

ارزیابی مدل آشفتگی جدید GEKO در جریان همراه با کاویتاسیون بر روی پرتابه‌های استوانه‌ای سر تخت و سر کروی

رامین فدایی رودی^۱ محمود پسندیده فرد^۲

دانشکده مهندسی

دانشگاه فردوسی مشهد

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱۲/۲۸؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۶/۲۹)

چکیده

تحلیل جریان سیال همراه با کاویتاسیون در کاربردهای هیدرودینامیکی بسیار حائز اهمیت است. در این ارتباط پیش بینی دقیق ابعاد کاویته و توزیع فشار و دینامیک جریان اطراف و داخل کاویته بخصوص در محل بسته شدن کاویته بسیار مورد توجه بوده است. در این مقاله جریان همراه با کاویتاسیون حول پرتابه‌های استوانه‌ای با دماغه سر تخت و نیم کروی بصورت عددی بررسی شده است. بدین منظور در مقاله حاضر چهار مدل آشفتگی $k-\omega$ SST, $k-\omega$, $k-\epsilon$ -Realizable و GEKO توسط نرم افزار فلونت بررسی شده است. مدل کاویتاسیون زوارت برای تحلیل جریان استفاده گردیده است. در این پژوهش جریان با دامنه اعداد کاویتاسیون مختلف (۱/۸ تا ۰/۱) با نتایج تجربی و عددی دیگران مورد مقایسه قرار گرفته است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد مدل آشفتگی اخیر ارائه شده توسط منتر بنام GENelarilized-KOmega (GEKO) که دو معادله اضافی حل می‌کند و جدیداً به نرم افزار فلونت افزوده شده است خصوصاً برای اعداد کاویتاسیون بزرگتر به همراه مدل کاویتاسیون زوارت جواب به مراتب بهتری ارائه می‌دهد.

واژه های کلیدی: کاویتاسیون؛ سیلندر سر تخت؛ سیلندر سر نیم کروی؛ مدل آشفتگی GEKO

Investigation of the New GEKO Turbulence Model For Flows with Cavitation Around Projectiles with Flat and Hemispherical Heads

Fadaei Roodi, R.

Pasandidehfard, M.

Department of Mechanical Engineering,
Ferdowsi University of Mashhad, Iran

(Received: 18/March/2021 ; Accepted:20/September/2021)

ABSTRACT

In hydrodynamic applications, accurately predicting fluid flows with cavitation is very important. In this regard, prediction of the cavity dimensions and the pressure distribution and the flow dynamics, inside and around the cavity, specifically at the closing point has frequently been under consideration. In this study, cavitating flow around cylindrical projectiles with flat or hemispherical heads is considered numerically. To this end, four turbulence models of $k-\epsilon$ -Realizable, $k-\omega$ Standard, $k-\omega$ SST, and GEKO, in combination with the Zwart cavitation model are considered using the Fluent software. Flows with a vast range of cavitation numbers (0.1-1.8) are considered in comparison with the experimental and numerical results of other researchers. Our results show that the last turbulence model proposed by Menter, namely the GENelarilized-KOmega (GEKO) model, in which two extra equations are solved, predicts the results much better, particularly for higher cavitation numbers..

Keywords: Cavitation, Flat Cylinder Head, Hemispherical Cylinder Head, GEKO Turbulence Model.

۱- دانشجوی دکتری: ramin_fadaei@yahoo.com

۲- استاد (نویسنده پاسخگو): fard_m@um.ac.ir

۱- مقدمه

کاویتاسیون، یک پدیده فیزیکی پیچیده و چند فازی است که بر اثر شکل‌گیری حباب‌های بخار درون یک مایع هنگامی که فشار به صورت موضعی به فشار بخار اشباع و یا کمتر از آن میرسد، رخ می‌دهد. گرچه این پدیده عموماً به عنوان یک پدیده مضر شناخته می‌شود، ولی به عنوان یک پدیده مفید نیز، در دهه‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته است. کاویتاسیون معمولاً بر روی وسایل متحرک زیر آب مانند زیردریایی، هیدروفرویل و پره‌های پروانه‌های دریایی ظاهر می‌شود. تشکیل کاویتاسیون با کاهش پسا عملکرد اجسام متحرک زیر آب را به طور قابل توجهی افزایش می‌دهد. عدد کاویتاسیون یک عدد بدون بعد است که برای تعیین حساسیت جریان به کاویتاسیون و مشخص کردن جریان کاویتاسیونی استفاده می‌شود. این عدد اینگونه تعریف می‌شود: $\sigma = (P - P_v) / (0.5\rho U^2)$ که در این رابطه P و U فشار و سرعت جریان آزاد هستند و همچنین P_v فشار بخار و ρ جرم مخصوص سیال است. این عدد نشان دهنده نسبت اختلاف فشار جریان آزاد و فشار داخل کاوبیتی به انرژی جنبشی جریان آزاد است [۱].

جهت شبیه‌سازی دقیق پدیده کاویتاسیون به یک مدل انتقال جرم دقیق، مدل کاویتاسیون و همچنین مدل آشفتگی مناسب نیاز وجود دارد. انواع مختلفی از مدل انتقال جرم را می‌توان برای مدل‌سازی کاویتاسیون استفاده کرد. مدل‌های معروف کاویتاسیون بر اساس رویکردهای نیمه تحلیلی توسط محققان زیادی پیشنهاد شده است [۲، ۳ و ۴].

بسته به فیزیک یک مسئله، شبیه‌سازی عددی کاویتاسیون را می‌توان با دو نظریه انجام داد: ۱- روش‌های ردیابی سطح مشترک ۲- روش‌های جریان تعادلی همگن. در روش اول، فشار کاوبیتی ثابت و مقدار آن برابر با فشار بخار اشباع فرض شده است و محاسبات فقط برای فاز مایع انجام می‌شود. این روش نوعی تقریب لاگرانژی است و بر اساس معیار خط جریان فشار، سطح مشترک بین مایع و بخار را ردیابی می‌کند. روش ردیابی سطح مشترک محدود به کاویتاسیون ورقه‌ای می‌باشد که مناسب برای شبیه‌سازی رشد و جداسازی کاوبیتی نیست. این روش با استفاده از معادلات جریان بالقوه یا با معادلات اوایلر و ناویر-استوکس شبیه‌سازی می‌شود [۵].

روش‌های جریان تعادلی همگن از مدل‌سازی یک سیال همگن برای دو فاز بهره می‌گیرند و یک مجموعه از معادلات را برای هر دو فاز (با خواص متفاوت در هر فاز) حل می‌کنند. شرط جریان تعادلی همگن معادل با شرط هم‌سرعت بودن (عدم لغزش بین دو فاز) و هم‌دما بودن در ناحیه‌ی تماس دو فاز است که برای مسائل مهندسی، این ساده‌سازی منطقی می‌باشد.

روش‌های تعادلی همگن طیف وسیعی از مدل‌سازی کاویتاسیون را شامل می‌شوند. اختلاف کارهایی که بر مبنای مدل سیال همگن انجام شده بیشتر به دلیل روابط مختلفی است که برای تعریف میدان چگالی متغیر دو فاز استفاده شده‌اند. یک روش متداول برای محاسبه‌ی میدان چگالی، استفاده از معادله حالت ترمودینامیکی بخار - مایع می‌باشد. روش دیگر، حل معادله انتقال برای نسبت حجمی مایع (یا بخار) به همراه جمله چشمه برای مدل‌سازی انتقال جرم بوده که در این روش چگالی مخلوط براساس نسبت حجمی هر فاز محاسبه می‌شود.

در میان طرح‌های مختلف بازسازی سطح، از روش کسر حجمی مایعات^۱ (VOF) به طور گسترده‌ای برای توصیف ساز و کار انتقال فاز بین مایع و بخار موجود در کاوبیتی استفاده شد. برای مثال: پسندیده فرد و روحی [۶]، شانگ [۷]، روحی و همکاران [۸]، یو [۹]، و کیم و لی [۱۰] از این روش استفاده کرده‌اند. نتایج نشان می‌دهند که روش (VOF) برای هندسه‌های مختلف به درستی کاوبیتی را پیش بینی می‌کند.

مدل دقیق و رایج دیگر مبتنی بر معادله انتقال^۲ (TEM) وجود دارد که با اضافه شدن یک معادله انتقال اضافی، کسر جرمی بخار و مایع در میدان و همچنین جرم مخصوص میدان را تخمین می‌زند [۱۱ و ۱۲]. برخی از مدل‌های کاویتاسیون وجود دارند که تفاوت آنها در نوع معادله انتقال می‌باشد. مدل کوبوتا با فرض ثابت بودن مقدار فشردگی هسته، از معادله ریلی‌پلست^۳ استخراج شده است. در این مدل ترم اصلی در آن، با جذر اختلاف فشار محلی با فشار بخار متناسب است [۱۳]. مدلی که توسط سوئر [۱۴] و

¹ Volume-Of-Fluid (VOF)

² Transport Equation-based Methods (TEM)

³ Reighley-Plesset

Realizable-k- ϵ به خوبی توانسته این شرایط را مدل کند. همچنین چنگونگ [۲۱] کاویتا حاصل از شبیه‌سازی مدل‌های k- ϵ و SST k- ω را مورد مقایسه قرار داده است. وی بیان می‌کند که نتایج این سه مدل شباهت زیادی با هم دارند و به خوبی با نتایج نیمه تجربی مطابقت دارد.

دلگشا و همکاران [۲۲] چهار مدل آشفتگی را برای شبیه‌سازی جریان‌های ناپایدار کاویتاسیونی در یک هندسه از نوع ونتوری مقایسه کردند. آنها اثرات تراکم پذیری جریان را نیز بر روی نتایج بررسی کردند و نتیجه گرفتند نتایج حاصل از در نظر گرفتن اثرات تراکم پذیری جریان، بر روی مدل‌های RNG - ϵ و $k - \omega$ موجب افزایش دقت می‌شود. نتیجه مطالعات گناکالوش [۲۳] در سال ۲۰۱۱ بیان می‌کند که مدل SST k- ω در هندسه‌های ونتوری از سایر مدل‌های RANS دقیق تر است.

برادران و نیکسرشت [۲۴] جریان‌های ناپایدار کاویتاسیونی حول یک کاویتاتور مخروطی و دیسکی را بصورت سه بعدی شبیه‌سازی کردند. آنها معادلات RANS را همراه با یک معادله انتقال اضافی برای کسر حجمی مایع و با استفاده از روش حجم محدود و الگوریتم SIMPLE حل کردند. برای حل جریان آشفته، از مدل SST k- ω استفاده شد و نتایج با داده‌های تجربی و روابط تحلیلی مطابقت خوبی پیدا کرد. گو و همکاران [۲۵] برای شبیه‌سازی جریان همراه با کاویتاسیون طبیعی حول یک پرتابه از روش جریان تعادلی همگن^۱ استفاده کردند. بدین منظور از مدل آشفتگی k- ϵ استفاده کردند. شانگ و همکاران [۷] کاویتاسیون حول زیردریایی استوانه ای را شبیه‌سازی کردند. آنها از مدل آشفتگی SST k- ω و روش VOF با استفاده از مدل کاویتاسیون سوئر به تحلیل جریان پرداختند.

پرک و هیون [۲۶] جریان‌های سوپرکاویتاسیونی پرسرعت در اطراف یک کاویتاتور گوه‌ای و نیم‌کروی را با استفاده از معادلات ناویر استوکس گذرا و با روش حجم محدود شبیه‌سازی کردند. نتایج به دست آمده با نتایج عددی مقایسه شده است. یو و همکاران [۹] رفتار ناپایای کاویتاسیون را بر روی یک پرتابه سه بعدی در عدد

یوان [۲] پیشنهاد شد مدلی مبتنی بر معادله ریلی-پلست که از ثابتهای تجربی مستقل است می‌باشد. کانز [۱۵] مدلی را با الگوریتم پیش شرط شده همراه با اصلاح ترم‌های اصلی بر اساس داده‌ها تجربی ارائه داد. مدل ارائه شده توسط سینگهال [۱۶]، که به یک مدل کاویتاسیون کامل معروف می‌باشد، ساده شده معادله ریلی-پلست می‌باشد و بر اساس دینامیک کاویتا و اندازه گازهای غیرقابل چگالش به دست آمده است. مدل زوارت [۱۷] معادله ساده شده ریلی-پلست می‌باشد که بر اساس دینامیک حباب به دست آمده است. فرض اصلی در استخراج این مدل این است که تمام حباب‌های سیستم دارای اندازه یکسانی هستند و اثر متقابلی بین آنها وجود ندارد. در مورد انتخاب مدل کاویتاسیون مناسب می‌توان به کارهای زمندی [۱۸] و صابری‌نی پا [۱۹] اشاره کرد که با بررسی مدل‌های سوئر و سینگهال و زوارت به نتیجه رسیدند که مدل زوارت جواب‌های بهتری ارائه می‌دهد.

به دلیل ناپایداری جریان همراه با کاویتاسیون و همچنین بالا بودن عدد رینولدز در اینگونه جریان‌ها، انتخاب مدل آشفتگی مناسب بسیار حائز اهمیت می‌باشد. روش‌های مختلفی برای شبیه‌سازی کاویتا استفاده شده است که متداول‌ترین روش حل معادلات Reynolds Averaged Navier Stokes (RANS) است. از آنجایی که معادلاتی که برای مدل‌های آشفتگی مورد استفاده قرار می‌گیرد در واقع از معادلات برای جریان غیر کاویتاسیونی حاصل می‌شود، یک مدل ویسکوزیته گردابی برای در نظر گرفتن اثرات کاویتاسیون در این معادلات اضافه می‌شود [۱۷]. مدل‌های آشفتگی دقیق‌تر مانند Large Eddy Simulation (LES) و روش حل مستقیم Direct Numerical Simulation (DNS) اگرچه پاسخ‌های دقیقتری دارند ولی به دلیل هزینه محاسباتی بسیار بالا، در کاربردها کمتر مورد استفاده قرار می‌گیرند.

سعادت و همکاران [۲۰] نشان دادند که در شبیه‌سازی جریان حول استوانه سر تخت مدل Realizable-k- ϵ باوجود اینکه سرعت بالاتری نسبت به مدل Reynolds Stress دارد، اما جواب‌هایی مشابه با آن داده است. همچنین آنها با مقایسه نتایج با داده‌های تجربی نشان دادند که مدل

¹ Homogeneous-Equilibrium Methods

کاویتاسیون برای مدل آشفستگی GEKO ارائه نگردیده است اهمیت این تحقیق بیشتر معلوم می‌شود.

۲- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر جریان در این مسئله معادلات بقای جرم یا پیوستگی و اندازه حرکت یا همان ناویر-استوکس می‌باشند که برای همه جریان‌ها لازم است حل شوند.

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_m u_j) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_m u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_m u_i u_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu_m \frac{\partial u_i}{\partial x_j}) \quad (2)$$

معادلات (۱) و (۲) به ترتیب معادله پیوستگی و مومنتم حاکم بر جریان است که در اینجا p فشار و u سرعت جریان می‌باشد. همچنین ρ_m و μ_m بترتیب جرم مخصوص و لزجت دینامیکی مخلوط هستند. (i, j, k) نشان‌دهنده جهت‌های مختصات دکارتی هستند.

$$\rho_m = \rho_v \alpha_v + (1 + \alpha_v) \rho_l \quad (3)$$

$$\mu_m = \mu_v \alpha_v + (1 + \alpha_v) \mu_l \quad (4)$$

در معادله‌های (۳) و (۴) α_v کسر حجم بخار است. همچنین به ترتیب، ρ_v و ρ_l جرم مخصوص بخار و جرم مخصوص آب هستند و μ_v و μ_l لزجت دینامیکی بخار و مایع هستند. معادله انتقال جرم بخار به صورت زیر است:

$$\frac{\partial \rho_v \alpha_v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_v \alpha_v u_j) = \dot{m}^+ + \dot{m}^- \quad (5)$$

\dot{m}^+ و \dot{m}^- به ترتیب عبارت منبع انتقال جرم در هنگام تبخیر و چگالش هستند.

متغیرهای \dot{m}^+ و \dot{m}^- در مدل کاویتاسیون زوارت [۲۱] که در این پژوهش مورد استفاده قرار گرفته به صورت زیر است:

$$\text{if } P \leq P_v \quad (6)$$

$$\dot{m}^+ = C_e \frac{3\alpha_{nuc}(1-\alpha_v)\rho_v}{R_B} \left(\frac{2}{3} \frac{p_v - P}{\rho_l}\right)^{1/2}$$

$$\text{if } P_v \leq P \quad (7)$$

$$\dot{m}^- = C_c \frac{3\alpha_v \rho_{vv}}{R_B} \left(\frac{2}{3} \frac{p_v - P}{\rho_l}\right)^{1/2}$$

کاویتاسیون ۰/۵۸ با استفاده از مدل آشفستگی LES، و همچنین روش VOF با مدل کاویتاسیون کانز شبیه‌سازی کردند. رشد و تکامل کاویتاسیون حاصل از شبیه‌سازی این مدل‌ها با نتایج آزمایشگاهی نزدیک بود. جی و همکاران [۲۷] ساختار کاویتاسیون اطراف هیدروفویل پیچ خورده را با استفاده از مدل اصلاح شده k-ε RNG مورد بررسی قرار دادند. همچنین جی و همکاران [۲۸] با به کارگیری مدل LES همراه با یک مدل کاویتاسیون همگن، رفتار کاویته اطراف یک هیدروفویل NACA66 را به صورت عددی بررسی کردند. آنها مشاهده کردند که ساختارهای اساسی مختلفی، رفتارهای پیچیده کاویتاسیون را تحت تاثیر قرار می‌دهند، از جمله رشد دینامیکی کاویتاسیون، اثر تقابل کاویتاسیون با گردابه و همچنین نوسانات فشار ناشی از کاویتاسیون رفتارهایی هستند که بر روی کاویتاسیون تاثیر گذار هستند.

بین و همکاران [۲۹] توانایی چهار مدل تلاطم در پیش‌بینی جریان حفره ناپایدار در اطراف هیدروفویل پیچ خورده را با هم مقایسه کردند. نتایج حاصل از مدل SST k-ω با داده‌های تجربی مطابقت بهتری دارد. به گفته گنگ و همکاران [۳۰] مدل آشفستگی ω-SST k عملکرد بهتری نسبت به مدل ε-k برای جریان‌های کاویتاسیونی دارد.

سالاری و همکاران [۳۱] در یک تحقیق، جریان اطراف یک دماغه پهن همراه با اسپایک به کمک مدل یک معادله‌ای آشفستگی اسپالارت-آلماراس و سه مدل آشفستگی دو معادله-ای K-ε، K-ω، K-ω-SST مقایسه نتایج حاصله، مدل آشفستگی متناسب برای این نوع شبیه‌سازی‌ها را معرفی کردند.

از مدل‌های آشفستگی دیگری که در شبیه‌سازی جریان می‌توان استفاده کرد مدل k-ω Generalized (GEKO) می‌باشد. منتر و همکاران در سال ۲۰۱۹ با هدف بهبود پیش‌بینی اغتشاشات جریان، مدل (k-ω) عمومی شده را ارائه کردند [۳۲]. در مقاله حاضر سعی شده علاوه بر حل جریان همراه با کاویتاسیون توسط مدل GEKO، نتایج حاصل از این مدل با نتایج مدل‌های رایج دیگر و نتایج تجربی دیگران مورد ارزیابی قرار گیرد. حال با توجه به اینکه تا به امروز نتایج حاصل از شبیه‌سازی جریان همراه با

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho}u_i\omega) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial\omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega \quad (12)$$

منظور از G_ω و G_k به ترتیب نرخ تولید k و نرخ تولید ω می‌باشد. منظور از Γ_k و Γ_ω میزان نفوذ مؤثر k و ω می‌باشد. در نهایت Y_ω و Y_k بیانگر اتلاف k و ω می‌باشند.

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}, \quad \sigma_k = 2 \quad (13)$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}, \quad \sigma_\omega = 2 \quad (14)$$

$$\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega} \quad (15)$$

به منظور محاسبه نرخ تولید k و ω از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$G_k = \tau_{ij} \frac{\partial(u_i)}{\partial x_j} = -\rho u_i'' u_j'' \frac{\partial(u_i)}{\partial x_j} \quad (16)$$

$$G_\omega = \alpha \frac{\omega}{k} G_k \quad (17)$$

همچنین به منظور محاسبه ترم‌های اتلاف k و ω از رابطه‌های زیر استفاده می‌شود:

$$Y_k = \bar{\rho} \beta^* f_\beta k \omega \quad (18)$$

$$Y_\omega = \bar{\rho} \beta f_\beta \omega^2 \quad (19)$$

سایر جزئیات ضرایب و ثوابت در مقاله مرجع [۳۶] آورده شده است.

۳-۲-۲ مدل k- ω SST

مشکل اصلی مدل ویلکاکس، حساسیت زیاد این مدل به جریان آزاد است. از این رو در سال ۱۹۹۴ مدل $k-\omega$ SST توسط منتر توسعه داده شده است [۳۷]. تفاوت این مدل با مدل استاندارد ویلکاکس در مدل‌سازی نواحی نزدیک دیواره و نواحی دور است. مدل $k-\omega$ SST ترکیبی از مدل $k-\omega$ برای نواحی نزدیک دیواره و مدل $K-\varepsilon$ برای نواحی دور از دیواره است. همچنین ثوابت به کار رفته در دو مدل متفاوت است. علاوه بر آن در مدل $k-\omega$ SST رابطه انتقال ω ، ترم cross diffusion اضافه شده است و تعریف لزجت آشفتگی نیز اصلاح شده است.

در این مدل شامل معادله انتقال برای انرژی جنبشی آشفتگی (k) و نرخ اتلاف مخصوص (ω) می‌باشد.

که α_{nuc} کسر حجمی هسته و برابر ب 5×10^{-4} است. سایر پارامترها عبارت اند از:

$$R_B = 10^{-6}, C_e = 50, C_c = 0.001$$

در این مقاله چهار مدل آشفتگی k- ε -Realizeable، Standard، k- ω SST و k- ω Generalized GEKO به کار گرفته شده و نتایج حل عددی آنها بر روی مساله مربوطه مقایسه شده است.

۲-۱-۲ مدل k- ε -Realizeable

این مدل یک نسخه پیشرفته از مدل مرجع K- ε -standard است [۳۳]. اصطلاح "Realizeable" به این معنی است که این مدل محدودیت‌های خاصی را در تنش‌های رینولدز اعمال می‌کند که مطابق با فیزیک جریان‌های آشفتنه است. در حالی که در دیگر مدل‌ها این محدودیت‌ها وجود ندارد. معادلات انتقال مدل شده برای K و ε که به ترتیب بیانگر انرژی جنبشی جریان آشفتنه و نرخ اضمحلال انرژی جنبشی آشفتنه هستند عبارت‌اند از:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) \quad (8)$$

$$= \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(Dk_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + G_k - \varepsilon$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(D\varepsilon_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right)$$

$$+ \sqrt{2} C_{1\varepsilon} S_{ij\varepsilon} - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\varepsilon\nu}}$$

که لزجت آشفتنه U_i توسط رابطه (۱۰) تعیین می‌گردد:

$$U_i = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (10)$$

جزئیات ضرایب و ثوابت در مقالات مرجع [۳۴] و [۳۵] آورده شده است.

۲-۲-۲ مدل k- ω standard

این مدل که در سال ۱۹۹۸ توسط ویلکاکس [۳۶] ارائه شده، شامل دو معادله انتقال برای انرژی جنبشی آشفتگی (k) و نرخ اتلاف مخصوص (ω) می‌باشد.

$$\frac{\partial(\bar{\rho}k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho}u_i k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k \quad (11)$$

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}, \quad \sigma_k = 2 \quad (28)$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}, \quad \sigma_\omega = 2 \quad (29)$$

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\max\left(\omega, S/C_{Redize}\right)} \quad (30)$$

به منظور محاسبه نرخ تولید k و ω از رابطه (۳۱) و (۳۲) استفاده می‌شود.

$$G_k = \tau_{ij} \frac{\partial(u_i)}{\partial x_j} = -\rho u_i u_j \frac{\partial(u_i)}{\partial x_j} \quad (31)$$

$$G_\omega = C_{w1} F_1 \frac{\omega}{k} G_k \quad (32)$$

به منظور محاسبه اتلاف k و ω از رابطه‌های (۳۳) و (۳۴) استفاده می‌شود.

$$Y_k = C_{\mu} \bar{\rho} k \omega \quad (33)$$

$$Y_\omega = C_{w2} F_2 \bar{\rho} \omega^2 \quad (34)$$

جمله cross diffusion به معادله انتقال ω اضافه می‌گردد.

$$D_\omega = \rho F_3 \frac{2}{\sigma_\omega} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (35)$$

این مدل با استفاده از سه تابع F_1 ، F_2 و F_3 مدل‌سازی آشفتگی را برحسب نیاز مسئله، تنظیم می‌کند. شش پارامتر نیز برای این هدف معرفی شده است. در ادامه به معرفی هر یک از این پارامترها پرداخته می‌شود.

۲-۴-۱- پارامتر C_{sep}

مقدار پیش‌فرض این پارامتر در مدل آشفتگی GEKO برابر ۱/۷۵ است. تخصیص این مقدار، منجر به عملکرد مشابه مدل $K - \omega - sst$ می‌شود. همچنین مقدار C_{sep} برابر ۱ مشابه عملکرد مدل آشفتگی $K - \varepsilon$ می‌باشد.

افزایش این پارامتر باعث حساسیت بیشتر لایه مرزی به گرادیان فشار معکوس و کاهش لزجت آشفتگی می‌شود، بنابراین این‌طور می‌توان استنباط کرد که افزایش این پارامتر قدرت جدایش جریان را افزایش داده و باعث انتقال نقطه جدایش به بالادست جریان می‌گردد.

این پارامتر در ناحیه جریان برشی آزاد نیز تأثیرگذار است. افزایش این پارامتر باعث کاهش نرخ گسترش جریان برشی آزاد می‌شود. در ضمن، این پارامتر تأثیری در

$$\frac{\partial(\bar{\rho}k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho}u_i k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k \quad (20)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho}u_i \omega) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega \quad (21)$$

لزجت آشفتگی طبق معادله زیر تعریف می‌شود.

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max\left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{SF_2}{a_1 \omega}\right]} \quad (22)$$

منظور از G_ω و G_k به ترتیب نرخ تولید k و نرخ تولید ω می‌باشد. منظور از Γ_k و Γ_ω میزان نفوذ مؤثر k و ω می‌باشد. و در نهایت Y_k و Y_ω بیانگر اتلاف k و ω می‌باشند.

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}, \quad \sigma_k = \frac{1}{\frac{F_1}{\sigma_{k,1}} + \frac{1-F_1}{\sigma_{k,2}}}, \quad \sigma_{k,1} = 2, \sigma_{k,2} = 1 \quad (23)$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}, \quad \sigma_\omega = \frac{1}{\frac{F_1}{\sigma_{\omega,1}} + \frac{1-F_1}{\sigma_{\omega,2}}}, \quad \sigma_{\omega,1} = 2, \sigma_{\omega,2} = 1.168 \quad (24)$$

به منظور محاسبه نرخ تولید ω از رابطه زیر استفاده می‌شود.

$$G_\omega = \frac{\alpha \alpha^*}{V_t} G_k \quad (25)$$

مقدار لزجت آشفتگی و جمله انرژی جنبشی تولید شده (G_k) همانند مدل استاندارد محاسبه می‌گردد. همچنین اتلاف k و ω همانند مدل استاندارد می‌باشد، با این تفاوت که مقدار f_{β^*} برابر ۱ است. سایر جزئیات ضرایب و ثوابت در مقاله مرجع [۳۷] آورده شده است.

۲-۴-۲- مدل $k-\omega$ Generalized (GEKO)

منتر و همکاران در سال ۲۰۱۹ با هدف بهبود پیش‌بینی اغتشاشات جریان، مدل $(k-\omega)$ عمومیت یافته را ارائه کردند [۳۲]. این مدل دو معادله‌ای مبتنی بر مدل $(k-\omega)$ بوده اما دارای انعطاف‌پذیری بالا برای تنظیم مدل برای طیف گسترده‌ای از جریان‌ها می‌باشد.

$$\frac{\partial(\bar{\rho}k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho}u_i k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k \quad (26)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho}u_i \omega) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega \quad (27)$$

منظور از G_ω و G_k به ترتیب نرخ تولید k و نرخ تولید ω می‌باشد. منظور از Γ_k و Γ_ω میزان نفوذ مؤثر k و ω می‌باشد. و در نهایت Y_k و Y_ω بیانگر اتلاف k و ω می‌باشند.

داشت که نتایج عددی در این حالت تحقق پذیر باشند. در مدل GEKO به منظور جلوگیری از این اتفاق، محدودیت تحقق پذیری در محاسبه لزجت آشفتگی در نظر گرفته شده است.

$$v_t = \min\left(\frac{k}{\omega}, C_{Realize} \frac{k}{S}\right) = \frac{k}{\max\left(\omega, S/C_{Realize}\right)} \quad (37)$$

$$C_{Realize} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.577 \quad (38)$$

محدودیت تحقق پذیری علاوه بر موارد بالا دارای یک مزیت دیگر در روند محاسبات دارد. در بعضی حالت‌ها که مقدار ω به سمت صفر میل می‌کند، این محدودیت، از واگرا شدن حل عددی جلوگیری می‌کند.

۳- روش حل عددی

در این تحلیل الگوریتم فشار مینا به کار برده شده است. برای حل معادلات ناویر استوکس از نرم‌افزار انسیس فلوئنت ۲۰ استفاده شده است. با توجه به پیچیدگی‌های جریان کاویتاسیون، از ترکیب چند الگوریتم در روند حل استفاده شده است به این صورت که در ابتدا با استفاده از الگوریتم سیمپل سی و با کاهش ضرایب زیر تخفیف حل شروع شده و با همگرایی نسبی نتایج ضرایب به مقدار پیش فرض فلوئنت نزدیک شده است. همچنین در ابتدا تحلیل‌ها با دقت مرتبه اول انجام شده است و از نتایج آن برای شرایط اولیه لازم برای مرتبه دوم بالادست استفاده شده است. در انتها از الگوریتم کوپل^۱ با عدد کورانت یک، برای رسیدن به جواب نهایی استفاده شده است. این بدین معنی است که با الگوریتم پیش فرض نرم‌افزار نمی‌توان جریان همراه با کاویتاسیون را حل کرد بلکه باید با تنظیم کردن نرم افزار براساس تغییرات گفته شده در طی مراحل مختلف حل، و تهیه الگوریتم حل خاص، جریان همراه با کاویتاسیون را حل کرد. الگوریتم حل طراحی شده برای حل جریان توسط مدل‌های مختلف آشفتگی در این تحقیق، به این صورت است که در هر مرحله از تغییرات در روش حل، باید با تعداد مشخص تکرار، تحلیل انجام شود و این تعداد تکرار حل آنقدر بزرگ در نظر گرفته شده است که حل در آن مرحله برای همه مدل‌های مختلف قطعاً همگرا شده باشد. بنابراین

پیش‌بینی تنش برشی دیواره، ضریب انتقال حرارت دیواره و پروفیل سرعت ناحیه لگاریتمی ندارد. به ازای هر مقدار C_{sep} یک مقدار بهینه برای پارامتر C_{mix} وجود دارد که در معرفی این پارامتر اشاره می‌گردد.

۲-۴-۲- پارامتر C_{Mix}

مقدار پیش فرض این پارامتر با استفاده از رابطه‌ای برحسب C_{sep} بهینه شده است.

$$C_{mix} = 0.35 \text{Sign}(C_{sep} - 1) \sqrt{|C_{sep} - 1|} \quad (36)$$

با توجه به رابطه فوق، مقدار C_{mix} برای مقادیر $(C_{sep} > 1)$ ، مثبت بوده و برای مقادیر $(C_{sep} < 1)$ ، منفی است.

این پارامتر تنها در نواحی جریان برشی آزاد تأثیر دارد و داخل لایه مرزی با استفاده از تابع F_{blend} محافظت می‌شود (با استفاده از این تابع، کاربر فاصله‌ای از دیواره که C_{mix} در آن اثر نکند را تعیین می‌کند). افزایش این پارامتر باعث افزایش لزجت آشفتگی و متعاقباً موجب افزایش نرخ گسترش جریان برشی آزاد می‌شود.

۲-۴-۳- پارامتر C_{jet}

این پارامتر هنگامی فعال است که پارامتر C_{mix} فعال باشد. مقدار پیش فرض این پارامتر برابر ۰/۹ است. افزایش این پارامتر می‌تواند اثر C_{mix} را کاهش دهد یعنی نرخ گسترش جت آزاد را کاهش دهد.

۲-۴-۴- پارامتر C_{NW}

این پارامتر فقط در ناحیه داخلی لایه مرزی اثرگذار است و بر روی ناحیه جریان برشی آزاد اثری ندارد. افزایش این پارامتر باعث افزایش تنش برشی و انتقال حرارت دیواره می‌شود. مقدار پیش فرض این پارامتر برابر ۰/۵ است. این پارامتر تأثیر زیادی در پیش‌بینی نقطه سکون و نقطه اتصال مجدد دارد.

۲-۴-۵- پارامتر $C_{Realize}$ (تحقق پذیری)

بحث تحقق پذیری مدل‌های آشفتگی بر این نکته تأکید دارد که منفی شدن تنش‌های رینولدز عمودی، از نظر فیزیکی غیرممکن است. نقض محدودیت تحقق پذیری باعث افزایش غیر فیزیکی انرژی جنبشی آشفتگی می‌شود و از آنجایی که جریان تداخل موج ضربه‌ای و لایه مرزی دارای نواحی فراوانی با گرادیان سرعت بالا می‌باشد که منجر به افزایش تولید انرژی جنبشی آشفتگی می‌شود، بنابراین نمی‌توان انتظار

¹ Coupled

جدول (۱): شرایط مرزی و مشخصات جریان

عدد کاویتاسیون	۰/۵	۰/۴	۰/۳	۰/۲
سرعت ورودی (m/s)	۱۹/۷۹	۲۲/۱۳	۲۵/۵۵	۳۱/۲۹
فشار بخار آب (pa)	۳۵۴۰			
جرم مخصوص مایع (kg/m^3)	۹۹۸/۲			
جرم مخصوص بخار (kg/m^3)	۰/۵۵۴۳			
لزج دینامیکی مایع ($kg/m.s$)	۰/۰۰۱۰۰۳			
لزجت دینامیکی بخار ($kg/m.s$)	1.34×10^{-5}			

۳-۲- استقلال از شبکه

شبکه‌بندی میدان محاسباتی به صورت متقارن محوری و با سازمان انجام شده است و در شبکه‌بندی سعی شده است معیارهای شبکه‌بندی از جمله نسبت سطری کمتر از ۳۰ و Equisize Skew کمتر از ۰/۲ رعایت شود.

برای شبکه‌بندی میدان محاسبات به قسمت‌های مختلف تقسیم شده است و هر قسمت به صورت با سازمان شبکه‌بندی شده است. تصویر قسمتی از تقسیم‌بندی‌های میدان محاسباتی به صورت شکل ۲ است.

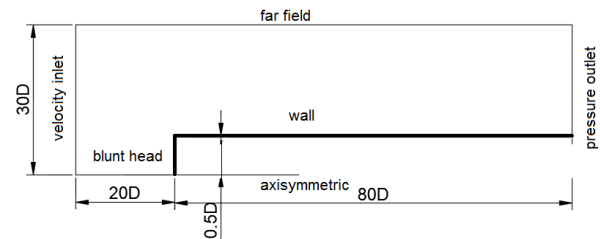
به منظور بررسی استقلال نتایج از شبکه محاسباتی، هنده استوانه با پیشانی تخت با شبکه‌بندی مختلف ایجاد شده و مورد تحلیل قرار گرفته است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی جریان با شبکه‌های مختلف بر مبنای مقدار ضریب پسا و مقدار طول به قطر کویتی L/D برای عدد کاویتاسیون ۰/۵ مورد ارزیابی قرار گرفته است (جدول ۲).

با توجه به جدول ۲، نتایج از تعداد سلول ۱۶۵۰۰۰۰ عدد به بعد تقریباً یکسان هستند، لذا برای افزایش سرعت تحلیل‌ها شبکه‌بندی با تعداد سلول ۱۶۵۰۰۰۰ انتخاب شده است. شایان ذکر است که به جهت اینکه شرط مرزی انتهایی بر نحوه بسته شدن کاویتا و توزیع فشار آن اثر نگذارد فاصله آن را دور در نظر گرفته‌ایم. بنابراین تعداد زیاد سلول محاسباتی اولاً به دلیل اینست که دامنه حل بسیار

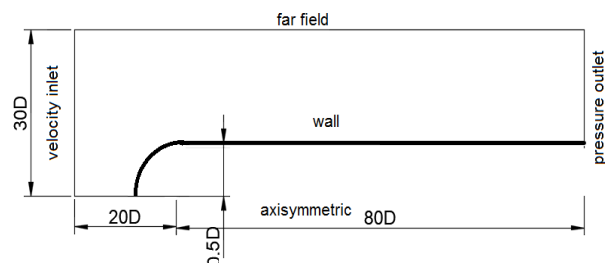
می‌توان گفت، مدل‌های آشفتگی مورد بررسی در این تحقیق با تعداد مشخص تکرار به جواب نهایی می‌رسند. البته ناگفته نماند که این دلیل بر آن نیست که نقطه همگرایی مدل‌های آشفتگی مختلف همانطور که شکل ۳ نشان می‌دهد یکسان بوده و با یک تعداد مشخص می‌تواند حل همگرا شود. در این تحقیق چهار مدل‌های آشفتگی Generalize و $k-\omega$ SST ، $k-\omega$ Standard ، Realizable- $k-\epsilon$ (GEKO) مورد استفاده قرار گرفته‌اند. همچنین مدل کاویتاسیون زوارت برای حل جریان کاویتاسیون مورد استفاده قرار گرفته است.

۳-۱- هندسه و شرایط مرزی

در این مقاله جریان همراه با کاویتاسیون حول استوانه با دماغه تخت و نیم کروی در نظر گرفته شده است. شکل ۱ شبکه محاسباتی به همراه شرایط مرزی را نشان می‌دهد. اندازه دامنه محاسباتی برای هر دو هندسه $100D \times 30D$ می‌باشد که D قطر استوانه برابر $D=1\text{cm}$ می‌باشد. محاسبات $100D$ که فاصله بین جریان ورودی و دماغه $20D$ و طول جسم $80D$ می‌باشد. شرایط مرزی مطابق شکل ۱ می‌باشد.



الف) استوانه سر تخت



ب) استوانه دماغه نیم کروی

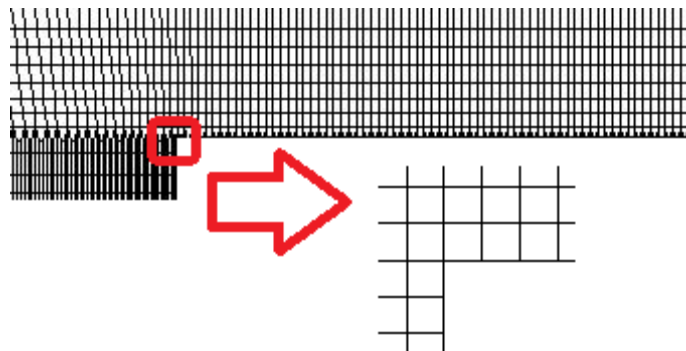
شکل (۱): دامنه محاسباتی به همراه شرایط مرزی

همچنین شرایط مرزی و جریان در ۴ عدد کاویتاسیون مختلف شامل ۰/۲، ۰/۳، ۰/۴ و ۰/۵ σ به صورت جدول ۱ است.

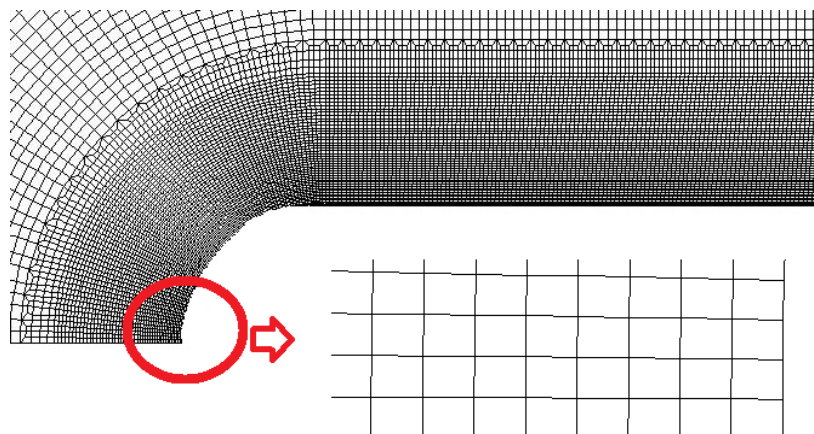
کاویتاسیونهای مختلف استفاده شده لذا در این پژوهش برای دقیقتر بودن نتایج در قسمت اعظم میدان حل سلول‌های ریز در نظر گرفته شده است. لذا تعداد سلول کلی استفاده شده زیاد به دست آمده است.

بزرگ در نظر گرفته شده است، ثانیاً در محل شروع کاویتی و نیز محل بسته شدن کاویتی به منظور دقت بیشتر باید سلول‌ها بسیار ریز باشند و تعداد سلول‌های بیشتری در نظر گرفته شود، منتهی چون این میدان جریان برای اعداد

الف) استوانه با پیشانی تخت



ب) استوانه با پیشانی کروی



شکل (۲): قسمتی از شبکه‌بندی هندسه‌های ایجاد شده الف) استوانه با پیشانی تخت. ب) استوانه با پیشانی کروی

تحلیل با پردازنده ۱/۸ GH دارای ۳۲ GB رم حافظه انجام شده است.

جدول (۲): نتایج حل با شبکه‌بندی‌های مختلف برای

هندسه پیشانی تخت و عدد کاویتاسیون ۰/۵

L/D	ضریب پسا	تعداد سلول محاسباتی	ردیف
۲/۳۱	۰/۹۹۴۵۳	۳۲۴۰۰۰	۱
۲/۳۵	۰/۹۶۸۴۲	۶۷۵۰۰۰	۲
۲/۴۶	۰/۹۵۱۱۵	۱۰۵۶۰۰۰	۳
۲/۵۸	۰/۹۴۹۶۴	۱۶۵۰۰۰۰	۴
۲/۶	۰/۹۴۵۴۲	۲۳۷۶۰۰۰	۵

جدول (۳): جزئیات پرونده محاسباتی جریان برای مدل‌های مختلف آشفتگی جهت شبیه‌سازی استوانه سرتخت برای عدد کاویتاسیون ۰/۴

مدل آشفتگی	مدت زمانی برای جواب نهایی (s)	میانگین مدت زمانی برای هر تکرار (s)
Realizable-k-ε	۲۰۰۷۹	۱/۲۷۵
k-ω Standard	۲۰۲۹۰	۱/۲۸۸
k-ω SST	۲۰۷۴۸	۱/۳۱۷
GEKO	۲۱۱۴۳	۱/۳۴۲

جدول ۳ مدت زمان لازم جهت کامل شدن ۱۵۷۵۰ تکرار برای رسیدن به جواب نهایی شبیه‌سازی استوانه سر تخت برای عدد کاویتاسیون ۰/۴ را نشان می‌دهد. ضمناً این

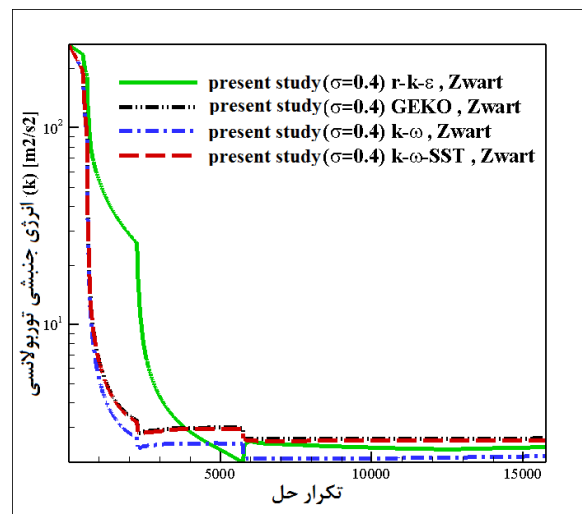
انتخاب مدل آشفتگی $k-\varepsilon$ -Realizable سه مدل $k-\omega$ Standard، $k-\omega$ SST و GEKO از یک دسته انتخاب شده تا روند اصلاحات انجام شده در این دسته از مدل‌ها هم مورد بررسی قرار گیرد. بدین منظور ابتدا اعداد کاویتاسیون در سه دسته تقسیم‌بندی گردیده است. در هر دسته از اعداد کاویتاسیون مدل‌های مختلف آشفتگی با نتایج تجربی مورد مقایسه قرار می‌گیرد و مدل آشفتگی که نتایج دقیق‌تری به نمایش می‌گذارد انتخاب می‌گردد.

۴-۱-۱- اعداد کاویتاسیون ۰/۴ و ۰/۵

در شکل ۴ نمودار ضریب فشار جریان همراه با کاویتاسیون چهار مدل آشفتگی مورد مطالعه این تحقیق حول استوانه با دماغه تخت برای اعداد کاویتاسیون ۰/۴ و ۰/۵ به دست آمده که با نتایج تجربی مقایسه شده است. همانطور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود مقدار ضریب فشار برای جریان با عدد کاویتاسیون ۰/۴ برای مدل آشفتگی $k-\omega$ به درستی پیش‌بینی نشده است. همچنین اگر معیار طول کویتی را بر اساس محل ماکزیمم فشار در نظر بگیریم طول کویتی برای دو مدل $k-\omega$ SST و $k-\omega$ برای مقدار تجربی شبیه‌سازی شده است، بررسی کانتور کسر حجمی شکل ۵ که نشان‌دهنده‌ی طول کویتی می‌باشد مبین این موضوع است. همچنین با بررسی شکل ۴ می‌توان به این نتیجه رسید نتایج مدل آشفتگی GEKO و $k-\varepsilon$ -Realizable در محل بسته شدن کاویتا و ماکزیمم فشار به نتایج آزمایشگاهی نزدیک‌تر است. جهت مقایسه بیشتر مدل‌های مختلف آشفتگی مورد مطالعه این تحقیق کانتورهای مختلف به دست آمده از شبیه‌سازی در شرایط عدد کاویتاسیون ۰/۴ شکل ۵ ارائه شده است.

همانطور که در شکل ۵ مشخص است کانتورهای مربوط به مدل آشفتگی GEKO و $k-\varepsilon$ -Realizable از نظر ابعاد و اندازه بسیار نزدیک به هم هستند و در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی از نظر طول و قطر کویتی بهتر عمل کرده‌اند، در حالی که نتایج دو مدل دیگر یعنی $k-\omega$ SST و $k-\omega$ از نظر ابعاد و مقادیر ضریب فشار اختلاف قابل توجهی با نتایج آزمایشگاهی دارد. همچنین جهت مقایسه بهتر مدل‌های آشفتگی بردارهای سرعت در محل بسته شدن کویتی در شکل ۶ به نمایش گذاشته شده است.

همچنین جهت مقایسه بیشتر مدل‌ها، تغییرات مقدار انرژی جنبشی توربولانسی (k) که بین تمام مدل‌ها مشترک هست به ازای تعداد تکرار حل در شکل ۳ به نمایش گذاشته شده است. نتایج شکل ۳ برای استوانه سر تخت برای عدد کاویتاسیون ۰/۴ به دست آمده است. از شکل ۳ می‌توان نتیجه گرفت اگر چه برای چهار مدل آشفتگی الگوریتم حل جریان و تکرار حل یکسان است ولی نقطه همگرایی و نحوه همگرایی یکسان نیست.



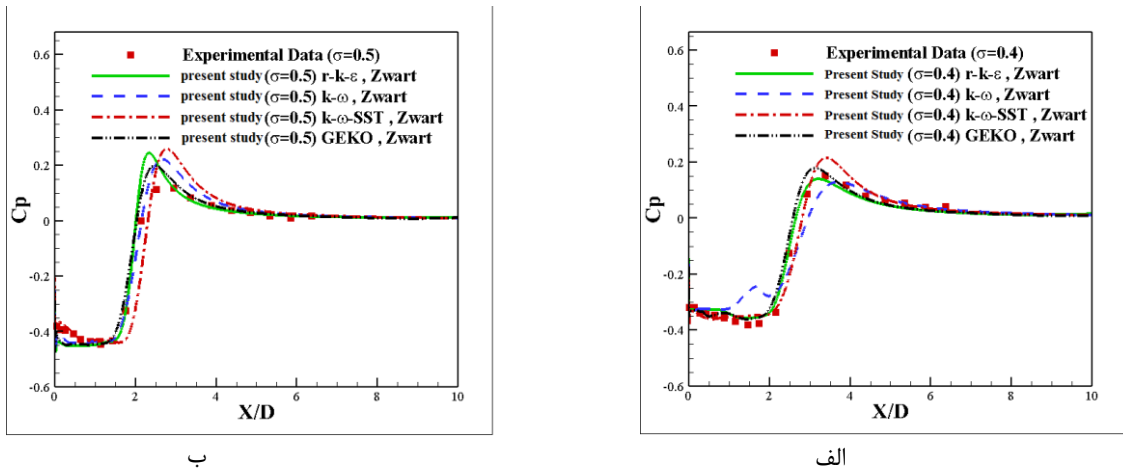
شکل (۳): مقادیر k به ازای تعداد تکرار حل برای استوانه سر تخت در عدد کاویتاسیون ۰/۴

۴- نتایج

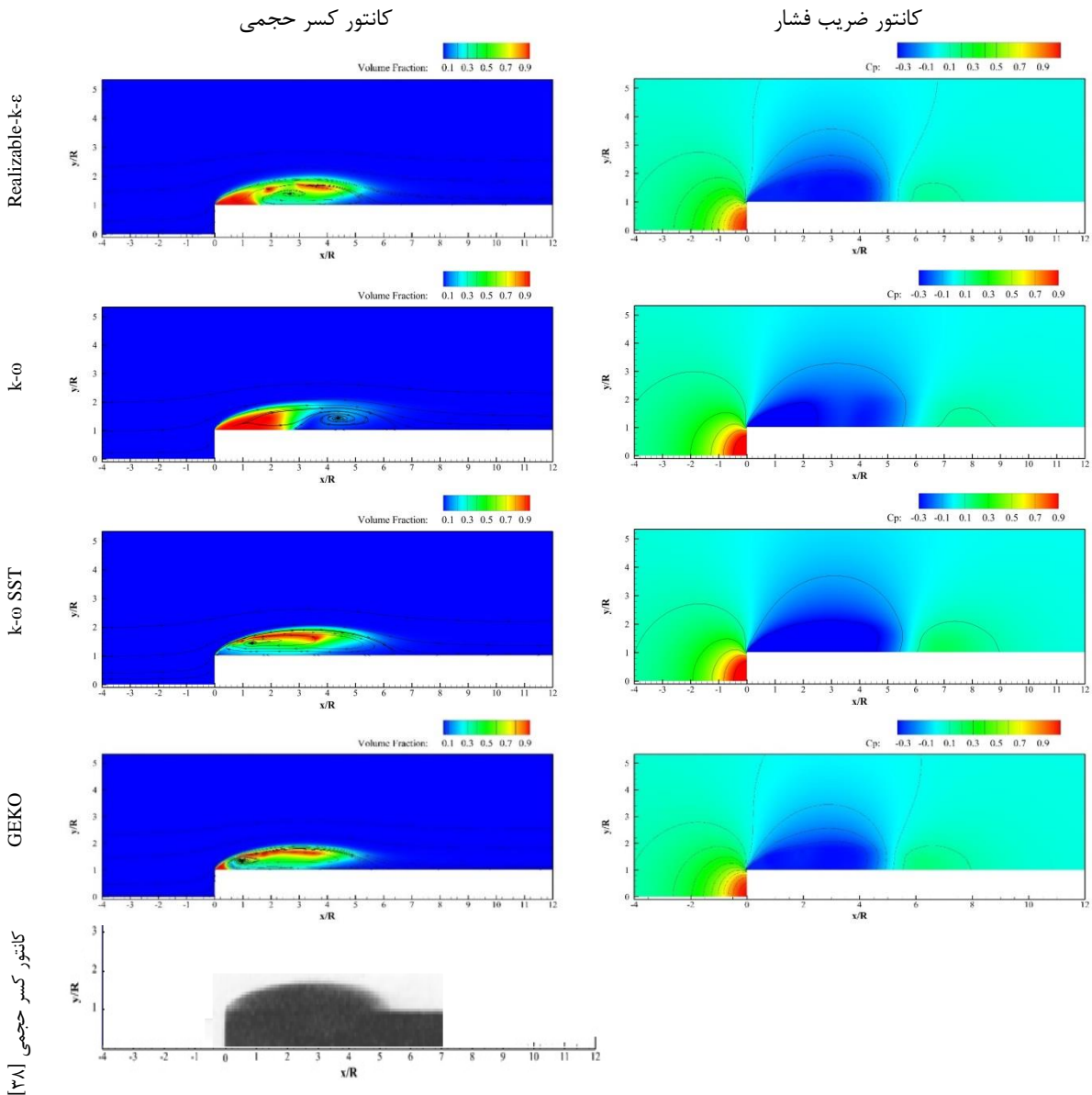
۴-۱- مقایسه مدل‌های آشفتگی مختلف با نتایج تجربی

در مقاله حاضر به منظور بررسی دقیق‌تر مدل‌های آشفتگی، تحلیل‌ها در اعداد مختلف کاویتاسیون انجام شده است. جریان کاملاً آشفته فرض شده است، چراکه اولاً حداقل عدد رینولدز در جریان‌های بررسی شده بیشتر از ۵۰۰۰۰۰ است، ثانیاً جریان همراه با کاویتاسیون بر روی بدنه جسمی دارای نقطه تیز یا دارای انحنای تند است. ضمناً مقدار رینولدز جریان بر اساس ρ جرم مخصوص آب، V سرعت ورودی، D قطر استوانه و μ لزجت آب به دست آمده است.

نحوه انتخاب مدل‌های آشفتگی برای تحلیل جریان همراه با کاویتاسیون حول استوانه بر اساس فرض جریان کاملاً آشفته می‌باشد. همچنین جهت مقایسه بهتر علاوه بر



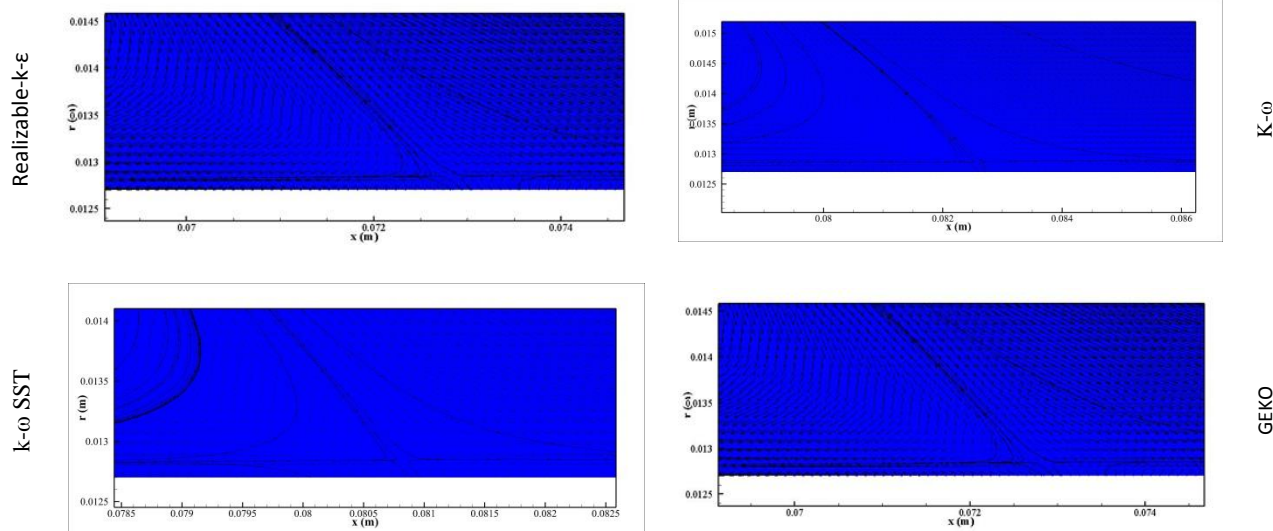
شکل (۴): نمودار ضریب فشار همراه با نتایج آزمایشگاهی [۳۸] با مدل‌های آشفتگی مختلف در اعداد کاپیتاسیون ۰/۴ و ۰/۵ برای استوانه سر تخت



شکل (۵): مقایسه کانتور کسر حجمی و کانتور ضریب فشار برای مدل‌های آشفتگی مختلف با نتایج تجربی [۳۸] در $\sigma = 0.4$

فقط دو مدل GEKO و Realizable-k- ϵ در اعداد کاویتاسیون مختلف بررسی می‌شود.

همانطور که در شکل ۶ مشاهده می‌شود جت بازگشتی توسط مدل آشفتگی GEKO به درستی شبیه‌سازی می‌کند. بدین منظور در ادامه تحقیق جهت انتخاب مدل دقیق‌تر



شکل (۶): بردارهای سرعت در محل بسته شدن کاویتا برای چهار مدل آشفتگی با مدل کاویتاسیون زوارت برای استوانه سر تخت و عدد کاویتاسیون ۰/۴

همانطور که قابل مشاهده است در اعداد کاویتاسیون بزرگ دو مدل نتایج یکسان و نزدیک به نتایج تجربی میدان جریان را به نمایش می‌گذارند، ولی در اعداد کاویتاسیون کوچک‌تر طول و قطر کاویتا حاصل از مدل آشفتگی GEKO مطابق شکل ۸ به نتایج تجربی نزدیک‌تر است. علاوه بر آن جت بازگشتی را هم مدل کرده در حالی که در مدل Realizable-k- ϵ جت بازگشتی محسوس نیست. بنابراین تا اینجا می‌توان نتیجه گرفت که مدل آشفتگی GEKO همراه با مدل کاویتاسیون زوارت نتایج نسبتاً قابل قبولی نسبت به دیگر مدل‌ها پیش‌بینی می‌کند.

همانطور که می‌دانیم در حل جریان همراه با تعیین گرادیان فشار معکوس جهت شروع کاویتا و جدایش جریان، پیش‌بینی لزجت آشفتگی جریان به دلیل وجود بخار و مایع و همچنین پیش‌بینی جریان در نقطه سکون و نقطه اتصال مجدد بسیار مهم می‌باشد. در مدل GEKO عمومیت یافته مدل $(k - \omega)$ می‌باشد سه تابع F_1 ، F_2 و F_3 جهت مدل‌سازی آشفتگی به معادلات اضافه شده است. این

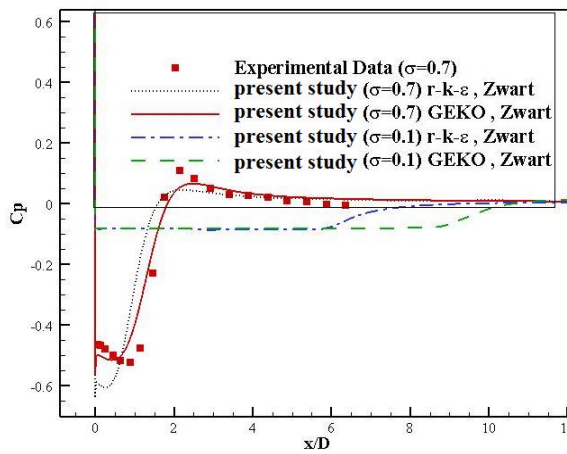
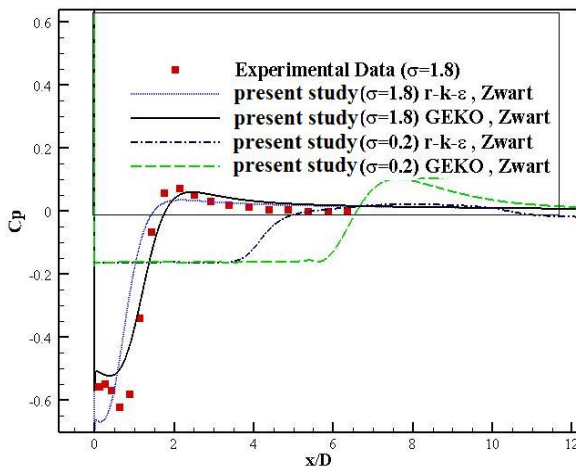
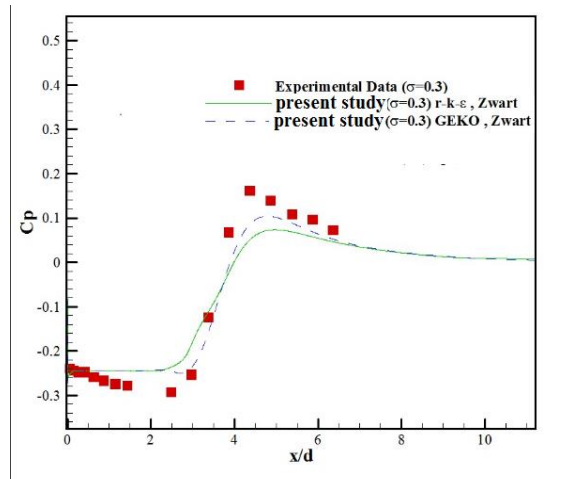
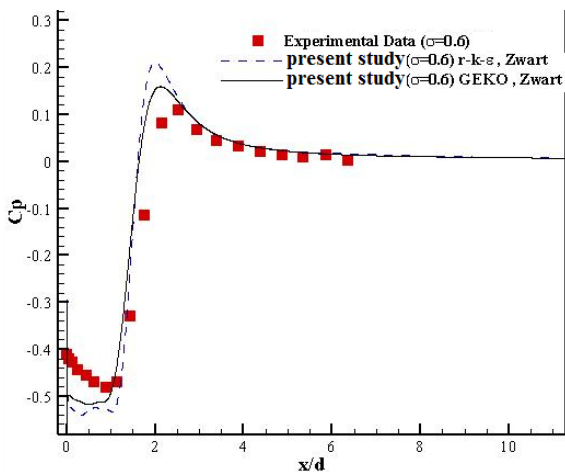
۴-۱-۲- بررسی دو مدل آشفتگی Realizable-k- ϵ و GEKO برای اعداد کاویتاسیون نسبتاً کوچک‌تر و بزرگ‌تر:

برای اینکه از صحت تحلیل نتایج مدل آشفتگی اطمینان حاصل کنیم نتایج حاصل از این دو مدل برای اعداد کاویتاسیون مختلف با نتایج آزمایشگاهی مورد مقایسه قرار گرفته است. با توجه به شکل ۷ در اعداد بزرگ کاویتاسیون (۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸، $\sigma=0/8$)، که طول کویتی کوچک‌تر می‌باشد نتایج دو مدل آشفتگی مورد تحقیق به هم نزدیک است، اما وقتی عدد کاویتاسیون کوچک‌تر (۰/۱ و ۰/۲، $\sigma=0/3$) باشد تبعاً طول کاویتا بزرگ‌تر و ماکزیمم فشار در محل بسته شدن کاویتا بیشتر می‌شود. همانطور که در شکل ۷ قابل مشاهده است اختلاف حل عددی این دو مدل بیشتر می‌شود و می‌توان نتیجه گرفت که مدل آشفتگی GEKO نتایج دقیق‌تری به نمایش می‌گذارد.

برای بررسی بیشتر این موضوع می‌توان به کانتور کسر جرمی و ضریب فشار این دو مدل در شکل ۸ رجوع کرد.

شده است همان مقادیر پیش فرض نرم‌افزار فلوئنت می‌باشد. جهت ارزیابی بیشتر مدل GEKO، حل جریان همراه با کایتاسیون با هندسه استوانه‌ای دارای پیشانی نیم کروی برای اعداد کایتاسیون مختلف انجام شده و با نتایج تحلیلی دیگران و همچنین نتایج تجربی مقایسه شده است.

توابع توسط شش پارامتر مدل‌سازی آشفتگی را تعیین می‌کند. حال با توجه به موارد گفته شده در شبیه‌سازی جریان همراه با کایتاسیون تمام این موارد توسط ضرایب C_{NW} و C_{jet} ، C_{sep} اعمال شده که مدل GEKO را نسبت به مدل‌های دیگر متمایز کرده است. شایان ذکرست در تحقیق حاضر ضرایبی که برای مدل آشفتگی GEKO در نظر گرفته



شکل (۷): مقایسه توزیع ضریب فشار نتایج آزمایشگاهی [۳۸] با دو مدل GEKO و Realizable-k-ε برای اعداد کایتاسیون مختلف برای استوانه سر تخت

می‌دهد. همتطور که این شکل نشان می‌دهد مقدار ضریب فشار حاصل از مدل GEKO نتایج نسبتاً قابل قبولی به نمایش می‌گذارد. مقدار اختلافی که در نمودار ضریب فشار حاصل از دو مدل آشفتگی GEKO و LES در محل بسته شدن وجود دارد را می‌توان در روش حل جست‌وجو کرد. در روش LES [۳۹] حل به صورت سه بعدی می‌باشد و تعداد سلول لازم برای تحلیل و نیز تعداد گام زمانی لازم ده‌ها برابر

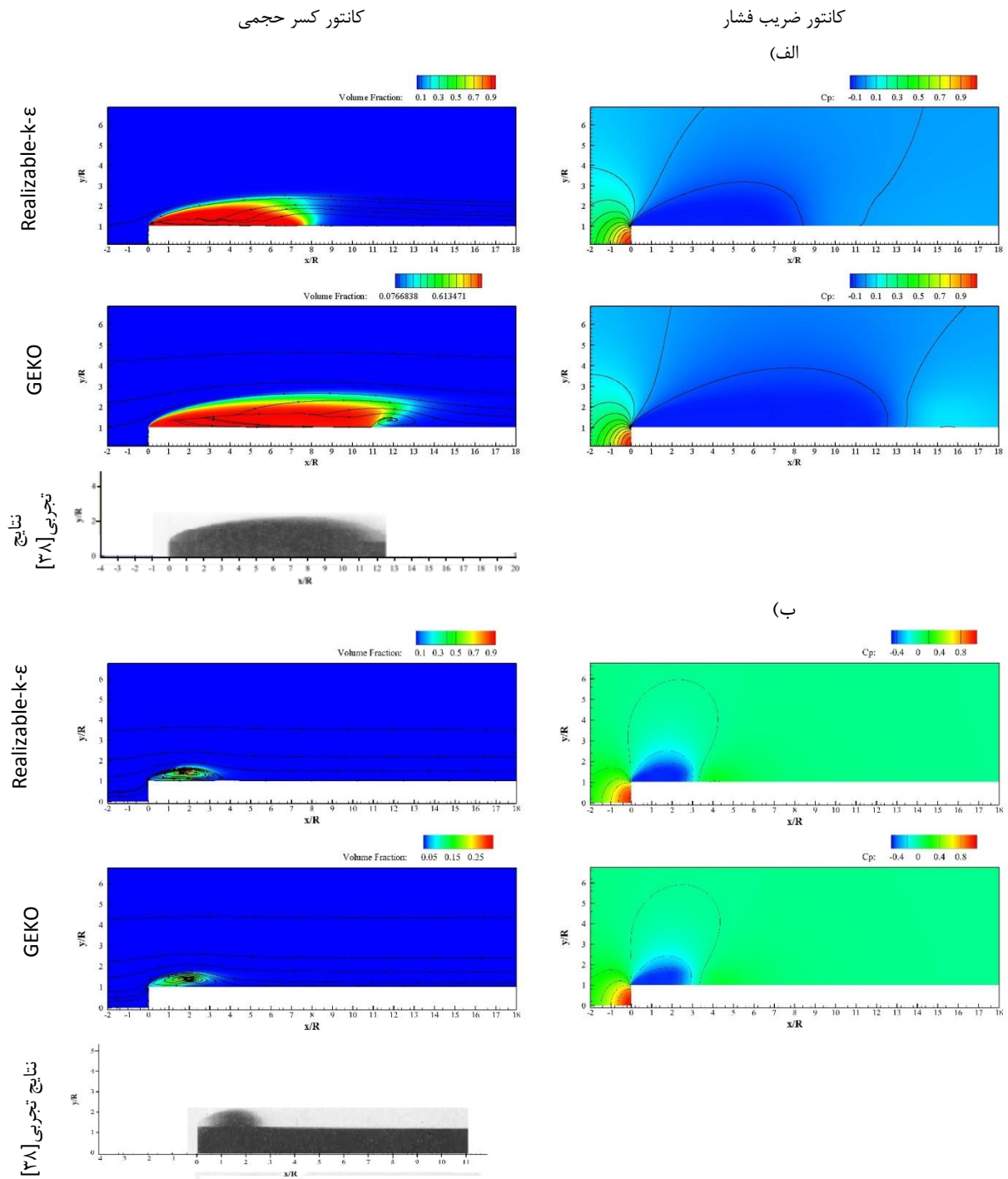
۴-۲- مقایسه نتایج شبیه‌سازی دیگران با مدل

GEKO

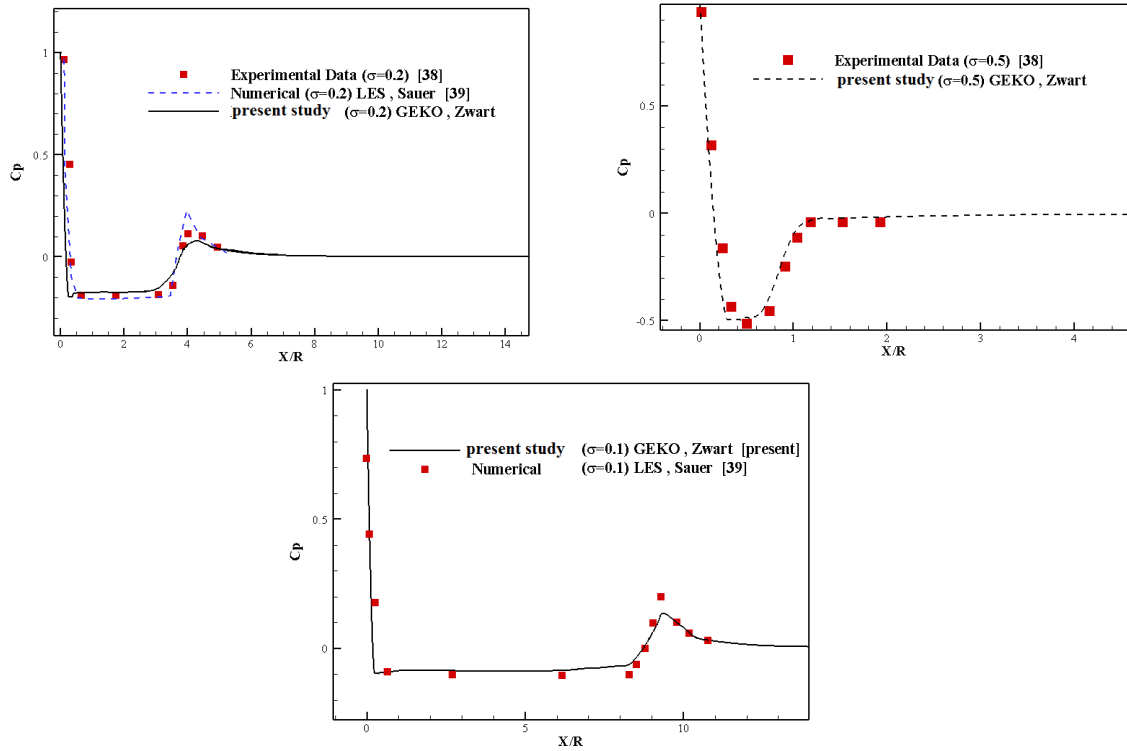
جهت اعتبارسنجی بیشتر نتایج حاصل از مدل آشفتگی GEKO برای هندسه استوانه با پیشانی کروی در اعداد مختلف کایتاسیون با نتایج LES حاصل از حل عددی پندار [۳۹] و نتایج تجربی [۳۸] مقایسه شده است. شکل ۹ نمودار ضریب فشار برای اعداد کایتاسیون ۰/۵، ۰/۲، و ۰/۱ را نشان

کاویتاسیون ۰/۵، ۰/۲، و ۰/۱ حاصل از تحلیل مدل آشفتگی GEKO در مقایسه با مدل آشفتگی LES [۳۹] به نمایش گذاشته شده است. از نظر طول و ارتفاع کویتی نتایج بسیار به هم نزدیک هستند.

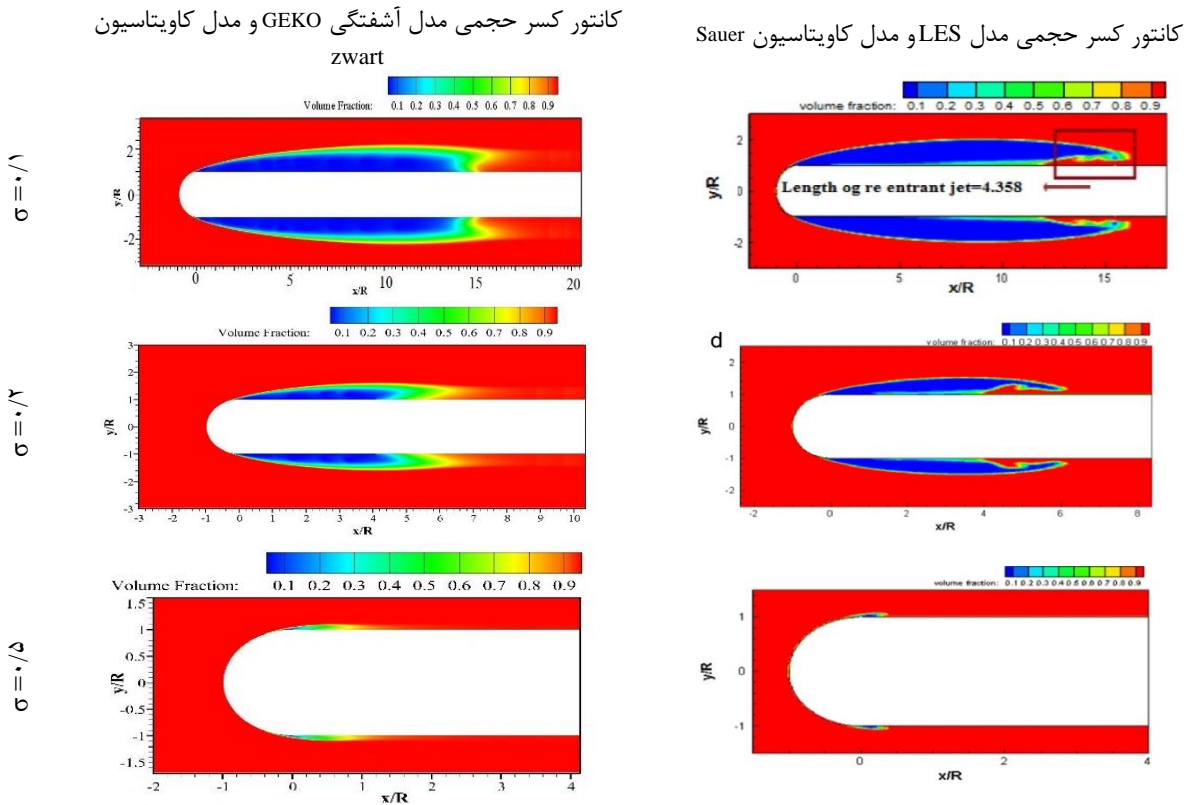
آن در تحقیق حاضر می‌باشد، بطوریکه برای هر اجرا زمان محاسباتی بسیار بیشتری لازمست. جالب اینکه اگر به کانتورهای کسر حجمی دو مدل نگاه کنیم کویتی ایجاد شده از نظر ابعاد و اندازه بسیار شبیه به هم هستند. شکل ۱۰ کانتور کسر حجمی جریان همراه با کاویتاسیون برای اعداد



شکل (۸): مقایسه کانتور کسر حجمی و کانتور ضریب فشار در دو مدل آشفتگی GEKO و Realizable-k-ε در الف) $\sigma=0.2$ و ب) $\sigma=0.6$



شکل (۹): نمودار ضریب فشار برای مدل آشفتگی GEKO در مقایسه با نتایج LES [۳۹] و نتایج تجربی [۳۸] در اعداد کایتاسیون مختلف برای استوانه سرکروی



شکل (۱۰): مقایسه کانتور کسر حجمی مدل آشفتگی GEKO و LES [۳۹] برای اعداد مختلف کایتاسیون

8. Roohi, E., Zahiri, A. P., and Passandideh-Fard, M. "Numerical Simulation of Cavitation Around A Two-Dimensional Hydrofoil Using VOF Method And LES Turbulence Model", *Appl. Math. Model.*, Vol. 37, No. 9, pp. 6469–6488, 2013.
9. Yu X. H., Tang, Z. B., Liu, L. J., Qian, H., Tang, S. L., Zhang, D. W., Tian, G. P., and Tang, C. K., "Apelin and its receptor APJ in cardiovascular diseases", *Clin. Chim. Acta*, Vol. 428, pp. 1–8, 2014.
10. Kim, J. and Lee, J. S. "Numerical Study of Cloud Cavitation Effects on Hydrophobic Hydrofoils", *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol. 83, pp. 591–603, 2015.
11. Hong, F., Yuan, J., and Zhou, B. "Application of a New Cavitation Model for Computations of Unsteady Turbulent Cavitating Flows Around a Hydrofoil", *J. Mech. Sci. Technol.*, Vol. 31, No. 1, pp. 249–260, 2017.
12. Zhou, H., Xiang, M., Okolo, P.N., Wu, Z., Bennett, G.J., and Zhang, W. "An Efficient Calibration Approach for Cavitation Model Constants Based on Openfoam Platform", *J. Mar. Sci. Technol.*, Vol. 24, No. 4, pp. 1043–1056, 2019.
13. Kubota, A., Kato, H., and Yamaguchi, H. "A New Modelling of Cavitating Flows: A Numerical Study of Unsteady Cavitation on A Hydrofoil Section", *J. Fluid Mech.*, Vol. 240, No. 3, pp. 59–96, 1992.
14. Gunter, J. S. and Schnerr, H. "Physical and Numerical Modeling of Unsteady Cavitation Dynamics Physical and Numerical Modeling of Unsteady Cavitation Dynamics", No. June, pp. 1-12, 2011.
15. Kunz, R. F., Boger, D. A., Stinebering, D. R., Thomas, S. C., Lindau, J. W., Gibeling, H. J., Venkateswaran, S. and Govindan, T.r. "A Preconditioned Navier-Stokes Method for Two-Phase Flows with Application to Cavitation Prediction", 14th Comput. Fluid Dyn. Conf., No. c, pp. 676–688, 1999.
16. Singhal, A. K., Athavale, M. M., Li, H., and Jiang, Y. "Mathematical Basis and Validation of the Full Cavitation Model", *J. Fluids Eng. Trans. ASME*, Vol. 124, No. 3, pp. 617–624, 2002.
17. Zwart, P. J., Gerber, A. J., and Belamri, T. "A two-Phase Flow Model for Predicting Cavitation Dynamics", *Int. Conf. Multiph. Flow*, No. January 2004, p. 152, 2004.
18. Zamandi, R. "Three Dimensional Flow Analysis of Cavitations Around Rudder", Master Thesis, Ferdowsi University of Mashhad, Mechanical Engineering, 2015. (In Persian)

۵- نتیجه گیری

در این مقاله نتایج مدل‌های آشفتگی مختلف شامل، $k-\omega$ Standard، Realizable- $k-\epsilon$ و $k-\omega$ SST، Generalize با مدل کاویتاسیون زوارت برای جریان همراه با کاویتاسیون با نتایج تجربی و شبیه‌سازی دیگران مقایسه گردید. این مقایسه در اعداد مختلف کاویتاسیون و برای پرتابه استوانه‌ای با پیشانی تخت و کروی صورت گرفته است. در نهایت مدل GEKO به‌عنوان مدل آشفتگی مناسب برای شبیه‌سازی عددی انتخاب گردید. مدل آشفتگی GEKO مدل آشفتگی جدیدی است که در نسخه‌های جدید فلونت عرضه گردیده است. همچنین با مقایسه نتایج این مدل برای هندسه استوانه‌ای با دماغه نیم کروی با نتایج عددی LES دیگران [۳۹]، مشخص شد که این مدل بهتر عمل می‌کند.

۶- مراجع

1. Štigler, J. and Svozil, J. "Modeling of Cavitation Flow On NACA 0015 Hydrofoil", *Eng. Mech.*, Vol. 16, No. 6, pp. 447–455, 2009.
2. Yuan, W., Sauer, J., and Schnerr, G.H. "Modeling and Computation of Unsteady Cavitation Flows in Injection Nozzles", *Mec. Ind.*, Vol. 2, No. 5, pp. 383–394, 2001.
3. Singhal, R.K. "Editorial", *Int. J. Surf. Mining, Reclam. Environ.*, Vol. 16, No. 1, p. 1, 2002.
4. Kunz, R., F., David, A. B., David, A. S., Thomas, S. C., Jules, W. L., Howard, J. G., Sankaran, V. and Govindan, T. R. "A Preconditioned Navier-Stokes Method for Two-Phase Flows with Application to Cavitation Prediction", 14th Comput. Fluid Dyn. Conf., Vol. 29, pp. 676–688, 1999.
5. Hejranfar, K. and Hajihassanpour, M. "A High-Order Nodal Discontinuous Galerkin Method for Solution of Compressible Non-Cavitating and Cavitating Flows", *Comput. Fluids*, Vol. 156, pp. 175–199, 2017.
6. Passandideh-Fard, M. and Roohi, E. "Transient Simulations of Cavitating Flows Using a Modified Volume-Of-Fluid (VOF) Technique", *Int. J. Comput. Fluid Dyn.*, Vol. 22, No. 1–2, pp. 97–114, 2008.
7. Shang, Z. "Numerical investigations of Supercavitation Around Blunt Bodies of Submarine Shape", *Appl. Math. Model.*, Vol. 37, No. 20–21, pp. 8836–8845, 2013.

29. Yin, Y., Pavesi, G., Pei, J., Yuan, S., and Daniel, N. A. "Comparison of Various Turbulence Models Applied to a Twisted Hydrofoil", in Proceedings of the 10th International Symposium on Cavitation (CAV2018), 2018: ASME Press.
30. Geng, L. and Escaler, X. "Assessment of RANS turbulence Models and Zwart Cavitation Model Empirical Coefficients for the Simulation of Unsteady Cloud Cavitation", Vol. 14, No. 1, pp. 151-167, 2020.
31. Salari, M., Heidarpor, H. and Mohammadkhani, H. "Evaluation of Four Different Turbulence Models for Numerical Simulation of Supersonic Flow Over a Blunt Nose Equipped with a Spike", Journal of Fluid Mechanics and Aerodynamics, Vol. 7, No. 2, pp. 47-57, 2018. (In Persian)
32. Menter, F. R., Lechner, R., and Matyushenko, A. "Best Practice : Generalized k- ω Two-Equation Turbulence Model in ANSYS CFD (GEKO)", pp. 1-38, 2019.
33. Shish, T. H., Liou, W. W., Shabbir, A., Yang, Z., and Zho, j. "A New k- ϵ Eddy Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows", Computers Fluids, Vol. 24, No. 3, pp. 227-23, 1995.
34. Menter, F. R. "Two-equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications", AIAA J., Vol. 32, No. 8, pp. 1598-1605, 1994.
35. Shaheed, R., Mohammadian, A., and Kheirkhah G.H. "A Comparison of Standard K-E and Realizable K-E Turbulence Models in Curved and Confluent Channels", Environ. Fluid Mech., Vol. 19, No. 2, pp. 543-568, 2019.
36. Wilcox, D. C. "Turbulence modeling for CFD", DCW Industries, Inc. La Canada, California. 1998.
37. Menter, F. R. "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications", AIAA Journal. 32(8). 1598-1605. August 1994.
38. May, A. "Water Entry and the Cavity-running Behavior of Missiles", 1975.
39. Pendar, M. R. and Roohi, E. "Investigation of Cavitation Around 3D Hemispherical Head-Form Body and Conical Cavitators Using Different Turbulence and Cavitation Models", Ocean Eng., Vol. 112, pp. 287-306, 2016.
19. Saberniya, M. and Pasandidehfarid, M. "Comparison of Cavitation Models and Selection of Appropriate Model in Plane Cavitation Simulation on Naca Hydrofoil", 4th national conference on Mechanical and Aerospace engineering, Tehran, Iran, 2019.
20. Saadati, E. and Zeynolabedin, M. "Principles of Basic and Advanced Simulation of Computational Fluid Dynamics Using Fluent and CFX Software", Pardad Petro Danesh Company. Iran, 2015. (In Persian)
21. Chenggong, Cong, W., Yingjie, W., and Qingpeng, M. "Analysis of the Effect of Mass Center Position on Tailslap of Supercavitating Projectile", Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Vol. 12, p. 020, 2014.
22. Coutier-Delgosha, O., Fortes-Patella, R., and Reboud, J. L. "Evaluation of the Turbulence Model Influence on the Numerical Simulations of Unsteady Cavitation", J. Fluids Eng. Trans. ASME, Vol. 125, No. 1, pp. 38-45, 2003.
23. Goncalvs, E. "Numerical Study of Unsteady Turbulent Cavitating Flows", Eur. J. Mech. B/Fluids, Vol. 30, No. 1, pp. 26-40, 2011.
24. Baradaran A. A., Pasandehfarid, M., and Nikseresht, A. H. "Numerical Simulation of Unsteady 3D Cavitating Flows Over Axisymmetric Cavitators", Sci. Iran., Vol. 19, No. 5, pp. 1258-1264, 2012.
25. Guo, J. H., Lu, C. J., and Chen, Y. "Characteristics of Flow Field Around an Underwater Projectile with Natural and Ventilated Cavitation", J. Shanghai Jiaotong Univ., Vol. 16, No. 2, pp. 236-241, 2011.
26. Park, S. and Rhee, S. H. "Computational Analysis of Turbulent Super-Cavitating Flow Around a Two-Dimensional Wedge-Shaped Cavitator Geometry", Comput. Fluids, Vol. 70, pp. 73-85, 2012.
27. Ji, B., Luo, X. W., Arndt, R. E. A., and Wu, Y. L. "Numerical Simulation Of Three Dimensional Cavitation Shedding Dynamics with Special Emphasis on Cavitation-Vortex Interaction", Ocean. Eng. 87, 64-77, 2014.
28. Ji, B., Luo, X. W., Arndt, R. E. A., Peng, X., and Wu, Y. "Large Eddy Simulation and Theoretical Investigations of the Transient Cavitating Vortical Flow Structure Around a NACA66 Hydrofoil", Int. J. Multiph. Flow, Vol. 68, pp. 121-134, 2015.

