علمی– پژوهشی

# آیروالاستیک حول یک ایرفویل زبر در جریان گذرصوتی آشفته ناپایا

محمد حسن جوارشکیان<sup>۲\*</sup>

محمدرضا صابر ا

دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران (تاریخ دریافت:۹۰ /۱۴۰۰/۱۳؛تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۸/۳۰ تاریخ انتشار:۱۴۰۰/۱۲/۱۱) DOR<u>https://dorl.net/dor/20.1001.1.23223278.1400.10.2.2.9</u>

#### چکیدہ

در این پژوهش، اثر زبری و سختی بر آیروالاستیک یک ایرفویل نوسانی در جریان آشفته گذرصوتی ناپایا بررسی شده است. در ایـن تحقیـق، برای حل معادلات ناویراستوکس، از روش حجم محدود برای گسستهسازی بر مبنای الگوریتم فشار مبنا، روش مرتبه بالا برای محاسبه عبارت جابه جایی و مدل توربولانسی کی-اپسلون استفاده شده است. برای این منظور، رفتار سیال و سازه در هر گام زمانی جداگانه حل مـی شـود و تأثیر هر یک بر روی دیگری در نظر گرفته می شود. در این شبیه سازی دوبعدی، برای محاسبه عبارتهای جابه جایی از روش مرتبه بالایی بـر مبنای متغیرهای بی بعد شده و برای شبیه سازی ایرفویل نوسانی، از روش بردار سرعت ورودی نوسانی استفاده شده است. معادلات حرکت دوبعدی، از ترکیب معادلات لاگرانژی سازه با معادلات آیرودینامیکی به دست می آیند. نتایج اعتبار سنجی تطابق خوبی را نشان می دهد. نتـایج شبیه سازی نشان می دهد که قدرت موج ضربه ای در ایرفویل با سطح زبر ضعیف تر شده، موج ضربه ای بـه سـمت لبـه فـرار حرکت کـرده و شبیه سازی نشان می دهد که قدرت موج ضربه ای در ایرفویل با سطح زبر ضعیف تر شده، موج ضـربهای بـه سـمت لبـه فـرار حرکت کـرده و نوسانات ایرفویل کاهش می یابد. همچنین با افزایش سختی سازه ای موسانی او سازات افزایش و پسا کاهش می ابد.

واژههای کلیدی: آیروالاستیک، نوسانی، گذرصوتی، زبری، ناپایا

# Aeroelastic Around Rough Airfoil During Turbulent Unsteady Transonic Flow

Saber, M.R.

Djavareshkian, M.H.\*

Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran (Received:2021/05/30, Revised: 2021/11/21, Accepted: 2021/12/31, Published: 2022/02/20)

#### ABSTRACT

In this paper, the effect of roughness and stiffness on the aeroelasticity of an oscillating airfoil during turbulent unsteady transonic flow has been studied. In this simulation, the finite volume method is used to discretize the equations to solve the Navier-Stokes equations. In this pressure-based algorithm, a high-resolution scheme for convection term and  $\kappa$ - $\epsilon$  turbulence model are used. For computing convection terms, a Normalized Variable Diagram technique is used. Here the technique of inlet velocity vector oscillation is applied. In addition, a modified  $\kappa$ - $\epsilon$  model for compressible flow is applied to simulate Navier Stokes equations. The two-dimensional motion equations are obtained from the Lagrangian equations, which are combined with the aerodynamic equations. The results of validation show that the extracted data has a desirable accuracy. Furthermore, the FSI results show that, for rough airfoils, the strength of the shock wave is weakened, the shock wave moves to the trailing edge, and the oscillation of the airfoil is reduced. Also, with increasing structural stiffness, the damping of oscillations increases, and drag decreases.

Keywords: FSI, Aeroelastic, Oscillation, Transonic, Roughness, Stiffness, Unstead

mrs\_mechanic@yahoo.com :(نویسنده مسئول) - ۱ - دانشجوی دکتری (نویسنده مسئول)

javareshkian@um.ac.ir -۱ استاد

This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license.

Publisher: Imam Hussein University (C) Authors

#### ۱– مقدمه

در سالهای اخیر توجه زیادی به رفتارهای آیروالاستیک در موضوعات مختلف مانند توربین ها، کمپرسورها و بال هواپیماهای جنگنده شده است. امروزه آیروالاستیک خطبی بخش بزرگی از مطالعات آیروالاستیک را شامل می شود اما باید در نظر داشت زمانی که اثرات زبری، موج ضربهای، جدایی جریان و اثرات ویسکوزیته بهصورت همزمان در نظـر گرفته می شوند، تحقیقات کمی انجام شده است. به ویژه در جریان گذرصوتی پارامترهای غیرخطی نقش مهمی در رفتار آیروالاستیک دارند که نظریههای خطی توانایی مطالعه دقیــق ایــن رفتارهــا را ندارنــد. یکــی از مسـائل مهــم در ایرولاستیک، پایداری سازهای است. با اعمال زبری روی سطح ایرفویل، توزیع فشار و سرعت روی ایرفویل تغییر کرده و سازه پایدارتر میشود. نیروهای آیرودینامیکی با افزایش سرعت جریان افزایش می یابند، در حالی که سختی سازهای مستقل از سرعت جریان است، بنابراین سازه با افزایش سرعت جریان ناپایدار می شود. این بی ثباتی می تواند منجر به شکست نهایی سازه شود. یک پدیده حائز اهمیت در آیروالاستیک فلاتر است که در آن نوسانات کوچک رشد کرده و نیروهای دینامیکی بزرگی تولید میکنند [۱].

در ابتدا خلاصهای از کارههای انجهامشده در زمینه آیروالاستیک ارائه میشود سپس انگیزه و هدف این تحقیق آورده می شود. داماس و همکارانش یک شبیهسازی عـددی از حرکت نوسانی اجباری پیچش و پلانج روی ایرفویل ناکا ۰۰۱۲ انجام دادند و نشان دادند که در حرکت هارمونیک دامنه نوسان و زاویه پیچ بدون تغییر و ثابت هستند [۲]. موات با کوپل کردن روابط سیالاتی و جامداتی دست به مدلسازی غیرخطی آیروالاستیک زد. در مدلسازی آنها در ناحیه سیالاتی معادلات اویلر به کار گرفته می شد و در ناحیه جامداتی با استفاده از روش کاهش مرتبه و به کارگیری روش رانج کوتای مرتبه ۴ معادلات گسسته شدند. نتایج آنها تأثیرات ترمهای غیرخطی را در معادلات حاکم نشان میدهد [۳]. خیریل و زورکیپلی با استفاده از آیرودینامیک غیرخطی، به شبیهسازی سیستم آیروالاستیک پرداختند. نتایج آنها روند خوبی را با دادهای تجربی نشان میدهد [۴]. اونگر و همکارانش به بررسی حرکت آیروالاستیک ایرفویل نوسانی در حرکت بالزنی پرداختند.

	فهرست علائم و اختصارات		
AOA	Angle of Attack (in degree)		
CFD	Computational Fluid Dynamic		
С	Chord Length		
δυ	Cell volume		
$\omega_a$	Circular frequency		
ã	Cell Face Area		
ρ	Density		
Γ	Diffusivity coefficient		
μ	Dynamic viscosity		
F <sub>D</sub>	Drag force		
D	Dynamic damper matrix		
$C_{\mu}, C_{1}, C_{2}$	Empirical coefficients		
$u_{\tau}$	Friction velocity		
FSI	Fluid-Structure Interaction		
${M}_{\infty}$	Free stream Mach number		
I	Flux		
A,D	Finite difference coefficients		
k	Kinetic Energy of Turbulence		
$F_L$	Lift force		
$Mc_{/4}$	Moment about the aerodynamic center		
M	Mass of the airfoil		
F	Mass flux		
$\widetilde{\phi}$	Normalized scalar quantity		
NVD	Normalized Variable Diagram		
Θ	Pitch angle		
f	Physical frequency		
Ks	Plunging spring coefficient		
$K_{\theta}$	Pitching spring coefficient		
κ	Reduced frequency		
$h_s$	Roughness height		
Re	Reynolds number		
SIMPLE	Linked Equation		
$\mathcal{K}$	SBIC parameter		
SBIC	Second and Blending Interpolation Combined		
q	Scalar flux vector		
Т	Stress tensor		
$K_0$	Spring matrix		
φ	Scalar quantity		
$\sigma_{\varepsilon}$	Turbulent Prandtl number for dissipation rate		
$\sigma_{_k}$	Turbulent Prandtl number for turbulent kinetic energy		
$\Gamma^{t}$	Turbulent diffusivity coefficient		
μ,	Turbulent viscosity		
ε	Volumetric rate of dissipation		
Χ	Vertical displacement		
u,v	Velocity components in X and Y directions		
к	Vonkarman constant		
τ	Wall shear stress		

کار تجربی دیگری رفتار آیروالاستیکی یک بال مستطیلی در حرکت فراز فرود مورد بررسی قرار گرفت. آنها با اندازه گیری شتاب و فشار جریان رفتار دینامیکی بال را تحت اثر تغییرات دو پارامتر سرعت جریان آزاد و زاویه حمله اولیه مورد بررسی قراردادند. آنها نشان دادند که پدیده فلاتر فلاتر واماندگی بهوسیله فرکانس نوسانات چرخه حد در حالت بحرانی به یک دیگر رابط دارند [۱۱]. واکر و همکارانش به بررسی تأثیرات انعطاف پذیری به فرم چندجملهای چبیشف پرداختند که در آن دو جمله اول بیانگر تغییرات صلب بال و باقیمانده جمله ها نشان دهنده تغییر شکل بال هستند. آنها برای بخش آیرودینامیک از بسط نظریه آیرودینامیک ناپایا ایرفویل نازک که توسط تئودرسن برای جسم صلب توسعه داده شده بود استفاده کردند [۱۲]. ویلیامز یک روش برای خطیسازی جریان ناپایای گذرصوتی پیشنهاد کرد که امواج ضربهای را نیز شامل میشد. در این روش به غیر از روشهای تفاضل محدود در روشهای دیگری مانند روشهای المان محدود برای حل معادلات ناپایای گذرصوتی کاربرد داشت [۱۳]. کاظمی و همکاران [۱۴] و رضوی و نگهبان [۱۵] از جمله کسانی هستند که در حوزه آیروالاستیک یک بالواره تحقیق نمودند. تااوبای اثر زبری سطح را روی پرههای توربین بادی محور افقی مطالعه کرد. نتایج نشان میدهد که در یک سطح ناهموار، سرعت در لایه مرزی بیشتر از سطح صاف است و در رینولدزهای پایین افت آیرودینامیکی کاهش میابد [18]. بوهلال اثر زبری سطح بر عملکرد آیرودینامیکی پرههای توربین بادی محور افقی را مورد بررسی قرار داد. نتایج نشان میدهد که با افزایش ارتفاع زبری شدت توربولانس در نزدیکی دیواره افزایش می یابد و سبب می شود مومنتوم لایه مرزی افزایش پیدا کند و جدایش جریان دیرتر اتفاق بیافتد که خود افزایش بهره توربین بادی را به همراه دارد [۱۷]. مارسلو و همکارانش پیامد زبری روی پرههای توربین بادی را مورد مطالعه قرار دادند و راه حل هایی برای افزایش تولید برق ارائه کردند [۱۸]. آرتور و همکارانش در یک بررسی توزیع ناهمواریها را روی پرههای توربین باد مورد مطالعه قرار دادند. نتایج آنها نشان داد که با استفاده از زبری سطح، ضریب برا کاهش یافته و ضریب پسا افزایش می یابد که خود سبب نتایج آنها با دادههای تونل باد مطابقت خوبی داشت [۵]. ریزو و همکارانش به بررسی عددی آیروالاستیک یک بالواره صفحه تخت صلب در حرکت پیچشی اختیاری با دامنه بـالا پرداختند. در تحقیق آنها جریان غیرلزج و غیر قابل تراکم و نیز چسبیده به سطح و پتانسیلی فرض شده است [۶]. مدروبی و همکارانش برای حل معادلات ناویراستوکس دوبعدی در جریان با رینولدز بین ۸۰۰ تا ۱۰۰۰۰ از روش المان اسپکترال اچ پی ٔ برای گسستهسازی مکانی و یک روش جداسازی مرتبه بالا برای تکامل زمانی استفاده کردند. در این شبیهسازی جریان تراکم ناپذیر و لزج بر روی یک بالواره ناکا ۰۰۱۲ در حال نوسان در نظر گرفته شده بود. آنها نشان دادند عدد رینولدز در حالیکه فرکانس و دامنه نوسان ثابت باشد تأثیر بزرگی بر روی ساختار جریان و نیروهای آیرودینامیکی نمی گذارد ولی افزایش دامنه نوسانات تأثیر شدیدی در گردابهها و مقدار ضریب پسا و برا می گذارد [۷]. یوان و همکارانش با به کار گیری روش عـددی در جریان غیرقابل تراکم روی ایرفویل ناکا ۰۰۱۲ در حرکت نوسانی آزاد در عدد رینولدز گذرا و دو درجه آزادی به نتایجی دست یافتند که نشان میداد با افزایش عدد رینولدز دامنه نوسانات بالا میرود [۸]. باناوارا و همکارانش روش کاهش مرتبه یافته را برای بررسی رفتار آیروالاستیک بال در جريان گذرصوتی پيشانهاد کردند زيارا نظريههای آیرودینامیک خطی پیش بینی های مناسبی از جریان جدا نشده مادون صوت و مافوق صوت ارائه می دهند اما جواب مناسبی برای شرایط گذرصوتی به علت وجود غیرخطیهای موجود در جریان گذرصوتی ارائه نمی دهند [۹]. آکالا و همكارانش بهصورت تجربى رفتار آيروديناميكي يك بالواره انعطاف پذیر را در حرکت فراز و فرود مورد بررسی قرار دادند. آنها از پی آی وی<sup>۲</sup> برای مشخص کردن میدان جریان و گردابه استفاده کردند و از بررسی خواص انعطاف پذیر و مقایسه آن با حالت صلب نشان دادند که نیروهای آیرودینامیک بسیار به عدد استروهال و فرکانس کاهیده وابسته است. آنها نیز نشان دادند در فرکانس پایین بال انعطافیذیر تحت کمترین تغییر شکل قرار می گیرد و بازده بال انعطاف پذیر نسبت به بال صلب بیشتر است [۱۰]. در

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> spectral/hp element method

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Particle image velocimetry (PIV)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Strouhal number

افزایش گشـتاور محـوری تـوربین شـده و بهـره افـزایش می یابد [۱۹].

در این تحقیق، یک روش ساده، دقیق و با هزینه محاسباتی کم برای شبیهسازی آیروالاستیک حول ایرفویل نوسانی (حرکت پیچش و فراز و فرود) به کار گرفته شده است. در این پژوهش یک نرمافزار دوبعدی برای شبکهبندی و شبیهسازی جریان گذرصوتی ناپایا و تراکمپذیر گذرنده از روی یک بالواره نوسانی با استفاده از روش عددی حجم محدود و الگوریتم فشار مبنا توسعه داده شده است. برای این منظور از شبکه ثابت و روش نوسان بردار سرعت مرز ورودی استفاده شده است که سادهترین شکل ممکن برای شبیهسازی این حرکت در مقایسه با روشهای پیچیده مانند شبکه دینامیکی است.

در مطالعه حاضر برای شبیه سازی معادلات ناویر استوکس، از مدل توربولانسی اصلاح شده **۳۰** برای جریان تراکم پذیر حول ایرفویل استفاده شده و نیز برای گسسته سازی ترمهای جابه جایی معادلات از روش مرتبه بالای اسبیک که توانایی پیش بینی گرادیانهای شدید جریان اعم از موج ضربه ای را دارد به کار گرفته شده است. در این روش از روش متغییرهای بی بعد شده ان وی دی <sup>۱</sup> که در دینامیک سیالات عددی برای جلوگیری از نوسانات غیرواقعی به کار گرفته می شود استفاده شده است. معادلات ترودینامیکی ترکیب شدهاند به دست می آیند. این تحقیق آیرودینامیکی ترکیب شده اند به دست می آیند. این تحقیق آیروالاستیک ایرفویل نوسانی صلب (حرکت آزاد و اجباری) استوار است. برای این منظور سختی سازه ای و زبری سطح بالواره و سایر پارامترهای مؤثر بررسی شده است.

## ۲- معادلات حاکم و گسستهسازی

#### ۲-۱- معادلات سیالاتی

معادلات حاکم برای تحلیل جریان سیال و محاسبه نیروهای آیرودینامیکی در این شبیهسازی شامل رابطه پیوستگی، معادلات مومنتوم و رابطه انرژی میباشند.

 $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla . \left( \rho v_i \right) = 0 \tag{1}$ 

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i v_{j-T_{ij}})}{\partial x_j} = S_i^v \tag{(7)}$$

$$\frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\nu_j\Phi - q_j)}{\partial x_j} = S^{\Phi} \tag{(7)}$$

$$T_{ij} = \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial v_n}{\partial x_n} \delta_{ij} - P \delta_{ij} \tag{f}$$

$$q_j = \Gamma_{\Phi} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right) \tag{(\Delta)}$$

i = 1,2 j = 1,2

این معادلات توسط الگوریتم پیزو و به صورت فشار مبنا حل می شوند. مدل توربولانسی استفاده شده در این شبیه سازی یک مدل اصلاح شده ٤- ۲۰ است [۲۰].

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho v_j k - \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) = D_{comp} + G - \rho \varepsilon + \Theta_{diff}$$
(8)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho v_j \varepsilon - \Gamma_{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) = c_1 \frac{\varepsilon}{k} G - c_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (Y)$$

$$G = \mu_t \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \mu_t \delta_{ij} \left( \frac{\partial v_n}{\partial x_n} + \rho k \right) \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \quad (\Lambda)$$
$$i = 1, 2 \qquad j = 1, 2$$

در اینجا، D<sub>comp</sub> و  $\Theta_{diff}$  اثرات تراکمپذیری در معادلات هستند [۲۱] و همچنین مدلهای پیشنهادی یانگ نیز بهکار گرفته شدهاند [۱۶].

$$\Theta_{diff} = 0.0 \tag{9}$$

$$D_{comp} = -\frac{\mu_t}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \frac{\partial P}{\partial x_i} \frac{9}{55} \rho k \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \tag{1.1}$$

## جدول (۱): مقادیر ضرایب ثابت در مدل توربولانسی به کار گ فتهشده

5					
Cμ	$\sigma_k$	$\sigma_{arepsilon}$	<i>c</i> <sub>1</sub>	<i>C</i> <sub>2</sub>	
٠/٠٩	١	١/٣	1/44	١/٩٢	

برای بررسی تأثیر زبری بر روی سطح در معادلات، از توابع دیوار استفاده میشود [۲۲].

$$u^{+} = \frac{u}{u_{\tau}} = \frac{1}{\kappa} \ln(\mathrm{E}\,y^{+}) + \beta - \Delta\beta \tag{11}$$

$$u_{\tau} = \sqrt{\frac{\tau_W}{\rho}} \tag{11}$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Normalized Variable Diagram (NVD)

$$y^{+} = \frac{\rho \, y_p \sqrt{\frac{\tau_W}{\rho}}}{\mu} \tag{177}$$

$$\Delta\beta = \frac{1}{\kappa} \ln(1 + 0.3h_s^+) \tag{14}$$

$$h_s^+ = \frac{h_s u_\tau}{\vartheta} \tag{10}$$

$$\begin{cases} 0 < h_s^+ < 5 & smooth \\ 5 < h_s^+ < 70 & transitional \ roughness \\ 70 < h_s^+ & fully \ rough \end{cases}$$
(19)

 ${\rm E}=9.793$  فاصله سلول تا دیواره و  ${\cal Y}_p$  فاصله سلول تا دیواره و  ${\cal A}\beta$  یک ثابت تجربی است. همان طور که مشاهده می شود  ${\cal A}\beta$  با ارتفاع زبری رابطه دارد و در منابع مختلف برای شرایط مختلف، ضرایب استفاده شده در این معادلات متفاوت است. اثر زبری در  $u^+$  ظاهر می شود و تنش های برشی آشفته روی دیواره و ترم چشمه رابطه انرژی توربولانس تابعی از  $u^+$  است.

#### ۲-۱-۱- گسستهسازی معادلات

در پژوهش حاضر برای مدلسازی اثرات آشفتگی و حل دستگاه معادلات ریاضی تشکیل یافته نیاز است تا ابتدا آنها گسستهسازی شود. سپس با انتخاب مناسب یک الگوریتم حل میتوان روند محاسبه متغییرهای جریان را پیمایید. در این تحقیق از شبکه هممحل برای گسستهسازی معادلات در حجم محدودهای مربوطه استفاده شده است (شکل **۱**).



**شکل (۱):** ساختار کلی یک حجم کنترل

فرم کلی معادلات برای هر متغییر Ø به صورت زیر است: (رابطه ۱۷).

$$\frac{\delta \upsilon}{\delta t} [(\rho \phi)_p^{n+1} - (\rho \phi)_p^n] + I_e - I_w + I_n - I_s = S_\phi \,\delta \upsilon \tag{1Y}$$

شارهای پخشی در این معادلات به روش اختلاف مرکزی تقریب زده میشوند.

$$I_w = F_w \Phi_w = \Phi_w (\rho V A)_w \tag{11}$$

$$\begin{split} \Phi_{w} &= \Phi_{p} & \text{If } \Phi_{p} \notin [0,1] \\ \Phi_{w} &= \left(1 + \frac{x_{p} - x_{w}}{k(x_{p} - 1)}\right) \Phi_{p} - \frac{x_{p} - x_{w}}{k(x_{p} - 1)} \Phi_{p}^{2} \\ & \text{If } \Phi_{p} \in [0,k] \\ \Phi_{w} &= \frac{x_{w} - 1}{x_{p} - 1} \Phi_{p} + \frac{x_{p} - x_{w}}{x_{p} - 1} \quad 0 \leq k \leq 0.5 \\ & \text{If } \Phi_{p} \in [1,k] \end{split}$$

$$(19)$$

و در نهایت شکل کلی رابطه گسستهشده به فرم زیر است:

 $\sum_i A_i \Phi_i + S'_{\Phi} + S_{dc} = A_p. \Phi_p \quad i \colon E, W, N, S \qquad (\Upsilon \, \cdot \,)$ 

۲-۱-۲ روش حل

در این تحقیق از شبکه H استفاده شده است ولی به دلیل اینکه این نوع شبکه سازی در نزدیکی لب محله، شبکه خیلی از تعامد فاصله می گیرد و کجی زیادی دارد به خطوط شبکه در نزدیک بالواره شیب داده شده است. سپس معادلات طبق قسمت قبل گسسته می شود. ترمهای پخش توسط روی تفاضل مرزی و ترمهای جابه جایی توسط روش توسط روی تفاضل مرزی و ترمهای جابه جایی توسط روش دقت بالای اسبیک و ترم زمانی توسط روش کرنک نیکلسون [۳7] که دارای دقت مرتبه دوم دارد گسسته شده و توسط الگوریتم پیزو حل می شود. این روش شامل یک مرحله پیشگویی و دو مرحله اصلاح برای محاسبه میدان سرعت و فشار سیال تراکم پذیر است. که ابتدا دستگاه معادلات

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Second and Blending Interpolation Combined (SBIC)

گسسته شده ممنتوم در دو جهت به طور مجزا و ضمنی حل می شود سپس رابطه تصحیح فشار اول و دوم به طور ضمنی حل می شود در انتهای معادلات اسکالر که شامل معادلات انرژی و توربولانس است حل می شود. در این شبیه سازی با توجه به اینکه معادلات بقا سیالات به طور ضمنی حل می شوند بزرگترین عدد کورانت دامنه حل را می توان بیشتر از یک انتخاب نمود معمولاً این عدد را دو گرفته می شود (مگر اینکه روند حل واگرا شود تا عدد کمتر انتخاب شود) با این انتخاب و داشتن سرعت و گام مکانی در سلولی که بزرگترین عدد کورانت را دارد گام زمانی محاسبه می شود

# ۲-۲- معادلات جامداتی

در تحقیق حاضر، از معادلات حرکتی در دو درجه آزادی برای مدلسازی آیروالاستیک در حرکت فراز فرود استفاده شده است.

$$[M]{X} + [D]{X} + [K]{X} = {F(t)}$$
(71)

معادلات حرکتی دوبعدی از معادلات لاگرانژی که با معادلات آیرودینامیکی ترکیب شدهاند بهدست میآیند. در این مطالعه معادلات حرکت در دو حالت بررسی شدهاند. در حالت اول نوسان اجباری ایرفویل تحت اثر نیروهای آیرودینامیکی مورد مطالعه قرار گرفت که در آن زاویه حمله بهعنوان تابعی از زمان در نظر گرفته شده بود (رابطه ۲۲).

$$\theta = \theta_0 + \theta_{max} sin(2\kappa t) \tag{(17)}$$

در حالت دوم نوسان آزاد ایرفویل تحت اثر نیروهای آیرودینامیکی مورد مطالعه قرار گرفته و فقط میرایی تحت تأثیر ویسکوزیته سیال در معادلات لحاظ شده است و هیچ میرایی سازهای در روابط در نظر گرفته نشده است. معادلات تحت این شرایط در فرم زیر داده شدهاند. در این شبیهسازیها مراکز سختی در وسط وتر قرار دارند.

- $\begin{cases} F_L \cos(\theta) + F_D \sin(\theta) = K_S \cdot X \\ F_L \cos(\theta) c'_4 + F_D \sin(\theta) c'_4 + Mc_{/_4} = K_\theta \cdot \theta_0 \end{cases}$ (YY)
- با حل این معادلات در هر گام زمانی زاویه پیچ و جابهجایی عمودی (دامنه نوسان) ایرفویل بهدست می آید.

# ۳- شرایط مرزی

تعریف شرایط مرزی برای بستن و حل نمودن سیستم معادلات با مشتقات جزئی حاضر امری ضروری است. علاوه بر این شرایط مرزی در حلهای دینامیک سیالاتی از حیث این امر که سبب ورود جریان به دامنه محاسباتی و خروج آن می شوند بسیار پر اهمیت می باشند و نحوه تعریف آنها بهطور مستقیم در نتایج شبیهسازی تأثیر گذار می باشند. شرایط مرزی به کار گرفته شده در این تحقیق شامل شرط مرزی ورودی سرعت که در مرز ورودی ناحیه محاسباتی استفاده شده است که در اینجا از روش بردار نوسانی سرعت مرز ورودی جهت سادگی و هزینه محاسباتی کم بجای شبکه دینامیکی و تغییرات زاویهای ایرفویل در هر گام زمانی به کار گرفته شده است. در بالا و پایین شبکه محاسباتی از شرط مرزی دوردست و در خروجی از شرط مرزى فشار خروجي استفاده شده است. همچنين فاصله ایرفویل از مرز ورودی، ۵ برابر وتر و از مرز بالا و پایین، ۱۵ برابر وتر و از مرز خروجی، ۲۰ برابر وتر است. در این شبیه سازی از توابع دیواره نیز برای محاسبه سرعت لایه مرزی روی ایرفویل استفاده شده است [۲۴]. در شکل ۲ شبکه محاسباتی آورده شده است.

# ۴– تعامل سیال– سازہ

تعامل سیال سازه دانش بررسی جزییات سیال در تقابل با سازه و پدیدههایی است که در این فعل و انفعال رخ میدهند. این فرآیند که در بسیاری از سیستمهای مهندسی کاربردهای گستردهای دارند ممکن است در جریانهای داخلی یا خارجی که تحت تأثیر عوامل مختلفی از قبیل هندسه ساختاری، شرایط جریان و یا خصوصیات سیال میباشند پدید بیاید. پیشرفتهای اخیر در این زمینه مبانی ریاضی و محاسباتی مورد نیاز برای درک بهتر و کارآمدتر در این نوع شبیه سازی ها را فراهم کرده است. در این الگوریتم ابتدا معادلات ناویراستوکس در ناحیه محاسباتی حوزه حل ایرفویل حل می شوند و نیروهای فشاری و لزجی در سطح ایرفویل محاسبه می گردند سپس از این نیروها به عنوان

ورودی معادلات سازه استفاده می شوند (شکل ۳). حال با حل معادلات جامداتی جابه جایی عمودی ایر فویل و زاویه پیچ در هر گام زمانی محاسبه می شوند. در این روش به دلیل ثابت بودن شبکه محاسباتی با بزرگ شدن دامنه جابه جایی و زاویه پیچ پایداری حل بالا بوده و سبب واگرایی و فروپاشی شبکه نمی شود که در شبکه های دینامیکی بسیار مرسوم است. الگوریتم حل در زیر آورده شده است.



شکل (۲): شبکه محاسباتی



۵- نتایج و بحث

در این شبیه سازی با توجه به اینکه از مدل  $\varepsilon - \varepsilon$  استفاده شده سعی گردیده است ابتدا در حالت پایا ضخامت اولین سلول روی بالوار طوری تنظیم شده تا  $y^+$  بین ۳۰ تا ۵۰۰ قرار گیرید.

نتایج در دو حالت اجباری و آزاد ارائه شده است. در حالت اول نوسان اجباری بدین معنی است که در ورودی سرعت بهطور نوسانی با دامنه و فاز اولیه ثابت تغییر می کند که این نوسان جریان تا هنگامی که نیروهای آیرودینامیکی به شکل پریودیک برسد ادامه مییابد در این حالت می توان منحنی هیسترزیت را رسم نمود (مطابق شکل ۵) در حالت دوم که بحث نوسان آزاد است در ورودی سرعت بهطور نوسانی با دامنه نوسان و زاویه پیچش متغیر بوده و تابعی از شرایط حرکتی ایرفویل (که شرط اولیه در این حالت همان شرایط پریودیک حالت اول است و دیگر دامنه و فاز اولیه



همـانطـور کـه در شـکل ۵ نشـان داده مـیشـود در حركت اجباري ايرفويل نوساني دامنههاي بالايي و پایینی ایرفویل ثابت بوده و نتایج حرکتی ایرفویل با گذشت زمان بهصورت تکراری تکرار میشوند. در همه شبیهسازی های انجام گرفته در تعامل سیال سازه جریان تراکم پذیر و ماخ جریان ۰/۸ است. در این تحقیـق از آنجـا کـه هـدف بررسـی اثـر زبـری و سـختی سازهای است حرکت ایرفویل در شرایط متفاوت با یکدیگر مقایسه شده است. از نقاط قوت و اصلی این تحقیق میی تیوان به ارائیه راه حسل جدیدی در آیروالاستیک دوبعدی ایرفویل صلب اشاره کرد که در آن هزینه محاسبات کمتر و همگرایی و پایداری حل بیشتر است. ابتدا لازم است اثر جرم اضافه شده در این شبیهسازی مورد بررسی قرار گیرد و سپس نتایج با دادههای این روش مقایسه شود. برای این منظور حرکت آزاد نوسانی ایرفویل در ماخ ۰/۸۵ شبیهسازی شده است. همانطور که در شکلهای (۸-۶) دیده میشود از آنجاکه چگالی هوا کم و دامنه نوسانات ایرفویل کوچک است وقتی اثرات جرم اضافهشده در نظر گرفته می شود تأثیر قابل توجهی در ضرایب برآ، یساً و جابهجای عمودی بالواره در راستای عمود بر ورود جریان ندارد و میتوان از اثر جرم افزوده در این شبیهسازیها چشمیوشی کرد [۲۶].

ثابت نیست) است به عبارت دیگر چون جریان لزجت دارد حرکت ایرفویل تحت شرایط حرکت اولیه و تأثیر لزجت قرار گرفته و هر لحظه کاهش زاویه پیچش و دامنه نوسان را به هم راه دارد که در نهایت دامنه حرکت نوسانی کـم و ثابـت می شود. در ابتدا نتایج نوسان اجباری ایرفویل در جریان گذرصوتی تراکم پذیر در ماخ ۷۵۵/۰ آورده شده است. برای این منظور بررسی و مطالعه شبکه و اثبات عدم وابستگی حل به تعداد سلولهای اتخاذشده برای شبیهسازی صورت گرفته شده است. تعداد سلولهای به کار گرفته شده در این تحقيق ١١٥٩۶٠ است که از حل چندين شبکه محاسباتي متفاوت در شرایط یکسان بهدست آمده است. پس از اینکه استقلال از شبکه محاسباتی حاصل شد (شکل ۴) جهت اعتبارسنجی روش حل می ایست نتایج شبیه سازی با نتایج معتبر آزمایشگاهی مقایسه شود [۲۵]. برای این منظور از ایرفویل ناکا ۰۰۱۲ در جریان گذرصوتی با ماخ ۰/۷۵۵ در یک حرکت پیچشی سینوسی استفاده شده است که در آن فركانس كاهيده ١/٠٨١۴ و زاويه اوليه ايرفويل ١۶ ٠/٠ درجه و دامنه زاویه پیچ ۲/۵۱ درجه است. همان طور که در شکل ۵ مشاهده می شود نتایج شبیه سازی با نتایج آزمایشگاهی از تطابق خوبی برخوردار است [۲۵].





همانطور که مشاهده میشود، هنگامی که اثر جرم افزوده در نظر گرفته شود تغییر دامنههای نوسان در مقایسه با روش حاضر بسیار ناچیز است و میتوان آن را نادیده گرفت.

در اولین شبیه سازی سختی پیچشی فنر ۵۲۵۰۰ ه نیوتن متر بر رادیان و سختی کششی فنر ۸۵۰۴۷۰**k** نیوتن بر متر در نظر گرفته شده است. در شکل های ۹ و ۱۰ تغییرات برآ و پسآ بر حسب زاویه حمله آورده شده است.

همان طور که مشاهده می شود با گذشت زمان دامنه تغییرات ضرایب برآ و پسآ کوچکتر شده و بعد از چندین سیکل به سمت پایا همگرا می شود. در این شبیه سازی ها به دلیل غلبه نیروهای سازه ای به نیروهای آیرودینامیکی دامنه نوسان حل همگرا بوده و پس از رهاسازی ایرفویل طی چندین نوسان به حالت پایا بر می شود. از این نمودار می توان فهمید همان طور که با رهاسازی ایرفویل زاویه می توان فهمید همان طور که با رهاسازی ایرفویل زاویه می توان فهمید همان طور که با رهاسازی ایرفویل زاویه می توان فهمید همان طور که با رهاسازی ایرفویل زاویه می موان فهمید همان طور که با رهاسازی ایرفویل زاویه می توان فیمید همان طور که با رهاسازی ایرفویل زاویه می مود به این موجی نیروی پسآ افزایش یافته و زاویه حمله می شود که نیروی کشش فنر خطی و پیچشی بتواند بر نیروی های دینامیکی غلبه کند و از آنجا به بعد زاویه حمله نیروی های دینامیکی غلبه کند و از آنجا به بعد زاویه حمله نیروی های دینامیکی غلبه کند و از آنجا به بعد زاویه حمله رو به کاهش می رود و این روند ادامه می یابد تا اینکه دامنه نوسانات کوچک شوند و ایرفویل به حالت پایا برسد.





با تغییرات پارامترهای سختی فنرهای خطی و پیچشی و ثابت نگهداشتن دیگر پارامترها در دومین مورد شبیهسازی میخواهیم تغییر رفتار حرکتی ایرفویل را در حرکت فراز و فرود مورد مطالعه و بررسی قرار دهیم.

$$\begin{cases} K_s = 1700940 \ (N/m) \\ K_{\theta} = 105000 \ (N.\frac{m}{rad}) \end{cases}$$

در اینجا مقادیر سختی دو برابر شدهاند. هدف بررسی رفتار آیروالاستیک در حرکت فراز و فرود با افزایش نسبی نیروهای سازهای در برابر نیروهای آیرودینامیکی است.

همان طور که از شکلهای **۱۴ و ۱۵** مشاهده می شود با بزرگ شدن نیروهای سازهای نوسانات ایرفویل حول زاویه صفر درجه انجام می شود و شکل نمودارها تغییر کرده است.



شکل ۱۱ نیز گواه این مطلب است که وقتی نیروی برآ به مقدار بیشینه خود در هر سیکل میرسد نیروی پسآ نیز بیشینه مقدار خود را داراست یا به عبارت دیگر نیروی برآ و پسآ بهصورت همفاز نوسان میکنند. در شکلهای ۱۲ و ۱۳ تغییرات دامنه نوسان و زاویه پیچ ایرفویل برحسب زمان آورده شده است.

از مقایسـه شـکلهـای ۱۲ و ۱۳ بـا شـکل ۱۱ مشـاهده میشود که هرچه دامنه نوسان بزرگتر باشد نیروهای بـرآ و پسآ نیز بزرگتر خواهند بود و بلعکس.



در این حالت کمینه نیرویهای برا و پسا در زاویه صفر درجه میباشند. از مقایسه شکلهای ۱۰ و ۱۵ میتوان دید که منحنی هیسترزیس ضریب برا با افزایش سختی سازهای لاغرتر شده و بهدلیل داشتن زاویه حمله مثبت و منفی و حرکت موج ضربهای در سطح بالایی و پایینی ایرفویل، دامنه نوسانات افزایش داشته است. در حرکت نوسانی آزاد ایرفویل وقتی نیروهای فنر خطی و پیچشی افزایش مییابند سبب میشود در ابتدای حرکت ایرفویل با شتاب زیادی به سمت پایین (زوایای منفی) کشیده شود و پس از رسیدن به نقطه اوج خود دوباره حرکت رو به بالا پیدا کند که در این مسیر ویسکوزیته سیال سبب میرا شدن حرکت نوسانی شده و پس از چندین نوسان به حالت تقریباً ثابت در میآید (شکل ۱۴ و ۱۵).





شکل (۱۵): تغییرات ضریب برآ برحسب زاویه حمله همچنین از شکل ۱۶ میتوان دید که مقدار ضریب پسآ نسبت به حالت قبلی بهدلیل نوسانات حول زاویه صفر درجه کمتر است و نیز مقادیر زودتر به حالت پایا رسیدهاند.



همچنین مشاهده میشود وقتی نیروی برآ در نقطـه اوج خود قرار دارد نیروی پسآ نیـز بیشـینه مقـدار را داراسـت و کمترین نیروی پسآ زمانی حاصل مـیشـود کـه ایرفویـل در زاویه حمله صفر درجه باشد.

از مقایسه شکلهای **۱۷ و ۱۸ با حالتهای قبلی می توان** مشاهده کرد که دامنه نوسانات و همچنین تعداد سیکلها به دلیل غلبه بیشتر نیروهای سازهای به نیروهای دینامیکی کوچکتر شده و نیز زودتر به حالت پایا رسیدهاند. می توان به این نتیجه دست یافت که با افزایش سختی سازهای سازه پایدارتر بوده و پدیده رزونانس اتفاق نمی افتد چراکه یکی از پراهمیت ترین دغدغههای مهندسی ایمنی سازه و دور بودن از پدیده رزونانس و شکست است.



در رابطه با ضریب برآ وقتی به حالت پایدار نزدیک می شود به دلیل تقارن ضریب برآ نزدیک صفر می شود اما در مورد ضریب پسا وجود گردابه ها در پایین دست بالواره از یک طرف و از طرف دیگر همان طور که ملاحظه می شود بین ۶۰۰۰۰ تا ۸۰۰۰۰ هزار تکرار نوسانی ظاهر نشده است ولی بعد از ۸۰۰۰۰ هزار نوسانات ظاهر شده که می تواند ناشی از خطای گرد کردن در تعداد تکرار زیاد باشد

کانتورهای شکل ۲۱ مربوط به نقاط مشخص شده در شکل ۱۷ میباشند. مشاهده می شود قدرت موج ضربهای در ابتدای حل که زاویه حمله بزرگتر است قویتر و پسآی موجی نیز بزرگتر است و با گذشت زمان و میرا شدن نوسانات قدرت موج ضربهای کاهش داشته و در سطح بالایی و پایینی ایرفویل تقریباً یکسان است.





محاسنی نیز هست که در نتایج آورده شده است. در این

شبیهسازی ارتفاع زبری ۰/۲ میلیمتر در نظر گرفته شده

است.

همان طور که از مقایسه شکلهای ۲۲ و ۲۳ مشاهده می شود حضور زبری در سطح دیواره ایرفویل سبب شده است قدرت موج ضربهای در ایرفویل با سطح زبر کاهش پیدا کند که این کاهش قدرت موج ضربهای خود کاهش پسای موجی را نیز به همراه دارد که یکی از فواید کاربرد زبری در جریان گذرصوتی است. همچنین مشاهده می شود زبری در موقعیت موج ضربهای به سمت لبه حمله حرکت کرده است (شکل ۲۴) که سبب می شود نیروهای روی سطح ایرفویل متوازن تر باشند و گشتاور کمتری حول محور بال ایجاد نمایند.



شکل (۲۲): کانتور ماخ اطراف ایرفویل با سطح صاف



شکل (۲۳): کانتور ماخ اطراف ایرفویل با سطح زبر

همان طور که از شکل ۲۴ مشاهده می شود در ایر فویل با سطح صاف موج ضربه ای در هر دو سطح بالایی و پایینی ایر فویل رخ داده است و نیز قدرت موج مذکور بیشتر است

حال آنکه در ایرفویل بـا سـطح زبـر تنهـا در سـطح بـالایی ایرفویل موج ضربهای رخ داده و پسای موجی کاهش داشـته است.

مقایسه توزیع تنش برشی دیواره (شکل ۲۵) نشان میدهد که در سطح زبر به دلیل افزایش شدت توربولانس مقادیر u و v در نزدیکی سطح افزایش می ابند که خود سبب افزایش تنش برشی دیواره می شوند. این افزایش تنش برشی دیواره سبب افزایش پسای پوسته ای می شود که سهم آن در جریان گذرصوتی و با وجود پسای موجی کم است. به همین سبب به کارگیری زبری در جریان گذرصوتی مفید است. همچنین مشاهده می شود بعد از وقوع موج ضربه ای در سطح ایرفویل تنش برشی ناگهان افت پیدا میکند که علت این رخ داد کاهش سرعت بعد از موج ضربه ای

شکلهای ۲۶ و ۲۷ نشان میدهد که با حضور زبری در سطح، میزان برآ کمی کاهش داشته و نیز پسا افزایش پیدا کرده است ولی آنچه در این شبیهسازی حائز اهمیت است پایداری سازه در جریان گذرصوتی همراه با موج ضربهای است. به وضوح مشاهده میشود که تعداد نوسانات و نیز دامنه نوسانات در ایرفویل با سطح زبر کمتر است چرا که با افزایش اصطکاک و تنش برشی دیواره در حضور ویسکوزیته سیال میرایی افزایش مییابد و سبب میشود ایرفویل زودتر به حالت پایای خود برسد.



**شکل (۲۴):** نمودار توزیع فشار حول ایرفویل با سطح زبر و صاف



#### ۶- نتیجهگیری

در این شبیه سازی ها از روش شبکه ساکن بجای شبکه دینامیکی که دارای پیچیدگی و هزینه محاسبات بالا است استفاده شده است. همچنین برای شبیه سازی معادلات ناویراستوکس روش حجم محدود با روش مرتبه بالای اسبیک که برمبنای روش متغییرهای بی بعد شده است. نتایج جریان های گذرصوتی است به کار گرفته شده است. نتایج اعتبار سنجی و شبیه سازی نشان می دهد که نتایج استخراج شده دارای تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی است. برخی از نکات اصلی این تحقیق به طور خلاصه در زیر آورده شده است:

- ارائه یک روش عددی جدید که نسبت به روشهای دیگر همگرایی بالاتری دارد و نتایج قابل قبولی از آیروالاستیک دوبعدی عرضه میکند.
- به کار گیری یک روش مؤثر با هزینه محاسباتی کم جهت شبیه سازی حرکت نوسانی ایرفویل که در آن شبکه محاسباتی ثابت است.
- امکان شبیهسازی حرکت بالزنی با دامنه نوسانی بالا به سبب ثابت بودن دامنه حل و نداشتن فروپاشی شبکه.
- نتایج نشان میدهد با افزایش سختی سازهای تعداد نوسانات کمتر و ضریب پسآ کاهش داشته است.
- میرایی نوسانات با افزایش سختی سازهای افزایش مییابد.
- زبری سطح در ایرفویل در جریان گذرصوتی سبب می شود قدرت موج ضربه ای کاهش پیدا کند و نیز این موج به سمت لبه حمله حرکت کند که خود کاهش گشتاور حول محور ایرفویل را به دنبال داشته و پایداری را افزایش می دهد.
- پسای موجی در ایرفویل با سطح زبر نسبت به سطح صاف در جریان ناپایای گذرصوتی کمتر است.
- اگرچه زبری سطح سبب افزایش اصطکاک و شدت توربولانس می شود ولی میرایی نوسانات ایرفویل را افزایش داده و پایداری سازه را به دنبال خواهد داشت.

 اعتبار سنجی این روش شبیهسازی تاکنون، محدود به انتخاب سختی فنرهای خطی و پیچشی به اندازه ایی است که بتواند بر حرکت نوسانی ایرفویل غالب شده و این نوسانات را مستهلک نماید. برای انتخاب سختی های کمتر نیاز به شبیهسازی بیشتری است.

۷- مراجع

- 1. Fung, Y.C. "An Introduction to the Theory of Aeroelasticity", Courier Dover Publications, 2008.
- 2. Lapointe, S. and Dumas, G. "Numerical Simulations Of Self-Sustained Pitch–Heave Oscillations of a NACA 0012 Airfoil", in 20th Annual Conference of the CFD Society of Canada, 2012.
- Mowat, A., Malan, A., Van Zyl, L. H., and Meyer, J. "Hybrid Finite-Volume-ROM Approach to Non-Linear Aerospace Fluid-Structure Interaction Modelling", Proc. Internationl Forum Aeroelasticity and Structural Dynamic (IFASD), Paris, France, 26-30 joun 2011.
- Zorkipli, M.K.H.M. and Razak, N.A. "Simulation of Aeroelastic System with Aerodynamic Nonlinearity", Proc. International Conference On Vibration, Sound and System Dynamic (ICVSSD), Penang, 2 August 2017.
- Unger, R., Haupt, M., Horst, P., and Windte, J. "Structural Design and Aeroelastic Analysis of an Oscillating Airfoil for Flapping Wing Propulsion", in 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, pp. 306, 2008.
- Riso, C., Riccardi, G., and Mastroddi, F. "Nonlinear Aeroelastic Modeling via Conformal Mapping and Vortex Method for a Flat-Plate Airfoil in Arbitrary Motion", J. Fluids. Struct. Vol. 62, pp. 230-251, 2016.
- Medjroubi, W., Stoevesandt, B., Carmo, B., and Peinke, J. "High-Order Numerical Simulations of the Flow Around a Heaving Airfoil", Comput. Fluids. Vol. 51, No. 1, pp. 68-84, 2011.
- Yuan, W., Wang, B., and Poirel, D. "Numerical Simulations of Self-Sustained Aeroelastic Oscillations at Low Reynolds Numbers", in 28th ICAS, Brisbane, Australia, 2012.
- Banavara, N. K. and Dimitrov, D. "Prediction of Transonic Flutter Behavior of a Supercritical Airfoil Using Reduced Order Methods", New Results in Numerical and Experimental Fluid Mechanics IX, pp. 365-373, Springer, 2014.
- Akkala, J., Eslam Panah, A., Goodman, B., and Buchholz, J. "Vortex Dynamics and Performance of a Flexible Plunging Airfoil", in 51st AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, pp. 835, 2013.

- Mendez, B. and Munduate, X. "Study of Distributed Roughness Effect Over Wind Turbine Airfoils Performance Using CFD", in 33rd Wind Energy Symp, 2015.
- Yang, Z., Chin, S., and Swithenbank, J. "On the Modelling of the K-Equation for Compressible Two-Equation Turbulence Model", Symposium on Aeropropulsion, NASA CP-3078, 1991.
- 21. Flow", Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flow. Vol. 7, pp. 266-276, 1991.
- 22. Narayan, J. and Sekar, B. "Computation of Turbulent High Speed Mixing Layers Using a
- Liu, S. and Qin, N. "Modelling Roughness Effects for Transitional Low Reynolds Number Aerofoil Flows", Proc. IMechE Part G: J. Aerospace Engineering, Vol. 229, No. 2, pp. 280–289, 2015.
- Issa, R.I. "Solution of the Implicitly Discretised Fluid Flow Equations by Operator-Splitting", J. Comput. Phys. Vol. 62, No. 1, pp. 40-65, 1986.
- Launder, B.E. and Spalding, D.B. "The Numerical Computation of Turbulent Flows Numerical Prediction Of Flow", Heat Transfer, Turbulence and Combustion, eds Pataqnkar S.V., Pollard A., Singhal and Pratap Vanka S., Elmstord, New York, Pergamon Press, Ltd. 96-116, 1983.
- Landon, R. "NACA 0012 Oscillatory and Transient Pitching", In Aircraft Research Association Ltd Bedford (United Kingdom), 2000.
- 27. Korotkin, A.I. "Added Masses of Ship Structures", Springer Science & Business Media, 2008.

- 11. Razak, N.A., Andrianne, T., and Dimitriadis, G. "Flutter and Stall Flutter of a Rectangular Wing in a Wind Tunnel", AIAA J. Vol. 49, No. 10, pp. 2258-2271, 2011.
- Walker, W.P. and Patil, M.J. "Unsteady Aerodynamics of Deformable Thin Airfoils", J. Aircr. Vol. 51, No. 6, pp. 1673-1680, 2014.
- Williams, M. "Linearization of Unsteady Transonic Flows Containing Shocks", AIAA J. Vol. 17, No. 4, pp. 394-397, 1979.
- Kazem, M.R., Mirzavand Borujeni, B., and Khojasteh, Z. "Investigation of Nonlinear Aeroelastic Behavior of Airfoil Despite Flow Separation Based on Third Degree Static Fatigue Model", Mechanical Engineering Modares, Iran Vol. 16, No. 12, pp. 300-308, 2016. (in persian)
- 15. Razavi, S.I. and Neghaban, M.H. "Numerical Investigation of the Flow Behavior Around the Elastic Deformable Airfoil in the Chord Direction", Journal of Amirkabir Mechanical Engineering, Vol. 51, No 6, pp. 1411-1426, 2019.
- Bai, T., Liu, J., Zhang, W., and Zou, Z. "Effect of Surface Roughness on the Aerodynamic Performance of Turbine Blade Cascade", Propuls. Power Res. Vol. 3, No. 2, pp. 82-89, 2014.
- Bouhelal, A., Smaïli, A., Masson, C., and Guerri, O. "Effects of Surface Roughness on Aerodynamic Performance of Horizontal Axis Wind Turbines", in Proc. The 25th Annual Conference of the CFD Society of Canada, University of Windsor, pp. 18-21, 2017.
- Sagol, E., Reggio, M., and Ilinca, A. "Issues Concerning Roughness on Wind Turbine Blades", Renew. Sust. Energ. Rev. Vol. 23, pp. 514-525, 2013.