثر افزایش عدد هارتمن با افزایش شاخص توانی کاهش می‌یابد

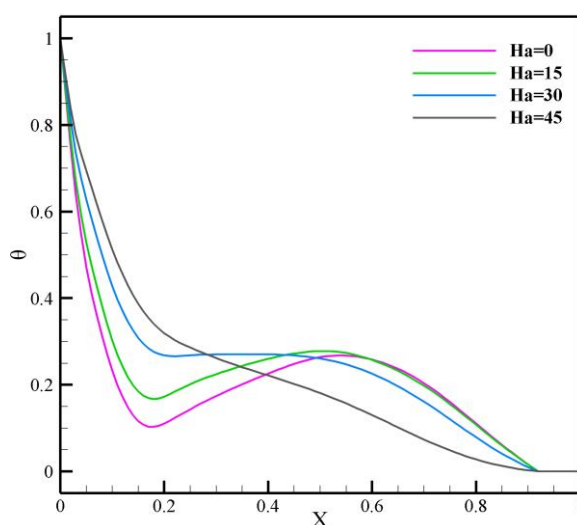
افزایش قدرت میدان مغناطیسی از صفر تا ۴۵ سبب کاهش ۲۳، ۱۷ و ۶ درصدی عدد ناسلت متوسط به ترتیب برای سیال نازک‌شونده، نیوتنی و ضخیم‌شونده می‌شود. زیرا افزایش شاخص توانی به‌طور محسوسی منجر به کاهش قدرت جریان می‌شود. با توجه به شکل ۱۱ مشاهده می‌شود که سرعت سیال با افزایش شاخص توانی از ۰/۸ به ۱/۲ به‌طور چشم‌گیری کاهش می‌یابد و این عامل سبب کم شدن قدرت چرخش سیال درون محفظه می‌شود. همچنین دیده می‌شود که با اعمال میدان مغناطیسی به‌صورت غیریکنواخت در مقایسه با حالت یکنواخت، سرعت سیال افزایش می‌یابد. زیرا در حالتی که میدان مغناطیسی به‌صورت پریودیک اعمال می‌شود، متوسط مجموع نیروهای حجمی مقاوم در برابر حرکت سیال کاهش می‌یابد. بعلاوه با توجه به اختلاف پروفیل سرعت‌ها دیده می‌شود که اثر میدان مغناطیسی با افزایش شاخص توانی، کاهش می‌یابد.



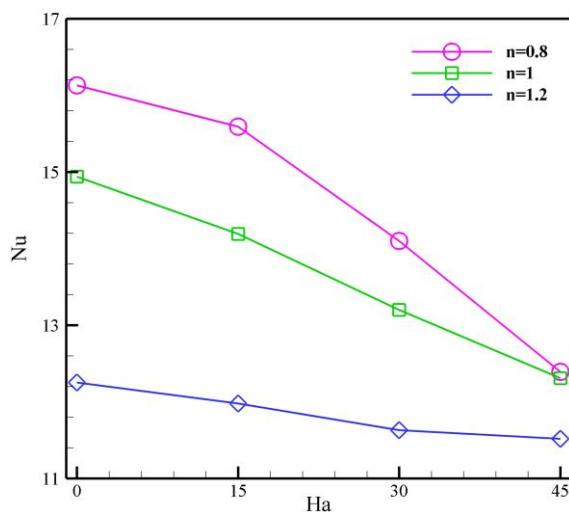
شکل (۱۱): سرعت عمودی در  $Y=0.7$  برای دیواره صاف در  $\theta_b=0.5$ ,  $Ra=10^5$ ,  $Ha=30$ ,  $\lambda=90^\circ$

با توجه به جدول ۳ دیده می‌شود که افزایش شاخص توانی سبب کاهش تأثیر پریودیک اعمال کردن میدان مغناطیسی می‌شود، به نحوی که این اثر برای سیال نازک‌شونده، نیوتنی و ضخیم‌شونده به ترتیب در حدود ۸، ۵/۵ و ۲ درصد است. زیرا با افزایش شاخص توانی، ویسکوزیته ظاهری سیال افزایش می‌یابد و از قدرت سیال برای گردش درون محفظه کاسته می‌شود که این سبب کاهش اثرات جابجایی می‌شود. به همین علت اثر میدان مغناطیسی در

جابجایی می‌شود. در عدد هارتمن ۴۵، پروفیل دما به سمت خطی شدن متمایل می‌شود که نشان از غالب شدن هدایت حرارتی دارد. با افزایش قدرت میدان مغناطیسی، دمای سیال نزدیک دیواره عمودی سمت چپ محفظه افزایش می‌یابد که این عامل منجر به کاهش میزان انتقال حرارت از دیواره گرم به سیال شده و در نتیجه کاهش عدد ناسلت متوسط را در پی دارد که در شکل ۱۰ نشان داده شده است. همچنین ملاحظه می‌شود که اثر میدان مغناطیسی با افزایش شاخص توانی، کاهش می‌یابد.

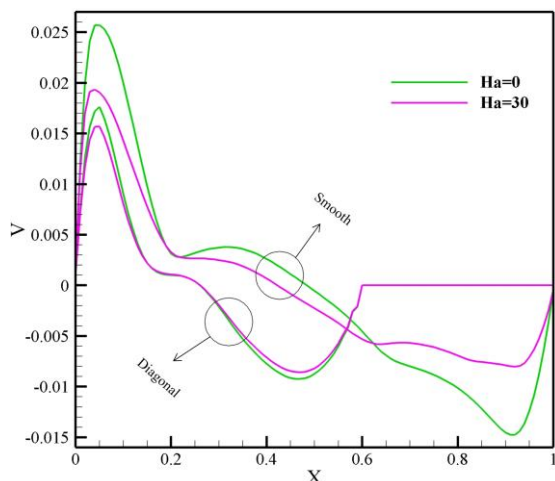


شکل (۹): دمای بدون بعد در  $Y=0.7$  برای دیواره منحنی در  $\theta_b=0$ ,  $Ra=10^5$ ,  $n=0.8$ ,  $\lambda=90^\circ$  و میدان مغناطیسی یکنواخت



شکل (۱۰): عدد ناسلت متوسط به ازای مقادیر مختلف شاخص توانی و عدد هارتمن برای دیواره منحنی در  $\theta_b=0$ ,  $Ra=10^5$ ,  $\lambda=90^\circ$  و میدان مغناطیسی یکنواخت

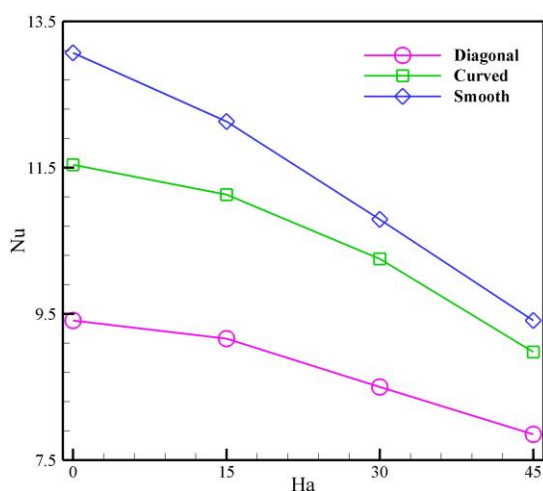
با توجه به شکل ۱۲، جدول ۵ و شکل ۱۳ دیده می‌شود که شکل دیواره تأثیر بارزی در میزان اثر بخشی اعمال میدان مغناطیسی دارد.



شکل (۱۲): سرعت عمودی در  $Y=0.3$  برای دیواره صاف در  $\theta_b=1, Ra=10^5, n=0.8, \lambda=90^\circ$  و میدان مغناطیسی یکنواخت

جدول (۵): بیشینه مقدار خطوط جریان برای میدان مغناطیسی یکنواخت در  $\theta_b=1, Ra=10^5, n=0.8, \lambda=90^\circ$

	Smooth	Curved	Diagonal
<b>Ha=0</b>	۰/۶۵	۰/۴۵	۰/۳۱
<b>Ha=15</b>	۰/۵۶	۰/۴۱۵	۰/۲۹۴
<b>Ha=30</b>	۰/۵۰۵	۰/۳۹۶	۰/۲۸۷
<b>Ha=45</b>	۰/۴۲	۰/۳۲	۰/۲۵



شکل (۱۳): عدد ناسلت متوسط به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن و شکل دیواره برای میدان مغناطیسی یکنواخت در  $\theta_b=1, Ra=10^5, n=0.8, \lambda=90^\circ$

هر دو نوع اعمال کم می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود که عدد ناسلت متوسط در حالتی که میدان مغناطیسی غیر یکنواخت اعمال می‌شود، بیشتر است. بیشترین مقدار عدد ناسلت متوسط مربوط به دو موج نوسان است.

جدول (۳): بیشینه مقدار خطوط جریان و عدد ناسلت متوسط برای دیواره صاف در  $\theta_b=0.5, Ra=10^5, Ha=30.8, \lambda=90^\circ$

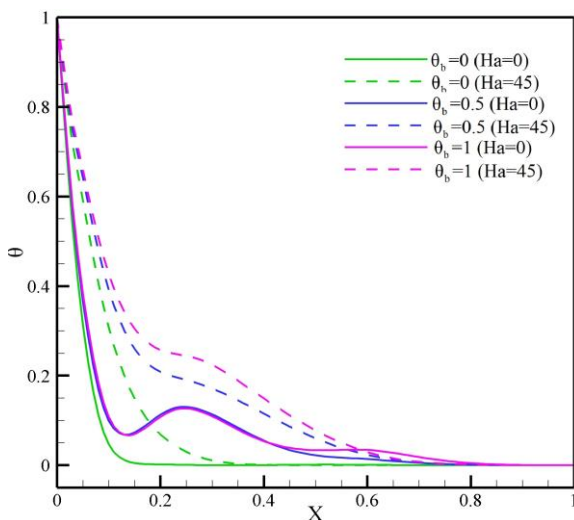
		uniform	$\kappa=1$	$\kappa=2$
<b>n=0.8</b>	MVS	۰/۳۴۱	۰/۳۸۵	۰/۴۷۳
	Nu	۱۳/۰۲۱	۱۳/۴۷۵	۱۴/۰۶۱
<b>n=1</b>	MVS	۰/۱۷۳	۰/۲۰۳	۰/۲۲۵
	Nu	۱۱/۶۷۲	۱۲/۰۱۲	۱۲/۳۷۱
<b>n=1.2</b>	MVS	۰/۰۲۶۱	۰/۰۲۹۶	۰/۰۳۳۱
	Nu	۱۰/۱۵۴	۱۰/۲۳۱	۱۰/۳۵۳

با توجه به جدول ۴ مشاهده می‌شود در تمامی موارد، افزایش عدد هارتمن سبب کاهش بیشینه مقدار خطوط جریان و عدد ناسلت متوسط می‌شود. همچنین قدرت چرخش سیال درون محفظه با اعمال میدان مغناطیسی به صورت غیر یکنواخت در مقایسه با حالت یکنواخت، بیشتر شده و این منجر به افزایش میزان انتقال حرارت می‌شود. تأثیر نوع اعمال میدان مغناطیسی با افزایش عدد هارتمن بیشتر می‌شود. به عنوان نمونه برای عدد هارتمن ۱۵ و ۴۵ پررودیک اعمال کردن میدان مغناطیسی با دو موج نوسان به ترتیب سبب افزایش ۳ و ۷ درصدی عدد ناسلت متوسط می‌شود.

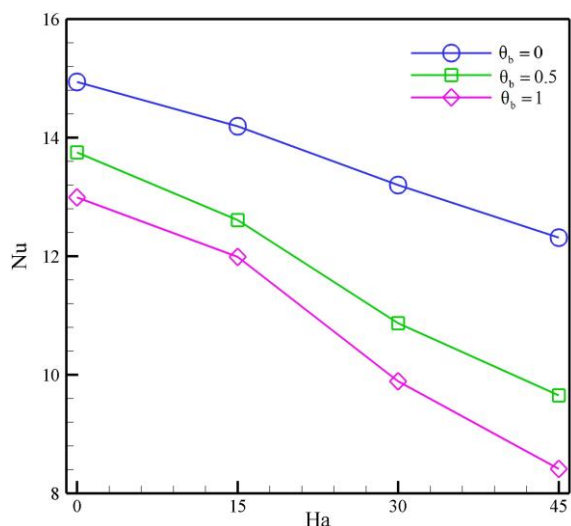
جدول (۴): بیشینه مقدار خطوط جریان و عدد ناسلت متوسط برای دیواره منحنی در  $\theta_b=0, Ra=10^5, \lambda=90^\circ, n=1$

		uniform	$\kappa=1$	$\kappa=2$
<b>Ha=0</b>	MVS	۰/۲۲۵	۰/۲۲۵	۰/۲۵۵
	Nu	۱۴/۹۴۱	۱۴/۹۴۱	۱۴/۹۴۱
<b>Ha=15</b>	MVS	۰/۱۸۱	۰/۱۹۲	۰/۲۰۵
	Nu	۱۴/۱۹۳	۱۴/۴۰۵	۱۴/۵۸۴
<b>Ha=30</b>	MVS	۰/۱۲۵	۰/۱۳۶	۰/۱۵۵
	Nu	۱۳/۱۹۸	۱۳/۶۷۱	۱۳/۹۴۱
<b>Ha=45</b>	MVS	۰/۰۷۵	۰/۰۹۵	۰/۱۲۳
	Nu	۱۲/۳۷۱	۱۲/۷۱۲	۱۳/۲۲۳

شکل دیواره سرد محفظه از مورب به صاف منجر به افزایش ۱۶۴ و ۴۸ درصدی بیشینه مقدار خطوط جریان به ترتیب برای سیال نازک‌شونده و ضخیم‌شونده می‌شود. همچنین دیده می‌شود افزایش شاخص توانی با افزایش ویسکوزیته سیال به‌طور میانگین منجر به کاهش ۸۵ درصدی قدرت جریان می‌شود.



شکل (۱۴): دمای بدون بعد در  $Y=0.2$  برای دیواره منحنی در  $Ra=10^5$ ,  $n=0.8$ ,  $\lambda=90^\circ$  و میدان مغناطیسی یکنواخت

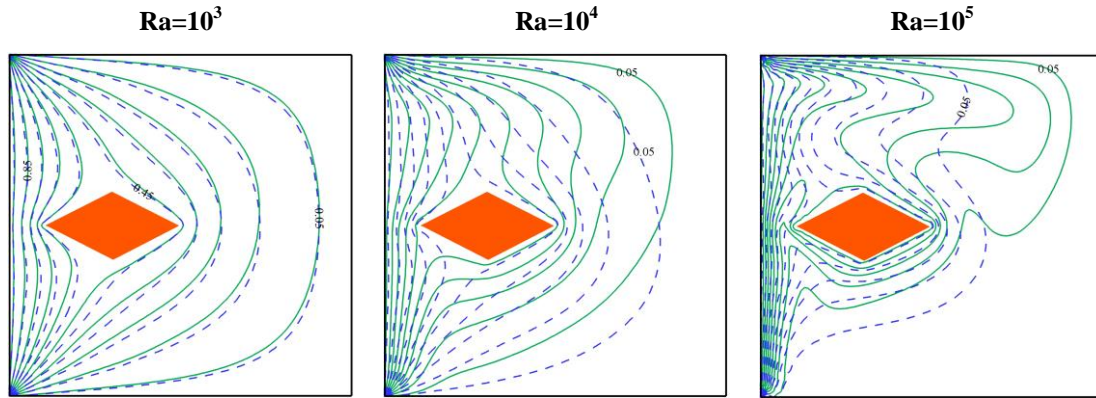


شکل (۱۵): عدد ناسلت متوسط به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن و شرط دمایی مانع برای دیواره منحنی در  $Ra=10^5$ ,  $n=0.8$ ,  $\lambda=90^\circ$  و میدان مغناطیسی یکنواخت

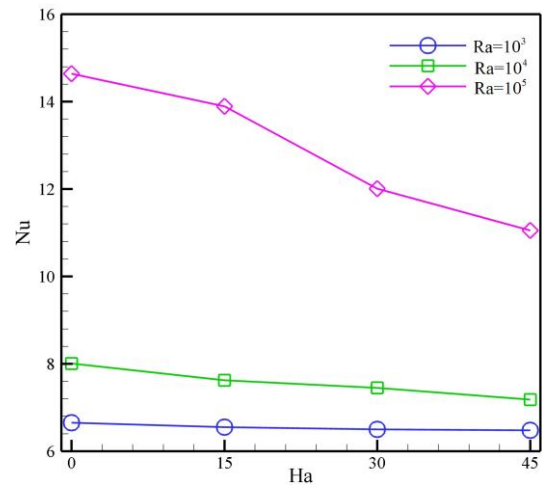
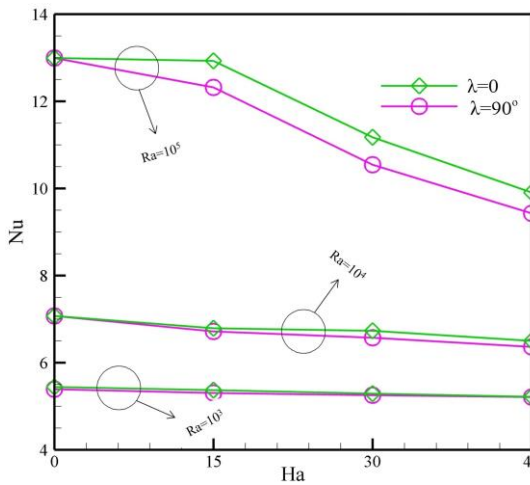
وقتی که دیواره مورب است، به دلیل کمبود فضای حرکتی و چرخش سیال درون محفظه، قدرت جریان کمتر از حالتی است که دیواره صاف است. افزایش عدد هارتمن از صفر به ۴۵ منجر به کاهش ۳۶، ۲۷ و ۱۹ درصدی بیشینه مقدار خطوط جریان به ترتیب برای دیواره صاف، منحنی و مورب می‌شود و به همین دلیل اثر میدان مغناطیسی کم‌تر است. کمترین مقدار عدد ناسلت متوسط مربوط به دیواره مورب است. زیرا در این حالت قدرت جریان و اثرات جابجایی، کم‌تر از دو حالت دیگر است. همچنین درصد کاهش عدد به دلیل متوسط با افزایش هارتمن برای دیواره مورب، منحنی و صاف به ترتیب در حدود ۱۷، ۲۳ و ۵۵ است. با توجه به شکل ۱۴ دیده می‌شود برای  $\theta_b=1$  دمای سیال درون محفظه بیشترین و برای  $\theta_b=0$  کمترین است. این عامل نشان می‌دهد که مقدار حرارت منتقل شده از دیواره به سیال در حالتی که مانع لوزی شکل در دمای ثابت سرد باشد، بیشترین است. بعلاوه با توجه به اختلاف پروفیل دماها در دو عدد هارتمن صفر و ۴۵ دیده می‌شود که اثر اعمال نمودن میدان مغناطیسی برای حالتی که دمای مانع، ثابت گرم است بیشترین و برای مانع سرد، کمترین است. در شکل ۱۵ عدد به دلیل متوسط روی دیواره گرم محفظه به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن و شرط دمایی مانع نشان داده شده است. همانطور که بیان شد، در تمامی مقادیر اعداد هارتمن، عدد به دلیل متوسط برای  $\theta_b=1$ ، کمترین است. زیرا میانگین دمای سیال درون محفظه در این حالت بیشترین است و حرارت کمتری به سیال منتقل می‌شود.

شکل ۱۶ خطوط جریان را به ازای سه نوع شکل دیواره برای سیال نازک‌شونده و ضخیم‌شونده نشان می‌دهد. سیال در مجاورت دیواره گرم سبک‌شده و به سمت بالا حرکت کرده و بعد از برخورد با دیواره سرد با افزایش جرم مخصوص روبرو شده و این سبب ایجاد گردابه ساعتگرد درون محفظه می‌شود. مشاهده می‌شود که قدرت جریان درون محفظه در حالتی که دیواره سرد مورب است کمترین است. زیرا در این حالت فضای کافی برای چرخش سیال وجود ندارد. تغییر



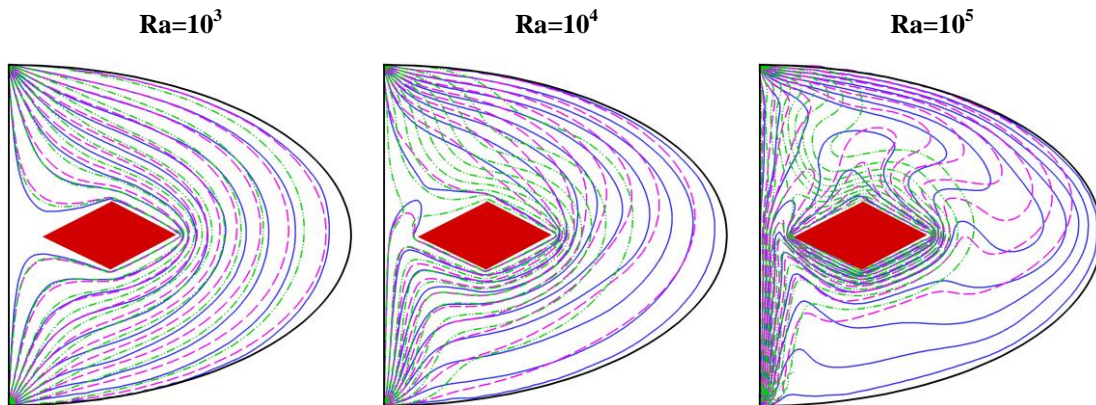


شکل (۱۷): خطوط همدمما به ازای مقادیر مختلف عدد رایلی و عدد هارتمن برای دیواره صاف در  $\theta_b=0.5, n=0.8, \kappa=1, \lambda=90^\circ$  (Ha=45) - - - و (Ha=0) - - -



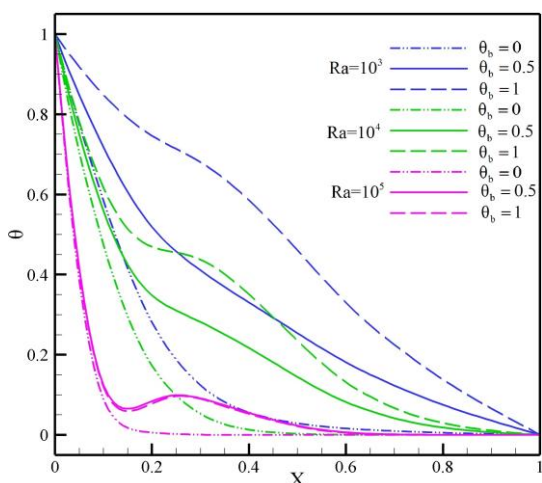
شکل (۱۸): عدد ناسلت متوسط به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن، عدد رایلی و زاویه اعمال میدان مغناطیسی برای دیواره منحنی در  $\theta_b=1, n=0.8, \kappa=1$

شکل (۱۹): عدد ناسلت متوسط به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن و عدد رایلی برای دیواره صاف در  $\theta_b=0.5, n=0.8, \kappa=1, \lambda=90^\circ$

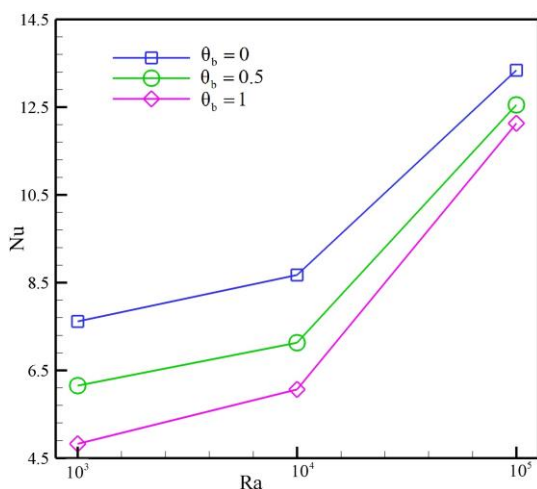


شکل (۲۰): خطوط همدمما به ازای مقادیر مختلف عدد رایلی و شاخص توانی برای دیواره منحنی در  $\theta_b=1, Ha=0$  (n=1.2) - . . - و (n=1) - - - ، (n=0.8) - - -

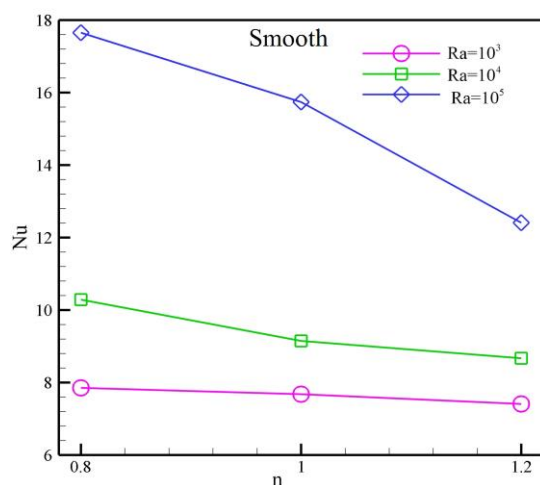
$\theta_b=0$  کمترین است. با توجه به اینکه پروفیل دما در عدد رایلی  $10^3$  شبه خطی است، هدایت حرارتی غالب است و دمای سیال درون محفظه زیاد است. با افزایش عدد رایلی دمای سیال کاهش می‌یابد و پروفیل دما از خطی بودن فاصله می‌گیرد که منجر به افزایش انتقال حرارت از دیواره به سیال می‌شود. بر طبق شکل ۲۳ افزایش عدد رایلی از  $10^3$  به  $10^5$  منجر به افزایش در حدود ۱۵۰، ۱۰۵ و ۷۵ درصدی عدد به دلیل متوسط به ترتیب برای  $\theta_b=0.5$ ،  $\theta_b=1$  و  $\theta_b=0$  می‌شود. زیرا در این حالت اثر نیروهای شناوری و جابجایی افزایش می‌یابد.



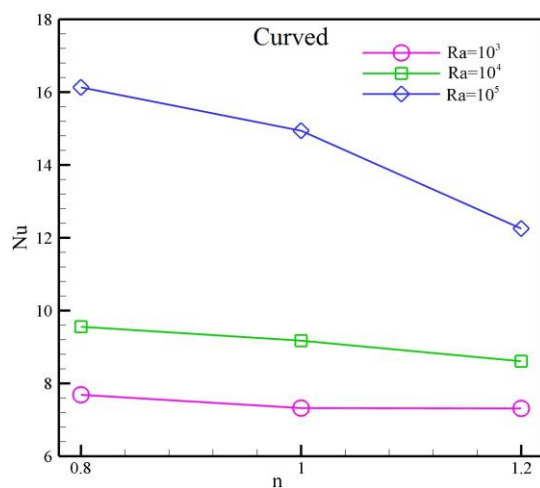
شکل (۲۲): دمای بدون بعد در  $Y=0.3$  برای دیواره صاف در  $n=0.8$ ،  $Ha=15$ ،  $\lambda=90^\circ$  و میدان مغناطیسی یکنواخت



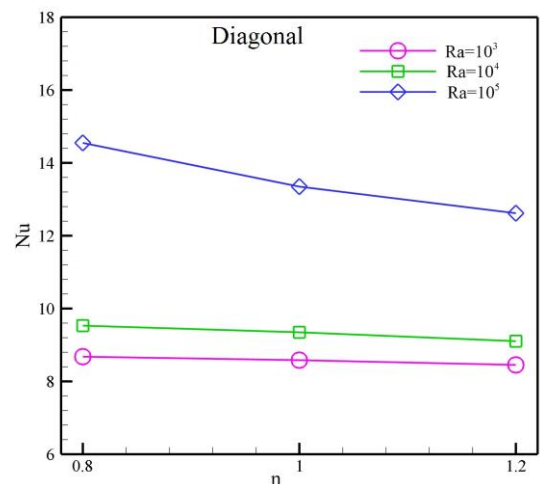
شکل (۲۳): عدد ناسلت متوسط به ازای مقادیر مختلف عدد رایلی و دمای مانع برای دیواره صاف در  $n=0.8$ ،  $Ha=15$ ،  $\lambda=90^\circ$



(الف)



(ب)



(ج)

شکل (۲۱): عدد ناسلت متوسط به ازای مقادیر مختلف شاخص توانی، عدد رایلی و شکل دیواره در  $\theta_b=0$ ،  $Ha=0$

تأثیر دمای مانع و عدد رایلی بر میزان انتقال حرارت در شکل ۲۲ و ۲۳ نشان داده شده است. با توجه به شکل ۲۲ ملاحظه می‌شود میزان اثر بخشی افزایش عدد رایلی بر افزایش میزان انتقال حرارت برای  $\theta_b=1$  بیشترین و برای



## ۷- نتیجه‌گیری

در شبیه‌سازی عددی ارائه شده، انتقال حرارت سیال نیوتنی و غیرنیوتنی با مدل توانی به روش شبکه بولتزمن با زمان آسایش چندگانه مورد مطالعه قرار گرفت. برای میدان جریان و میدان دما به ترتیب از آرایش شبکه  $D_2Q_9$  و  $D_2Q_5$  استفاده شد. اثر شکل دیواره سرد محفظه و حالات مختلف دمایی مانع لوزی شکل تعبیه شده درون محفظه بر جریان جابجایی طبیعی بررسی شد. میدان مغناطیسی به صورت یکنواخت و غیر یکنواخت در دو زاویه مختلف بر محفظه اعمال شد. برای اطمینان از صحت برنامه رایانه‌ای نوشته شده به زبان فرترن، کار حاضر با مراجع مختلف از نظر کیفی و کمی مورد مقایسه قرار گرفت و اختلاف کم بین نتایج حاصل شده، درستی نتایج را نشان داد. مهم‌ترین نتایج به‌دست آمده را می‌توان در چند مور زیر ارائه نمود:

۱- در تمامی حالات، افزایش عدد رایلی به دلیل افزایش نیروهای شناوری منجر به افزایش قدرت جریان شکل گرفته درون محفظه و عدد ناسلت متوسط می‌شود.

۲- افزایش عدد هارتمن در تمامی حالات منجر به کاهش سرعت جریان و عدد ناسلت متوسط می‌شود. اعمال میدان مغناطیسی به صورت افقی، عدد ناسلت متوسط و قدرت جریان کمتری را در پی دارد.

۳- شکل دیواره پارامتر مهمی بر میزان انتقال حرارت است، به نحوی که بیشترین قدرت جریان و عدد ناسلت متوسط مربوط به دیواره صاف می‌شود و با طراحی دیواره به صورت مورب تا ۳۰ درصد از مقدار انتقال حرارت کاسته می‌شود. بیشترین میزان تأثیر میدان مغناطیسی مربوط به دیواره سرد محفظه به شکل صاف است.

۴- افزایش شاخص توانی سیال به دلیل افزایش ویسکوزیته سبب کاهش سرعت جریان و عدد ناسلت متوسط می‌شود. کمترین میزان تأثیر میدان مغناطیسی مربوط به سیال ضخیم‌شونده است.

۵- غیر یکنواخت اعمال کردن میدان مغناطیسی تا ۱۰ درصد عدد ناسلت متوسط را افزایش می‌دهد و این تأثیر با افزایش شاخص توانی و کاهش عدد هارتمن، کاهش می‌یابد. با افزایش تعداد موج نوسان، عدد ناسلت متوسط و قدرت جریان افزایش می‌یابد.

۶- دمای مانع تعبیه شده درون محفظه، بر میزان انتقال حرارت تأثیر چشم‌گیری دارد. بیشترین مقدار عدد ناسلت متوسط مربوط به زمانی است که مانع در دمای ثابت سرد قرار داشته باشد. با این حال، بیشترین میزان تأثیر میدان مغناطیسی و عدد رایلی مربوط به حالتی است که مانع در دمای ثابت گرم قرار داشته باشد.

۷- در اعداد رایلی پایین به دلیل غالب شدن هدایت حرارتی، تأثیر افزایش شاخص توانی و عدد هارتمن، کم است.

## ۸- مراجع

- Benos, L. T. and Sarris, I. E. "The Interfacial Nano-Layer Role on Magnetohydrodynamic Natural Convection of an Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water Nanofluid", Heat Transf. Eng., Vol. 42, No. 2, pp. 89-105, 2021.
- Anwar, T., Kumam, P., and Watthayu, W. "Unsteady MHD Natural Convection Flow of Casson Fluid Incorporating Thermal Radiative Flux and Heat Injection/Suction Mechanism Under Variable Wall Conditions", Sci. Rep., Vol. 11, No. 1, pp. 1-5, 2021.
- Nemati, M. and Rahmati, A. R. "Application of Lattice Boltzmann Method for Simulation of Natural Convection Nanofluid Flow Inside a Parallelogram Shaped Cavity with Two Triangular Obstacles in the Presence of Magnetic Field", Iranian J. Mech. Eng Trans ISME, Vol. 21, No. 2, pp. 92-113, 2019. (In Persian)
- Alinejad, J. and abolfazliesfehiani, J. "Lattice Boltzmann Simulation and Taguchi Optimization of Magnetic Field Effects on Nanofluid Natural Convection in a Semicircular Enclosure", Fluid Mech. Aero. J., Vol. 6, No. 2, pp. 45-59, 2017. (In Persian)
- Rahman, A., Nag, P., Molla, M. M., and Hassan, S. "Magnetic Field Effects on Natural Convection and Entropy Generation of Non-Newtonian Fluids Using Multiple-Relaxation-Time Lattice Boltzmann Method", Int. J. Mod. Phys. C., Vol. 17, pp. 78-91, 2020.
- Nemati, M., Sefid, M., and Mohamadzade, H. "The Effect of Wall Shape and Aspect Ratio on Heat Transfer Non-Newtonian Power Law Fluid in the Presence of Magnetic Field", Iranian J. Mech. Eng. Tran.s ISME, Vol. 22, No. 4, pp. 116-130, 2021. (In Persian)

16. Nemati, M., Mohamadzade, H., and Chamkha, A. J. "Optimal Wall Natural Convection for a Non-Newtonian Fluid with Heat Generation/Absorption and Magnetic Field in a Quarter-Oval Inclined Cavity", *Phys. Scr.*, Vol. 96, No. 12, p. 125234, 2021.
17. Nemati, M. and Rahmati, A. R. "Investigation of Magnetic Field Effect on Nanofluid Mixed Convection inside Lid-Driven K-shaped Enclosure Using Lattice Boltzmann Method", *J. Solid Fluid Mech.*, Vol. 8, pp. 211-126, 2018. (In persian)
18. Jahanbakhshi, A., Nadooshan, A. A., and Bayareh, M. "Magnetic Field Effects on Natural Convection Flow of a Non-Newtonian Fluid in an L-Shaped Enclosure", *J. Therm. Anal Calorim*, Vol. 133, No. 3, pp. 1407-1416, 2018.
19. Afsana, S., Molla, M. M., Nag, P., Saha, L. K., and Siddiqua, S. "MHD Natural Convection and Entropy Generation of non-Newtonian Ferrofluid in a Wavy Enclosure", *Int. J Mech. Sci.*, Vol. 198, p. 106350, 2021.
20. Ali, F. H., Hamzah, H. K., Egab, K., Arıcı, M. and Shahsavari, A. "Non-Newtonian Nanofluid Natural Convection in a U-Shaped Cavity Under Magnetic Field", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 186, p. 105887, 2020.
21. Aghakhani, S., Pordanjani, A. H., Karimipour, A., Abdollahi, A., and Afrand, M. "Numerical Investigation Of Heat Transfer in a Power-Law Non-Newtonian Fluid in a C-Shaped Cavity With Magnetic Field Effect Using Finite Difference Lattice Boltzmann Method", *Comput. Fluids*, Vol. 176, pp. 51-67, 2018.
22. Selimefendigil, F. and Öztop, H. F. "Natural Convection and Entropy Generation of Nanofluid Filled Cavity Having Different Shaped Obstacles Under the Influence of Magnetic Field and Internal Heat Generation", *J. Taiwan Inst. Chem. Eng.*, Vol. 56, pp. 42-56, 2015.
23. Varol, Y., Öztop, H. F., and Yilmaz, T. "Two-Dimensional Natural Convection in a Porous Triangular Enclosure with a Square Body", *Int Commun Heat Mass Transf*, Vol. 34, No. 2, pp. 238-247, 2007.
24. Lee, J. R. "Numerical Simulation of Natural Convection in a Horizontal Enclosure: Part I. on The Effect of Adiabatic Obstacle in Middle", *Int. J. Heat. and Mass. Transf.*, Vol. 124, pp. 220-232, 2018.
25. Gangawane, K. M. and Manikandan, B. "Laminar Natural Convection Characteristics in an Enclosure with Heated Hexagonal Block for Non-Newtonian Power Law Fluids", *Chin. J. Chem. Eng.*, Vol. 25, No. 5, pp. 555-571, 2017.
7. Tasmin, M., Nag, P., Hoque, Z. T., and Molla, M. M. "Non-Newtonian Effect on Heat Transfer and Entropy Generation of Natural Convection Nanofluid Flow Inside A Vertical Wavy Porous Cavity", *SN. App. Sci.*, Vol. 3, No. 3, pp. 1-29, 2021.
8. Afrouzi, H. H., Ahmadian, M., Hosseini, M., Arasteh, H., Toghraie, D., and Rostami, S. "Simulation of Blood Flow in Arteries with Aneurysm: Lattice Boltzmann Approach (LBM)", *Comput. Methods Programs Biomed*, Vol. 187, p. 105312, 2020.
9. keyhanpor, M. and Ghasemi, M. "Numerical Analysis of Heat and Mass Transfer of Magnetic Nanoparticles in a Non-Newtonian Blood Flow, under Influence of Magnetic Field", *Fluid Mech Aero J*, Vol. 7, No. 2, pp. 19-31, 2019. (In Persian)
10. Foong, L. K., Shirani, N., Toghraie, D., Zarringhalam, M., and Afrand, M. "Numerical Simulation of Blood Flow Inside an Artery Under Applying Constant Heat Flux Using Newtonian and Non-Newtonian Approaches for Biomedical Engineering", *Comput. Methods Programs Biomed*, Vol. 190, pp. 105375, 2020.
11. Izadi, M. "Effects of Porous Material on Transient Natural Convection Heat Transfer of Nano-Fluids Inside a Triangular Chamber", *Chin J Chem Eng*, Vol. 28, No. 5, pp. 1203-1213, 2020.
12. Loenko, D. S. and Sheremet, M. A. "Numerical Modeling of The Natural Convection of a Non-Newtonian Fluid in a Closed Cavity", *Comput. Res Model*, Vol. 12, No. 1, pp. 59-72, 2020.
13. Lukose, L., Biswal, P., and Basak, T. "Analysis of Flow And Thermal Maps During Natural Convection within Porous Triangular Configurations Subjected to Linear Heating at Inclined Walls", *Numer Heat Transf; A: Appl*, Vol. 78, No. 9, pp. 479-503, 2020.
14. Rahimi, A., Kasaeipoor, A., Amiri, A., Doranehgard, M. H., Malekshah, E. H. and Kolsi, L. "Lattice Boltzmann Method Based on Dual-MRT Model for Three-Dimensional Natural Convection and Entropy Generation in Cu-Water Nanofluid Filled Cuboid Enclosure Included with Discrete Active Walls", *Comput Math Appl*, Vol. 75, No. 5, pp. 1795-1813, 2018.
15. Zhang, R., Aghakhani, S., Pordanjani, A. H., Vahedi, S. M., Shahsavari, A., and Afrand, M. "Investigation of the Entropy Generation During Natural Convection of Newtonian and Non-Newtonian Fluids Inside the L-Shaped Cavity Subjected to Magnetic Field: Application of Lattice Boltzmann Method", *Eur Phys J Plus*, Vol. 135, No. 2, pp. 184-201, 2020.

31. Trouette, B. "Lattice Boltzmann Simulations of a Time-Dependent Natural Convection Problem", *Comput. Math Appl.*, Vol. 66, No. 8, pp. 1360-1371, 2013.
32. Yin, X. and Zhang, J. "An Improved Bounce-Back Scheme for Complex Boundary Conditions in Lattice Boltzmann Method", *J. Comput. Phys.*, Vol. 231, No. 11, pp. 4295-4303, 2012.
33. Wang, Z., Wei, Y., and Qian, Y. "A Bounce Back-Immersed Boundary-Lattice Boltzmann Model for Curved Boundary", *App. Math. Model.*, Vol. 81, pp. 428-440, 2020.
34. Nemati, M., Jahangiri, R., and Khalilian, M. "Analysis of Heat Transfer in the Cavity with Different Shapes Filled Nanofluid in the Presence of Magnetic Field with Heat Generation/Absorption Using LBM", *J. Mech. Eng. Vibration*, Vol. 10, No. 4, pp. 51-62, 2020. (In Persian)
35. Turan, O., Sachdeva, A., Chakraborty, N., and Poole, R. J. "Laminar Natural Convection of Power-Law Fluids in a Square Enclosure with Differentially Heated Side Walls Subjected to Constant Temperatures", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 166, pp. 1049-1063, 2011.
26. Zhao, P. and Li, Z. "Spectroscopies of Rod-and Pear-Shaped Nuclei in Covariant Density Functional Theory", *Int. J. Mod. Phys. E.*, Vol. 27, No. 10, pp. 183-201, 2018.
27. Nemati, M., Mohamadzade, H. and Sefid, M. "Investigation the Effect of Direction of Wall Movement on Mixed Convection in Porous Enclosure with Heat Absorption/Generation and Magnetic Field", *Fluid Mech. Aero. J.*, Vol. 9, No. 1, pp. 99-115, 2020. (In Persian)
28. Bahiraei, M. and Hangi, M. "Natural Convection of Magnetic Nanofluid In A Cavity Under Non-Uniform Magnetic Field: a Novel Application", *J. Supercond Nov. Magn.*, Vol. 27, No. 2, pp. 587-594, 2014.
29. Ouahas, M., Amahmid, A., Hasnaoui, M., Mansouri, A. E., and Dahani, Y. "Multi Relaxation Time Lattice Boltzmann Method Simulation of Natural Convection Combined with Surface Radiation in a Square Open Cavity from Three Discrete Heat Sources", *Heat. Transf. Eng.*, Vol. 42, No. 8, pp. 706-722, 2021.
30. Yang, X. and Wang, L. "Multiple-relaxation-Time Lattice Boltzmann Study of the Magnetic Field Effects on Natural Convection of Non-Newtonian Fluids", *Int. J. Mod. Phys. C.*, Vol. 28, No. 11, pp. 175-197, 2017.

