

علمی- پژوهشی

# اندازه‌گیری ضریب پسا و تخمین ضرایب آیرودینامیکی با استفاده از مدل‌سازی داده‌های آزمایش ایروبالستیک با حداقل مربعات غیرخطی در حضور خطاهای مختلف

رضا بابایی مقدم<sup>۱</sup> محمد مهدی علیشاهی<sup>۲\*</sup> مجتبی میرزایی<sup>۳</sup>

دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۸/۱۷؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۱۱/۰۹؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۱۱/۱۹؛ تاریخ انتشار: ۱۴۰۰/۱۲/۰۱

DOR: <https://dorl.net/dor/20.1001.1.23223278.1400.10.2.5.2>

## چکیده

استخراج ضرایب آیرودینامیکی و مشتقات دینامیکی با دقت بالا یکی از مهم‌ترین کاربردهای آزمایش‌های ایروبالستیک است. این کار با اندازه‌گیری موقعیت‌های خطی و زاویه‌ای و سرعت‌های مربوطه و دیگر پارامترها بسته به حسگرهای به‌کاررفته در آزمایشگاه، انجام می‌شود. مهم‌ترین سوال قبل و بعد از انجام این آزمایش‌ها میزان دقت نتایج به‌دست‌آمده، اثبات درستی روش و الگوریتم به‌کاررفته در استخراج ضرایب و اثر خطاهای مختلف بر روی نتایج است. بدین منظور می‌توان اثر وجود خطا در مقادیر اندازه‌گیری شده نسبت به ضرایب آیرودینامیکی مورد نظر را قبل از انجام آزمایش مدل‌سازی، محاسبه و بررسی نمود. در این مطالعه علاوه بر انجام آزمایش‌های پروازی برای تعیین ضریب پسا، مقایسه اثر وجود خطا در انواع پارامترهای اندازه‌گیری شده در ضرایب آیرودینامیکی نیز ارائه شده است. در یک سری آزمایش پروازی ضریب پسای کره با خطای کمتر از ۳٪ استخراج گردید که مبین توانایی تخمین ضرایب آیرودینامیکی با دقت بالا از آزمایش‌های ایروبالستیکی است. خطاهای آزمایش‌های ایروبالستیک می‌تواند ناشی از حسگرها، خطای ساخت نمونه، خطای الگوریتم تخمین و ... باشد که با در نظر گرفتن هر یک، میزان خطای نهایی محاسبه شده و نتایج پروازی مدل‌شده در حضور خطا نیز می‌تواند با مقادیر بدون خطا مقایسه گردد. این بررسی نشان خواهد داد که تأثیر خطای هر یک از داده‌های پروازی بر روی حل عددی مدل پروازی و نتایج ضرایب تخمین زده شده چگونه است و در نتیجه در انتخاب هر یک از حسگرها در آزمایش‌های پروازی ایروبالستیکی چه دقتی باید لحاظ شود.

**واژه‌های کلیدی:** آزمایش ایروبالستیک، شناسایی و تخمین ضرایب، روش حداقل مربعات، ضرایب آیرودینامیکی، خطای ضرایب، ضریب پسا

## Measurement of Drag Coefficient and Estimation of Aerodynamic Coefficients Using Nonlinear Least Square Method on Simulated Aeroballistic Tests Considering Experimental Errors

R. Babayi Moghadam M. M. Alishahi M. Mirzai

Shiraz University, Shiraz, Iran

(Received: 2021/11/08, Revised: 2022/01/29, Accepted: 2021/02/08, Published: 2022/02/20)

### ABSTRACT

Extraction of aerodynamic coefficients and dynamic derivatives with high accuracy is one of the most important applications of aeroballistic experiments. This is done by measuring the linear and angular positions and the relevant speeds and other parameters depending on the sensors used in the laboratory. The most important question before and after these experiments is the accuracy of the obtained results, proving the correctness of the method and algorithm used in extracting the coefficients and the effect of different errors on the results. For this purpose, the effect of error in the measured values relative to the desired aerodynamic coefficients can be calculated and investigated before performing the modeling test. In this study, in addition to performing flight tests to determine the drag coefficient, a comparison of the effect of error in a variety of parameters measured in aerodynamic coefficients is also presented. In a series of flight tests, the drag coefficient of the sphere was extracted with an error of less than 3%, which shows the ability to estimate aerodynamic coefficients with high accuracy from tests. Errors of aeroballistic tests can be caused by sensors, sample construction error, error of estimation algorithm, etc. By considering each of them, the final error rate is calculated and the flight results modeled in the presence of error can be compared with error-free values. This study will show the effect of the error of each flight data on the numerical solution of the flight model and the results of the estimated coefficients, and therefore how carefully should be selected in the selection of each sensor in aeroballistic flight tests.

**Keywords:** Aeroballistic Test, Nonlinear Least Square, Aerodynamic Coefficients, Coefficients Error, Drag

۱- دانشجوی دکتری: rbabayi@chmail.ir

۲- استاد: (نویسنده مسئول): alisha@shirazu.ac.ir

۳- استادیار: m.mirzayi@shirazu.ac.ir

This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license.

## فهرست علائم و اختصارات

## ۱- مقدمه

برای طراحی و شبیه‌سازی یک وسیله پرنده نیاز به تعیین ضرایب آیرودینامیکی آن است. تعیین این ضرایب از روش‌های مختلفی نظیر آزمایش مدل در تونل باد، حل تحلیلی و حل عددی انجام می‌شود. یکی از این روش‌های که شامل انجام آزمایش تجربی و کاربرد نرم‌افزار جهت تخمین ضرایب با دقت‌های بالا می‌شوند، آزمایش ایروبالستیک است. در این نوع آزمایش، مدل مقیاس شده جسم پرنده در تونل مربوطه پرتاب شده و با حسگرهای مستقر شده نظیر پرتونگاری یا مغناطیسی پارامترهای پروازی جسم ثبت و به کمک نرم‌افزار، ضرایب آیرودینامیکی تخمین زده می‌شود.

نرم‌افزار مربوطه بر اساس حل عددی معادلات حرکتی جسم پرنده که شامل ۶ معادله غیرخطی نیرو و گشتاور همبسته بوده بنا شده است. در حالت عمومی، با داشتن ضرایب آیرودینامیکی و مشتقات پایداری و مشخص بودن نیروها و گشتاورهای وارده به وسیله پرنده و جایگذاری در معادلات مربوطه، می‌توان با روش‌های عددی انتگرال‌گیری نظیر رانژکوتا آن‌ها را حل کرد و داده‌های پروازی نظیر سرعت، زاویه پیچ و ... را به دست آورد.

اما در آزمایش ایروبالستیک، داده‌های پروازی معلوم هستند و ضرایب آیرودینامیکی و مشتقات آیرودینامیکی مجهول هستند. در این حالت، با روش‌های حل نظیر حداقل مربعات غیرخطی معادلات مربوطه حل شده و ضرایب آیرودینامیکی و مشتقات پایداری تخمین زده می‌شوند.

در این مقاله هدف این است که داده‌های حاصل از پرتاب یک مدل در آزمایشگاه ایروبالستیک از حسگرهای مربوطه دریافت شده و با قرار دادن نتایج در نرم‌افزار حل عددی با استفاده از روش حداقل مربعات، ضرایب آیرودینامیکی تخمین زده شوند. در ادامه بررسی شود چنانچه هر یک از داده‌های پروازی وسیله خطا داشته باشند، تأثیر این خطا بر روی تخمین هر یک از ضرایب چگونه است. این بررسی نشان خواهد داد که تأثیر خطای هر یک از داده‌های پروازی بر روی حل عددی و تخمین ضرایب چگونه است و در انتخاب هر یک از حسگرها چه دقتی باید لحاظ شود.

ضریب نیرو و یا گشتاور	$C_j$
ماتریس انتقال از دستگاه مختصات اینرسی به مختصات بدنی	$C_l^B$
بزرگ‌ترین قطر خارجی بدنه جسم	$D$
نیروی گرانشی وارد بر جسم در دستگاه مختصات اینرسی	$F_g^I$
گشتاورهای اینرسی لحظه‌ای جسم	$I_x, I_y, I_z$
گشتاورهای اینرسی حاصل ضرب لحظه‌ای جسم	$I_{xy}, I_{yz}, I_{zx}$
گشتاورهای خارجی وارده بر وسیله	$L, M, N$
جرم لحظه‌ای جسم	$M_s$
عدد ماخ جریان آزاد	$M_\infty$
هددینامیکی	$Q$
سطح مقطع خارجی بدنه جسم	$S$
نیروهایی خارجی وارده در جهات $x, y, z$	$X, Y, Z$
فاصله مرکز جرم لحظه‌ای جسم تا مرکز دستگاه مختصات بدنی	$X_{BC}$
سرعت زاویه‌ای جسم	$P, Q, R$
سرعت زاویه‌ای جسم	$W_x, W_y, W_z$
سرعت مدل نسبت به هوا	$V_{wb}$
تغییرات ضریب برآ نسبت به تغییر زاویه سکان بالابرنده	$C_{\text{del}}$
<b>علائم یونانی</b>	
زاویه حمله	$\alpha$
زاویه سمت	$\beta$
چگالی هوا	$\rho$
زوایای سطوح کنترلی	$\delta$
زاویه بالابر	$\delta_e$
زاویه سکان	$\delta_r$
زاویه شهپر	$\delta_a$
زوایای اولر	$\varphi, \theta, \psi$
زاویه مسیر پرواز	$\gamma$

## ۲- تاریخچه

جریانات پروازی مختلف به‌دست آورده و با نتایج حاصل از حل عددی جریان مقایسه کرده‌اند.

در سال ۲۰۱۵ نیز در تحقیق انجام‌شده توسط ایواکاو و همکارانش [۹] سرعت پرتابه، شکل جریان، اثرات تغییر فشار اطراف پرتابه را به ترتیب با استفاده از یک جفت دیود لیزری-فوتو دیود، تصویر شلیرن و حسگرهای فشار محاسبه و با نتایج عددی حل جریان مقایسه نمودند. در سال ۲۰۱۹ نیز ابطی [۱۰] با توسعه الگوریتم شناسایی بازگشتی، ضرایب هیدرودینامیکی حرکتی یک جسم زیرسطحی را تعیین و با استفاده از این ضرایب، کنترلر آن جسم را طراحی و بهینه نمود.

در سال ۲۰۲۱ بابایی با استفاده از داده‌های پروازی یک شبه‌ساز، ضرایب آیرودینامیکی و مشتقات پایداری یک جسم پرنده را محاسبه نموده و در ادامه به تحلیل حساسیت هر یک از ضرایب آیرودینامیکی نسبت به داده‌های پروازی پرداخته و تعیین نموده که برای تخمین هر یک از ضرایب آیرودینامیکی و مشتقات پایداری، کدام یک از داده‌های پروازی اهمیت بیشتری دارند [۱۱].

همان‌گونه که بیان شد اغلب تحقیقات ارائه‌شده برای بیان تجربیات و اطلاعات به‌دست‌آمده از آزمایش‌ها و آزمایشگاه‌های ایروبالستیک موجود بوده است و در هیچ یک به تأثیر خطاهای داده‌های پروازی و دقت حسگرها پرداخته نشده است. با توجه به آماده‌سازی آزمایشگاه ایروبالستیک دانشگاه شیراز و برنامه‌ریزی برای انجام آزمایش‌ها، لازم است تا علاوه بر یافتن پاسخ به سوال‌های فوق‌الذکر به مواردی مانند تأثیر خطاها در حل عددی مساله و تخمین ضرایب آزمایش ایروبالستیک، دقت مورد نیاز هر یک از داده‌های پروازی و تعیین نوع حسگرهای اندازه‌گیری با توجه به دقت مورد نیاز توجه شود. لذا در این مقاله هدف‌گذاری بر این مبنا قرار گرفت که با استفاده از داده‌های شبه‌ساز آزمایش ایروبالستیک، ضرایب آیرودینامیکی و مشتقات پایداری از طریق روش کمترین مربعات تخمین زده شوند و علاوه بر آن، تأثیر خطاهای هر یک از داده‌های پروازی به‌عنوان ورودی بر روی تخمین ضرایب آیرودینامیکی و مشتقات پایداری به‌عنوان دستاوردهای این مطالعه بررسی و تحلیل شوند. مضافاً در این مقاله نتایج

استفاده از آزمایش پرواز آزاد مدل توسط سامانه‌های پرتاب مدل به‌منظور تعیین مشخصات آیرودینامیکی یک پرتابه به دهه ۱۹۷۰ میلادی برمی‌گردد. چاپمن و کرک [۱] از نخستین کسانی هستند که روشی به‌منظور تخمین ضرایب آیرودینامیکی از داده‌های پرواز آزاد مدل ارائه کردند. در سال ۱۹۸۸ دوپویس [۲] از سامانه پرتاب مدل جهت تعیین ضرایب آیرودینامیکی  $C_{x0}$ ،  $C_{ma}$  و  $C_{lp}$  در اعداد ماخ بین ۱/۷ تا ۲/۵ استفاده کرد. وی با استفاده از سیستم سایه‌نگاری با ۱۴ ایستگاه تصویربرداری و ۴ ایستگاه شلیرن موقعیت پرتابه را محاسبه و سپس توسط روش‌های شناسایی ضرایب آیرودینامیکی پرتابه دارت مانند را محاسبه نمود.

در سال ۲۰۰۰ تام و همکاران [۳] طی تحقیقی پسای آیرودینامیکی هندسه‌های مختلف در عدد ماخ ۲ را به‌دست آوردند. به گفته آن‌ها آزمایش پرتاب مدل روش بسیار مناسبی به‌منظور محاسبه پسا با دقت بسیار بالا برای پرتابه‌های مافوق صوت است. براون و همکاران [۴] نیز در سال ۲۰۱۰ ضرایب غیرخطی و مشتقات استهلاکی یاو و پیچ را بین عددهای ماخ ۰/۷ تا ۱/۲۵ از طریق محاسبه مسیر پروازی با استفاده از ۱۶ ایستگاه سایه‌نگاری به‌دست آوردند. هم‌چنین آن‌ها علاوه بر تخمین ضرایب  $C_D$ ،  $C_L$ ،  $C_m$ ،  $C_n$ ،  $C_{mq}$ ، زوایای حمله و سمت را محاسبه کردند.

تاپر و همکارانش در سال ۲۰۰۷ [۵] امکان استفاده از تله‌متری را به‌منظور دریافت داده و در نهایت محاسبه خصوصیات آیرودینامیکی مدل یک جسم از طریق آزمایش ایروبالستیک بررسی نمودند. در سال ۲۰۱۲ وی و همکارانش [۶] با استفاده از ۲ عدد دوربین سرعت بالا، ۲ عدد سایه‌نگار و سرعت‌سنجی لیزر داپلر توانستند علاوه بر اندازه‌گیری وابسته به زمان پارامترهای سیال و مشاهده دقیق حرکات انتقالی و چرخشی، ضرایب آیرودینامیکی یک پرتابه را در محدوده اعداد ماخ ۳ تا ۴/۵ با استفاده از پردازش تصویر و روش برازش حداقل مربعات تخمین بزنند. توپودا و همکارانش [۷] و [۸] نیز در سال‌های ۲۰۱۳ و ۲۰۱۵ فشار در نزدیکی پرتابه‌های مختلف را با استفاده از ۸ حسگر فشار در فواصل معین در اطراف مسیر ایده‌آل پروازی و در

چون دستگاه بدنی نسبت به دستگاه اینرسی دوران می‌کند بنابراین رابطه مشتق زمانی بردارها در دستگاه غیرلخت بدنی به فرم معادلات (۴) تا (۶) قابل بیان است [۱۴].

$$\frac{d}{dt}(\cdot) = \frac{\partial}{\partial t}(\cdot) + \vec{\omega} \times (\cdot) \quad (4)$$

$$\vec{F} = m\dot{\vec{V}} + \vec{\omega} \times m\vec{V} \quad (5)$$

$$\vec{M} = I\dot{\vec{\omega}} + \vec{\omega} \times I\vec{\omega} \quad (6)$$

نیروها و گشتاورهای وارده به پرتابه نیز به صورت روابط (۷) و (۸) نوشته می‌شوند.

$$\vec{F} = \vec{F}_{Aerodynamic} + \vec{F}_{gravity} \quad (7)$$

$$\vec{F}_{Aerodynamic} = QS [C_X \quad C_Y \quad C_Z]^T_{body} \quad (7)$$

$$\vec{F}_{gravity} = mg [-\sin(\theta) \quad \sin(\varphi)\cos(\theta) \quad \cos(\varphi)\cos(\theta)]^T_{body}$$

$$\vec{M} = \vec{M}_{Aerodynamic}$$

$$\vec{M}_{Aerodynamic} = QSd [C_l \quad C_m \quad C_n]^T_{body} + X_{bc} [0 \quad QSC_z \quad -QSC_y]^T \quad (8)$$

نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی پرتابه نیز به صورت روابط (۹) بسط داده می‌شوند:

$$(F_A^B)_x = QS \left[ C_{x0} + C_{x\alpha^2} \alpha |\alpha| + C_{x\beta^2} \beta |\beta| + C_{x\delta_e} |\delta_e| + C_{x\delta_a} |\delta_a| + C_{x\delta_r} |\delta_r| \right]$$

$$(F_A^B)_y = QS \left[ C_{y\beta} \beta + C_{y\delta_r} \delta_r + C_{yr} \frac{rD}{2v} \right]$$

$$(F_A^B)_z = QS \left[ C_{z\alpha} \alpha + C_{z\delta_e} \delta_e + C_{yq} \frac{qD}{2v} \right] \quad (9)$$

$$(M_A^B)_x = QSD \left[ C_{L\delta_a} \delta_a + C_{Lp} \frac{pD}{2v} \right]$$

$$(M_A^B)_y = QSD \left[ C_{M\alpha} \alpha + C_{M\delta_e} \delta_e + C_{Mq} \frac{qD}{2v} \right]$$

$$(M_A^B)_z = QSD \left[ C_{N\beta} \beta + C_{N\delta_r} \delta_r + C_{Nr} \frac{rD}{2v} \right]$$

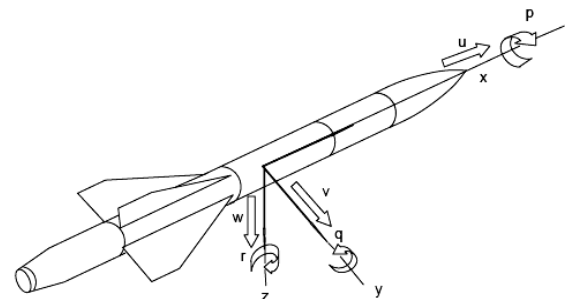
در روابط (۹)،  $Q$  هد دینامیکی،  $\rho$  چگالی هوا و  $v$  اندازه بردار  $v_{wb}$  است.  $S$  و  $D$  نیز به ترتیب سطح و طول مرجع که می‌توانند سطح مقطع و بزرگ‌ترین قطر خارجی بدنه جسم باشند.

اولیه به‌دست‌آمده از آزمایش در آزمایشگاه ایروبالستیک دانشگاه شیراز ارائه شده که نشان‌دهنده دقت قابل دستیابی در آزمایش‌ها تعیین ضریب پسا است.

### ۳- معادلات و تئوری حل مساله

#### ۳-۱- معادلات حرکت

برای به‌دست آوردن معادلات حرکت لازم است دستگاه مختصات چسبیده به بدنه (مختصات بدنی) تعریف شود. در این دستگاه محور  $X$  در راستای محور طولی، و محورهای  $Y$  و  $Z$  عمود بر آن هستند (شکل ۱)، [۱۲].



شکل (۱): شماتیک طرز قرار گرفتن محورهای مختصات بدنی

معادلات حرکتی جسم همبسته و غیرخطی هستند. سه معادله از این شش معادله مربوط به معادلات نیرویی و سه معادله دیگر مربوط به معادلات گشتاور هستند. این معادلات در دستگاه مختصات لخت<sup>۱</sup> به صورت معادله (۱) بیان می‌شوند [۱۲ و ۱۳]:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{V}) \quad (1)$$

$$\vec{M} = \frac{d}{dt}(I\vec{\omega}) \quad (2)$$

$$\vec{F} = [F_x \quad F_y \quad F_z]^T$$

$$\vec{M} = [M_x \quad M_y \quad M_z]^T \quad (3)$$

$$\vec{V} = [v_x \quad v_y \quad v_z]^T$$

$$\vec{\omega} = [\omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]^T$$

<sup>1</sup> Inertial Coordinate

در سیستم گسسته، روش شناسایی به صورت زیر خواهد بود. در روش گرادیان می‌توان قانون تقریب زیر را برای سیستم به دست آورد.

$$\theta(k) = \theta(k-1) + \frac{\varphi(k)e(k)}{c + \varphi^T(k)\varphi(k)} ; c > 0 \quad (15)$$

یا در روش حداقل مربعات خواهیم داشت:

$$J = \sum_{k=1}^{Ni} e_k^2 = \sum_{k=1}^{Ni} (y_k - \hat{y}_k)^2$$

$$\frac{\partial J}{\partial \theta} = 0 \rightarrow \frac{\partial}{\partial \theta} \sum_{k=1}^{Ni} (y_k - \hat{y}_k)^2 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \sum_{k=1}^{Ni} (y_k^T - \varphi^T \theta) (y_k - \varphi^T \theta) = 0$$

$$\rightarrow \sum_{k=1}^{Ni} (\varphi_k \varphi_k^T \theta - \varphi_k y_k) = 0$$

$$\rightarrow \underbrace{[\varphi_1 \quad \dots \quad \varphi_{Ni}]}_{\varphi_N^T} \underbrace{\begin{bmatrix} \varphi_1^T \\ \vdots \\ \varphi_{Ni}^T \end{bmatrix}}_{\varphi_N} \theta = \underbrace{\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{Ni} \end{bmatrix}}_Y$$

$$\rightarrow \theta = (\varphi_N^T \varphi_N)^{-1} \varphi_N^T Y$$

در مسئله تخمین ضرایب در واقع هدف کمینه کردن تابع هدف زیر است. این روش تخمین پارامتر را روش حداقل مربعات غیرخطی می‌گویند. همچنین باید توجه کرد روش‌ها معمولاً محلی است و در یک همسایگی محدود از پارامترها و تغییرات قابل استناد است.

$$J = \sum_{i=1}^{n_s} \sum_{k=1}^{Ni} \sum_{j=1}^{n_y} e_{i,j}^T(t_k, \theta) \cdot e_{i,j}(t_k, \theta) \quad (17)$$

$$e_{i,j}(t_k, p) = y_{i,j}(t_k) - \hat{y}_{i,j}(t_k, \theta)$$

در این رابطه،  $n_y$  تعداد خروجی‌های اندازه‌گیری شده،  $Ni$  تعداد گام‌های زمانی،  $n_s$  تعداد کل آزمایش‌ها هستند. برای راحتی بیشتر تابع هدف را به صورت برداری به فرم زیر نیز می‌توان نوشت:

$$J = E^T \cdot E \quad (18)$$

با استفاده از معادلات (۵) و (۶) و با فرض با توجه به تقارن موجود در جسم مورد مطالعه نیز رابطه زیر برقرار است:

$$I_{xy} = I_{yz} = I_{xz} = 0$$

بنابراین رابطه زیر برقرار است [۱۵ و ۱۶]:

$$\dot{V} = \begin{pmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{v}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_z v_y - \omega_y v_z \\ \omega_x v_z - \omega_z v_x \\ \omega_y v_x - \omega_x v_y \end{pmatrix} + g \begin{pmatrix} -\sin(\theta) \\ \sin(\varphi) \cos(\theta) \\ \cos(\varphi) \cos(\theta) \end{pmatrix} + \frac{QS}{m} \begin{pmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\dot{\omega} = \begin{pmatrix} \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_x} (QSdC_l - \omega_y \omega_z (I_z - I_y)) \\ \frac{1}{I_y} (QSdC_m - \omega_x \omega_z (I_x - I_z)) \\ \frac{1}{I_z} (QSdC_n - \omega_x \omega_y (I_y - I_x)) \end{pmatrix} \quad (11)$$

هم‌چنین مؤلفه‌های سرعت جسم و زوایای  $\alpha$  و  $\beta$  از روابط (۱۲) به دست می‌آیند.

$$v_x = V \cos \alpha \cos \beta$$

$$v_y = V \sin \beta$$

$$v_z = V \sin \alpha \cos \beta \quad (12)$$

$$V = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

### ۳-۲- روش حداقل مربعات خطی

قانون تقریب ضرایب باید به گونه‌ای باشد که این تقریب‌ها با خطای قابل قبولی به مقادیر حقیقی ضرایب نزدیک شوند. معمولاً قانون تقریب از کمینه کردن یک تابع هدف به دست می‌آید. تابع هدف در روش حداقل مربعات به صورت رابطه (۱۳) است.

$$J = \frac{1}{2} e^2 = \frac{1}{2} (y - \hat{y})^2 \quad (13)$$

تابع هدف در روش حداقل مربعات به شکل معادله (۱۴) خواهد بود.

$$J = \sum_{k=1}^{Ni} e_k^2 = \sum_{k=1}^{Ni} (y_k - \hat{y}_k)^2 \quad (14)$$

(In discretized system)

### ۳-۴-۳- خطاهای حسگرهای آزمایشگاه ایروبالستیک

حسگرهایی که در آزمایش ایروبالستیک استفاده می‌شوند، دارای خطای اندازه‌گیری در زمان داده‌برداری می‌باشند. این خطاها بسته به نوع حسگر و نوع داده‌های اندازه‌گیری به دو نوع نویز (اغتشاشات) و دریافت تقسیم‌بندی می‌شوند. برای کم کردن اثرات خطاهای سیستم نیز در برنامه تخمین ضرایب، می‌توان فیلترهایی تعریف نمود. در ادامه به بررسی انواع نویز، دریافت و فیلترها پرداخته می‌شود.

**۳-۴-۳-۱- نویز بایاس<sup>۵</sup>:** این نوع خطا ناشی از شرایط محیطی، عملکرد حسگر، خطای ساخت و ... است که در نقطه صفر و شروع عملکرد حسگر خود را نشان می‌دهد. به‌عنوان مثال، جاپروها یک خطای بایاس دارند که جهت مشاهده آن، ابتدای کار جاپرو را در نقطه صفر به مدت زمانی معین روشن کرده و سپس مقدار آن را بررسی می‌کنند. در این حالت ممکن است جاپرو حول نقطه‌ای غیرصفر نوسان کند که این مقدار غیرصفر به‌عنوان خطای بایاس در نظر گرفته می‌شود.

بنابراین خطای بایاس را به‌عنوان خطای اولیه حسگر در نظر می‌گیریم که با مقدار سینوسی حول مقدار خطای در نظر گرفته شده بایاس نوسان می‌کند.

**۳-۴-۳-۲- نویز نسبی<sup>۶</sup>:** این خطا به‌عنوان درصدی از حداکثر بزرگی سیگنال در نظر گرفته می‌شود و با سیگنال اصلی جمع و یا از آن کم می‌شود. جهت اعمال این خطا، مقدار خطای نسبی از حداکثر بزرگی سیگنال را به‌صورت یک موج سینوسی در نظر می‌گیریم که با سیگنال اصلی جمع می‌شود.

**۳-۴-۳-۳- نویز سفید:** در پردازش نویز، نویز سفید سیگنالی تصادفی است که دارای شدت برابر در فرکانس‌های مختلف است و تراکم طیفی قدرت ثابت را می‌دهد. این نویز در بسیاری از پدیده‌های فیزیکی و فنی نظیر ارتباطات

$$E = E_{(n_y, Ni_s) \times 1}$$

در واقع  $E$  یک بردار ستونی شامل خطای تمام خروجی‌ها، برای تمام زمان‌ها و تمام آزمایش‌ها است؛ یعنی  $E$  یک بردار ستونی با  $n_y * Ni_s$  سطر است.

شرط کمینه شدن این تابع به شکل زیر قابل بیان است:

$$\nabla J = 0 \quad (19)$$

$\nabla^2 J$  is positive definite

$\nabla J$  و  $\nabla^2 J$  نیز طبق روابط (۲۰) قابل محاسبه خواهند بود.

$$\nabla J = \text{Jacobian}(E)^T \cdot E$$

$$\nabla^2 J = \text{Jacobian}(E)^T \cdot \text{Jacobian}(E) + \quad (20)$$

$$\sum_{i=1}^{n_s} \sum_{k=1}^{Ni} \sum_{j=1}^{n_y} e_{i,j}(t_k, \theta) \cdot \nabla^2 e_{i,j}(t_k, \theta)$$

برای کمینه کردن تابع هدف باید از روش‌های بهینه‌سازی استفاده کرد. روش‌های متعددی برای این منظور توسعه یافته‌اند. از جمله این موارد می‌توان به روش نیوتن<sup>۱</sup>، روش گaus-نیوتن<sup>۲</sup>، روش دمپ شده گaus-نیوتن<sup>۳</sup>، روش لونبرگ-مارکرت<sup>۴</sup> و دیگر روش‌ها اشاره کرد

### ۳-۳- روش نیوتن

در روش نیوتن، قانون تقریب از رابطه (۲۱) قابل محاسبه است.

$$\theta_{q+1} = \theta_q - (\nabla^2 J_q)^{-1} \nabla J_q \\ = \theta_q - \left( \text{Jacobian}(E)_q^T \cdot \text{Jacobian}(E)_q + S_q \right)^{-1} \nabla J_q \quad (21)$$

$$\text{where: } S_q = \sum_{i=1}^{n_s} \sum_{k=1}^{Ni} \sum_{j=1}^{n_y} e_{i,j}(t_k, \theta_q) \cdot \nabla^2 e_{i,j}(t_k, \theta_q)$$

در این رابطه  $q$  شماره تکرار الگوریتم است و الگوریتم باید تا جایی تکرار شود که تغییرات  $\theta$  به‌عنوان تقریب پارامترهای مجهول به حداقل مقدار قابل قبول برسد. همچنین باید توجه کرد که مشتق‌ها عددی محاسبه می‌شوند.

<sup>5</sup> Bias noise

<sup>6</sup> Proportional

<sup>1</sup> Newton's method

<sup>2</sup> The Gauss-Newton method

<sup>3</sup> Damped Gauss-Newton

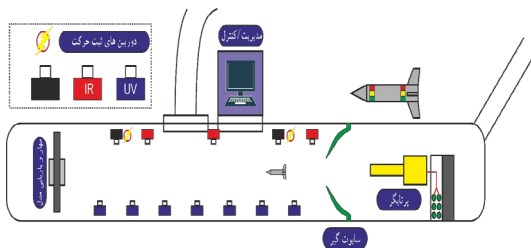
<sup>4</sup> The Levenberg-Marquardt method

در دسترس است، لذا جهت اعمال فیلتر هم داده‌های ماقبل و هم داده‌های بعد آن در دسترس است و می‌توان از آن‌ها جهت اعمال فیلتر استفاده کرد. مزیت عمده این حالت، حذف تأخیر در صورت انتخاب مناسب فیلتر خواهد بود.

در این مقاله جهت اعمال فیلتر از فیلتر فاز صفر دیجیتال با قابلیت پردازش داده‌های ورودی در دو جهت جلو و بازگشتی به نام فیلتر  $filtfilt$  استفاده شده است.

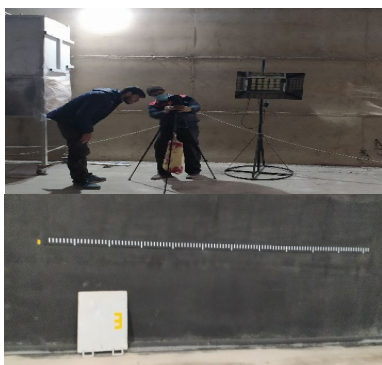
### ۳-۵- معرفی آزمایشگاه ایروبالستیک و نحوه انجام آزمایش‌ها

شکل شماتیک آزمایشگاه ایروبالستیک دانشگاه شیراز و تجهیزات معمول در آن در شکل ۲ نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود قسمت‌های عمده عبارت‌اند از: میدان سرپوشیده خط مستقیم و تاریک به طول ۳۴۰ متر و با پهنای حدود ۸ متر و ارتفاع بیش از ۳ متر، یک پرتابگر گازی و ایستگاه‌های اندازه‌گیری با حسگرهای مختلف. شکل ۳ یکی از ایستگاه‌های اندازه‌گیری نوری که شامل فلاش فوق سریع، دوربین تصویربرداری و صفحه تصویر است را نشان می‌دهد.



شکل (۲): نمای آزمایشگاه ایروبالستیک و تجهیزات

مربوطه



شکل (۳): تصویر یکی از ایستگاه‌ها اندازه‌گیری، بالا

دوربین و فلاش فوق سریع، پائین صفحه تصویر روبروی دوربین

رادیویی، فیزیک، مهندسی آکوستیک و پیش‌بینی‌های آماری خود را نشان می‌دهد.

نویز سفید گوسین یک مدل نویز پایه است که در تئوری اطلاعات جهت شبیه‌سازی تأثیر پردازش‌هایی که در طبیعت اتفاق می‌افتد، استفاده می‌شود. گوسین به این دلیل است که این نویز، توزیع نرمال در حوزه زمانی دارد که مقدار حوزه زمانی میانگین آن صفر است.

نویز سفید وارد شده، نویز گوسین<sup>۱</sup> سفید است که با مقدار «نسبت سیگنال به نویز بر نمونه» بر حسب دسیبل مشخص می‌شود.

۳-۴-۴- دریافت: یکی دیگر از خطاهایی که در داده‌های تجربی خود را نشان می‌دهد خطا و دریافت جاپرو است. این خطا بر اساس میزان خطای جاپرو بر حسب درجه در هر ساعت است و به نوع و دقت جاپرو استفاده شده بستگی دارد. جهت اعمال آن، بر روی هر یک از زوایای  $\theta$  و  $\phi$  حاصل از شبیه‌سازی مقدار آن وارد می‌شود.

۳-۴-۵- فیلتر: از فیلتر جهت کم کردن و تعدیل اثرات خطاهای سیستم بر روی مقادیر اندازه‌گیری شده است. در واقع در اینجا از فیلتر جهت کم کردن اثرات نویز بر روی سرعت اندازه‌گیری شده و همچنین اثرات دریافت جاپرو استفاده می‌شود.

فیلترهای مختلفی برای کاهش اثرات خطاهای سیستم طراحی و استفاده می‌شود. این فیلترها در شرایط مختلفی استفاده می‌شود که شامل آنالین و غیرآنالین هستند.

در حالت آنالین، با توجه به داده‌های فعلی و داده‌های قبلی آن با وزن دادن به هر یک، داده فیلتر شده تعریف می‌شود. مشکلی که این حالت وجود خواهد داشت، به وجود آمدن تأخیر در سیستم است که این قضیه در مقایسه نمودارهای داده‌های فیلتر شده و داده‌های خام قابل مشاهده است. مقدار تأخیر متناسب با وزن اختصاص داده شده برای داده‌های ماقبل است.

در حالت غیرآنالین (که نتایج آزمایش ایروبالستیک نیز از این دست است) کلیه داده‌ها از زمان آغاز تا پایان تست

<sup>1</sup> Gaussian noise

#### ۴- نتایج

##### ۴-۱- تخمین ضریب پسای کره از نتایج آزمایش

##### ایروبالستیک و مقایسه با نتایج تجربی دیگر مراجع

با توجه به اینکه امکان اندازه‌گیری ضریب پسا در آزمایشگاه ایروبالستیک دانشگاه شیراز فراهم شده در این قسمت، از نتایج به‌دست‌آمده از چنین آزمایشی بر روی یک کره استفاده و با به‌کارگیری الگوریتم و نرم‌افزار تهیه شده جهت تخمین ضرایب، ضریب پسای جسم استخراج می‌گردد. با مقایسه این تخمین‌ها با نتایج تجربی موجود می‌توان به صحت کارکرد آزمایش‌های ایروبالستیک و نرم‌افزار استخراج ضرایب حداقل در این شرایط پی برد. اگر چه تعداد آزمایش‌ها و نوع ضرایب در این قسمت محدود و معدود است اما هدف از انجام این قسمت تنها اثبات صحت نمونه‌گیری در آزمایشگاه مذکور و درستی عملکرد نرم‌افزار تدوین شده و استخراج خطای کل است. متعاقباً در بخش‌های بعدی این تحقیق، مدل‌های پروازی پیچیده‌تر و دیگر ضرایب آیرودینامیکی، مدنظر قرار گرفته و خروجی‌ها به‌جای اندازه‌گیری تجربی در آزمایشگاه ایروبالستیک، از شبیه‌سازی پروازی به‌دست می‌آیند. بدین‌صورت اثر خطاهای مختلف بر روی ضرایب تخمین زده‌شده در حالات عمومی و گسترده، ارائه و بررسی خواهد شد.

در این آزمایش‌ها مدل کروی با قطر ۶ سانتی‌متر با وزن‌های مختلف ساخته و در محدوده سرعت‌های پایین حدود صوت یعنی عدد ماخ بین ۰/۵ تا ۰/۷ پرتاب گردید. شکل شماتیک محوطه آزمایش ۳۶ متری، محورهای مختصات و موقعیت صفحات تصویربرداری در شکل ۶ نشان داده شده است. خط زرد روی زمین در این شکل به موازات محور X و خط زرد میانی مسیر حرکت کره را نشان می‌دهد.

نتیجه تصویربرداری از یکی از این آزمایش‌ها در دو ایستگاه اندازه‌گیری در شکل ۷ نمایش داده شده است. این تصویر با سه بار زدن فلاش سریع با فاصله زمانی دو میلی‌ثانیه و هر بار زمان فلش یک میکروثانیه گرفته شده است.

در فاز اولیه تجهیز آزمایشگاه ایروبالستیک تنها از تصویر مدل در حال پرواز و برای ثبت وضعیت پروازی مدل از فلاش‌های فوق سریع استفاده می‌گردد. زمان روشن بودن فلاش‌ها از ۵۰۰ نانو ثانیه تا ۲ میکروثانیه و فواصل زمانی مابین هر بار فلاش زدن یک دستگاه فلاش تا چند میلی‌ثانیه قابل تنظیم است. قابل توجه است که به لحاظ تاریک بودن کل محوطه آزمایشگاه در هر ایستگاه از دوربین‌های عکاسی نیمه حرفه‌ای با دیافراگم‌های باز در مدت زمان حدود ۰/۵ ثانیه استفاده می‌شود. بدین‌صورت علاوه بر صرفه‌جویی در هزینه ایجاد ۲۰ ایستگاه برداشت اطلاعات، در هر عکس که از هر ایستگاه اندازه‌گیری دریافت می‌شود می‌توان تا سه تصویر از پرواز مدل در سه زمان مختلف مربوط به زمان روشن بودن فلاش‌ها ذخیره نمود. به‌عنوان مثال شکل ۴ نشان‌دهنده پرواز مدل همراه با سابوت‌های در حال باز شدن در سه وضعیتی است که فلاش زده شده است.



شکل (۴): تصویر نمونه از یک مدل (بالک بدنه) همراه با سابوت‌ها که در حال باز شدن هستند. زمان مابین سه بار فلاش هر کدام ۲ میلی‌ثانیه، زمان روشن بودن فلاش ۱ میکروثانیه و سرعت مدل پروازی ۲۹۴ متر بر ثانیه بوده است.

سامانه پرتاب نیز در شکل ۵ نشان داده شده است. در این سامانه می‌توان مدل‌هایی با حداکثر قطر ۶ سانتی‌متر و وزن حدود ۲۵۰ گرم را با انتخاب فشار مناسب تا عدد های ماخ بیش از ۲ برای پرواز آزاد پرتاب نمود.



شکل (۵): سامانه پرتابگر مدل گاز فشرده در ابتدای تونل ایروبالستیک دانشگاه شیراز



این کار در جدول ۲ ارائه شده است. در این جدول مقدار به‌دست‌آمده از مرجع [۱۷] نیز ذکر شده است. مقدار مربوطه از شکل ۸ که از مرجع [۱۷] اقتباس شده و در عدد رینولدز مربوط به این آزمایش استخراج شده است. البته لازم به ذکر است که اعداد ماخ و رینولدزها در آزمایش‌های فعلی و مرجع [۱۷] کاملاً شبیه نبوده و مقادیر می‌بایست مابین منحنی‌های شکل ۸ از میانه یابی به‌دست آیند. همان‌طور که دیده می‌شود خطای اندازه‌گیری فعلی نسبت به مقدار مرجع [۱۷] کمتر از سه درصد است که نشانگر درستی اندازه‌گیری و محاسبات فعلی است.

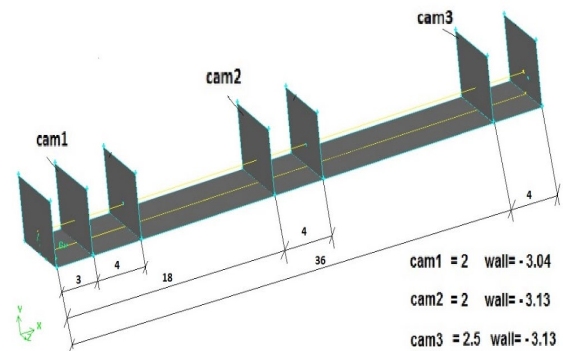
**جدول (۱):** نتیجه اندازه‌گیری موقعیت و محاسبه سرعت در دو ایستگاه مختلف با فاصله ۱۷ متر از یکدیگر

شماره ایستگاه	فاصله زمانی (میلی ثانیه) مابین تصاویر در یک ایستگاه	فاصله اندازه‌گیری شده (متر)	سرعت (متر بر ثانیه)	عدد ماخ	عدد رینولدز
۱	۴	۰/۹۲۳	۲۳۰/۷	۰/۶۸	۷۶۰۶۰۰
۲	۴	۰/۸۱۴۰	۲۰۳/۵	۰/۶۰	۶۷۰۸۷۰

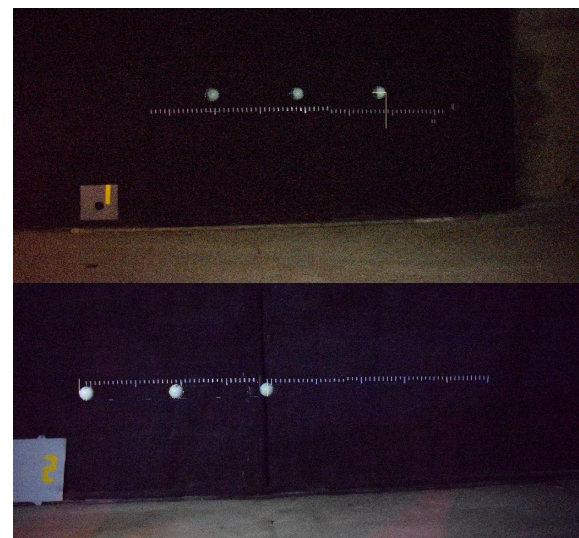
**جدول (۲):** نتیجه اندازه‌گیری سرعت‌ها و ضریب پسای محاسبه‌شده به‌وسیله نرم‌افزار تهیه شده و مقایسه با نتیجه مرجع [۱۷]

خطا	ضریب پسای مرجع [۱۷]		ضریب پسای استخراج‌شده از نرم‌افزار
	عدد ماخ ۰/۶	عدد ماخ ۰/۷۲	
کمتر از ۳٪	۰/۵	۰/۵۷	۰/۵۶

این آزمایش‌ها چندین بار انجام و میانگین نتایج در اینجا ارائه شده است. خطای اندازه‌گیری موقعیت‌های مکانی کره در تصویر ۶ کمتر از یک درصد و خطای فواصل زمانی



**شکل (۶):** تصویر شماتیک موقعیت سه ایستگاه اندازه‌گیری که با دوربین‌های ۱ تا ۳ مشخص شده‌اند (ابعاد به متر).



**شکل (۷):** موقعیت‌های تصویربرداری شده کره، فاصله بین خطوط مدرج ۵ سانتی‌متر است، بالا ایستگاه ۱ و پایین ایستگاه ۲

موقعیت مکانی کره در امتداد محور تونل و عمود بر آن از این تصویر و در جهت عرضی با استفاده از مسیر حرکت کره که در شکل ۶ دیده می‌شود استخراج شده است. با داشتن موقعیت‌های مکانی مرکز کره در زمان‌های گوناگون در ایستگاه‌های اندازه‌گیری مختلف می‌توان تغییرات سرعت را استخراج نمود. نتیجه نمونه این محاسبات در جدول ۱ ارائه شده است.

با ورود این اطلاعات به نرم‌افزار و انتخاب ضریب پسا به‌عنوان مجهول می‌توان آنرا تخمین زد. نتیجه

باشند، زمان حل معادلات بسیار طولانی خواهد بود و ممکن است به جواب مطلوب نرسد. اما اگر تعدادی از ضرایب معلوم باشند، زمان حل کاهش و دقت حل مساله بالاتر خواهد رفت. ضرایبی که در تقریب پارامترها معلوم باشند، به عنوان ضرایب نامی نام گذاری می شوند. مقادیر نامی در نظر گرفته شده برای ضرایب در این آزمایش در جدول ۴ در نظر گرفته شده است.

جدول (۳): شرایط و مشخصات پروازی

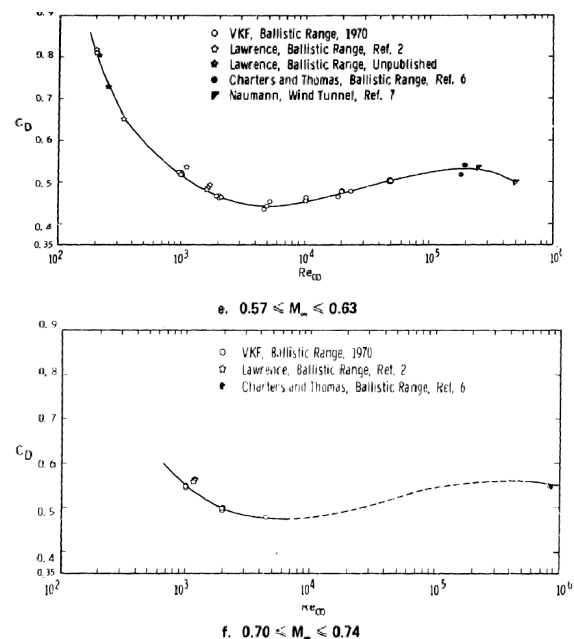
واحد	مقدار	پارامتر
کیلوگرم	۰/۱۲۳۶	جرم
kg.m <sup>2</sup>	۹/۶۰۴۵*۱۰ <sup>-۶</sup>	ممان اینرسی I <sub>x</sub>
kg.m <sup>2</sup>	۷/۰۲۰۲*۱۰ <sup>-۴</sup>	ممان اینرسی I <sub>y</sub>
kg.m <sup>2</sup>	۷/۰۲۰۲*۱۰ <sup>-۴</sup>	ممان اینرسی I <sub>z</sub>
متر	۰/۰۲۱۸	قطر مدل
درجه	۰	زاویه بالک
kg/m <sup>3</sup>	۰/۹۵۳۹	چگالی هوا
m/s	۳۴۸/۹۲	سرعت صوت
m/s <sup>2</sup>	۹/۸۷۵	شتاب جاذبه زمین
درجه	۳	زاویه Phi
درجه	۷/۱۶	زاویه Theta
درجه	۰	زاویه Psi
m/s	۶۸۶/۲۲۱	سرعت اولیه
درجه	۵/۰۸۸	زاویه حمله اولیه

جدول (۴): ضرایب نامی

واحد	مقدار	پارامتر
-	-۰/۳	C <sub>x0</sub>
1/rad	-۰/۰۰۰۵	C <sub>xa</sub>
1/rad	-۰/۱	C <sub>za</sub>
s/rad	-۱/۵	C <sub>zq</sub>
s/rad	-۰/۱	C <sub>lp</sub>
1/rad	-۰/۳۱۵۰	C <sub>ma</sub>
s/rad	-۷	C <sub>mq</sub>
1/rad	۱۰	C <sub>idet</sub>

در مطالبی که از این پس ارائه می شود چند دسته متغیر با هم مقایسه می شوند.

مابین تصاویر کمتر از ۰/۲ درصد تخمین زده می شود. از آنجایی که فعلاً فرصت اندازه گیری های بیشتر موجود نبوده به همین مقادیر تنها برای اثبات کلی صحت عملکرد روش و الگوریتم نرم افزار در این محدوده کاری اکتفا می گردد. در قسمت های بعدی اثر وجود خطا در آزمایش های ایروبالستیک بر ضرایب تخمین زده شده از طریق مشابه سازی عددی انجام می پذیرد.



شکل (۸): تغییرات ضریب پسا بر حسب عدد ماخ و عدد رینولدز از نتایج آزمایش ایروبالستیک مرجع [۱۷] نقطه رنگی موقعیت تقریبی آزمایش فعلی را نشان می دهد.

#### ۴-۲- داده ها، شرایط اولیه و مشخصات پروازی

داده های پروازی مورد نیاز جهت تخمین ضرایب یک پرند بال دار به دلیل در دسترس نبودن نتایج آزمایشگاه ایروبالستیک، از خروجی یک شبیه ساز به عنوان ورودی برنامه تخمین در نظر گرفته شده است. همچنین شرایط اولیه و مشخصات وسیله پرند همانند شرایط اولیه و مشخصات وسیله پرند در یک آزمایش ایروبالستیک در نظر گرفته می شوند. داده های مربوطه در جدول ۳ قابل مشاهده می باشند.

در تقریب پارامترها به روش حداقل مربعات، چنانچه تمامی ضرایب آیرودینامیکی موجود در معادلات مجهول

پائین محدوده‌ای است که نرم‌افزار تخمین مجبور به رعایت آن است. نتایج مربوطه در جدول ۶ قابل مشاهده است.

**جدول (۵):** محدوده تعیین شده و تخمین اولیه تخمین

ضریب  $C_{x0}$  با اندازه‌گیری سرعت

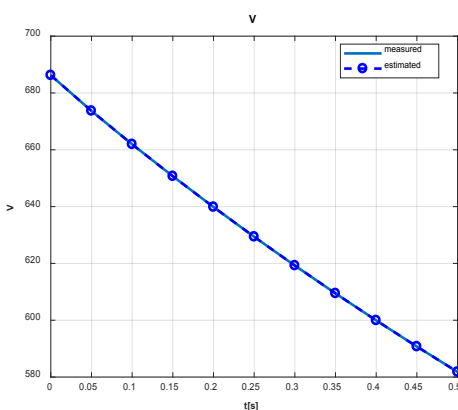
ضریب	حد	حد پایین	تخمین اولیه
$C_{x0}$	۰	-۱	۰

**جدول (۶):** تخمین ضریب  $C_{x0}$  با استفاده از سرعت

ضریب تخمینی	حدس اولیه	مقدار نامی	تخمین ۱ ( $f=10\text{Hz}$ )	تخمین ۲ ( $f=20\text{Hz}$ )
$C_{x0}$	۰	-۰/۳	-۰/۳۰۰۰۱	-۰/۳۰۰۰۰

همان‌طور که مشاهده می‌شود، ضریب  $C_{x0}$  با اندازه‌گیری سرعت با دقت بالا قابل تخمین و تخمین است. با تخمین انجام شده سرعت پروازی تخمینی، تقریباً برابر با سرعت پروازی اندازه‌گیری شده به دست آمده است. در واقع هیچ اطلاعی از این متغیرها به جز سرعت وجود ندارد و تنها در شبیه‌سازی به این اطلاعات دسترسی وجود دارد. این موضوع با اندازه‌گیری ضریب پسای کره که در بخش قبل توضیح داده شد و خطای کمی داشت هماهنگ است.

در نمودار ۹، سرعتی که از شبیه‌سازی به وسیله ضریب تخمینی  $C_x$  به دست آمده و سرعت اندازه‌گیری شده نمایش داده شده است که کاملاً بر روی هم افتاده‌اند و نشان می‌دهد ضریب  $C_x$  با دقت خوبی تخمین زده شده است. بقیه داده‌های پروازی اندازه‌گیری شده از جمله زوایای مسیر، سرعت‌های زاویه و داده‌های تخمینی با ضرایب تخمین زده شده کاملاً بر هم منطبق می‌باشند که به اختصار در اینجا نشان داده نشده‌اند.



**شکل (۹):** سرعت اندازه‌گیری شده و تخمین زده شده (مدل‌سازی شماره ۱، فرکانس ۲۰ هرتز)

۱- متغیرهای اندازه‌گیری شده در آزمایش‌های آیروبالستیکی که در اینجا کمیات اندازه‌گیری شده نامیده شده و به‌عنوان ورودی نرم‌افزار تخمین ضرایب به کار برده می‌شوند.

۲- متغیرهایی که به‌وسیله نرم‌افزار مشابه‌سازی پروازی و با ضرایب آیرودینامیکی تخمینی به دست آمده (کمیات تخمینی) و با ورودی‌ها مقایسه می‌شوند.

۳- متغیرهای مختلف پروازی مانند موقعیت‌ها و سرعت‌های خطی و زاویه‌ای مربوط به ضرایب اصلی (نامی). دقت کنید که این موارد در آزمایش‌های آیروبالستیکی در دست نیستند. در اینجا با نام کمیات اصلی نامیده می‌شوند.

۴- متغیرهای مختلف پروازی مانند موقعیت‌ها و سرعت‌های خطی و زاویه‌ای مربوط به ضرایب تخمینی. در اینجا با نام کمیات تخمینی نامیده می‌شوند.

با در نظر گرفتن هر یک از این ضرایب به‌عنوان مجهول، مقدار نامی آن نادیده گرفته می‌شود و از مقادیر نامی دیگر ضرایب جهت محاسبات استفاده می‌شود. همچنین، مدت زمان شبیه‌سازی ۰/۵ ثانیه (برای طی طول آزمایشگاه آیروبالستیک با سرعت انتخاب شده) در نظر گرفته شده است. جهت داده‌برداری نیز در دو حالت مختلف ۵ ایستگاه و ۱۰ ایستگاه در نظر گرفته می‌شود که با توجه به زمان داده‌برداری، فرکانس داده‌برداری به ترتیب ۱۰ هرتز و ۲۰ هرتز تعیین می‌شود.

#### ۳-۴- تخمین ضرایب با داده‌های اندازه‌گیری شده

در این بخش، ضرایب آیرودینامیکی و مشتقات پایداری با داده‌های آزمایشگاه آیروبالستیک با توجه به شرایط اولیه و شرایط محیطی و از روش حداقل مربعات غیرخطی محاسبه و تحلیل می‌شوند. در ادامه به تخمین هر یک از ضرایب می‌پردازیم.

#### ۳-۴-۱- تخمین ضریب $C_{x0}$ با اندازه‌گیری سرعت (مدل‌سازی شماره ۱)

ابتدا حالتی که  $C_{x0}$  به‌عنوان پارامتر تخمین و تنها سرعت به‌عنوان پارامتر اندازه‌گیری شده است، بررسی می‌شود. محدوده و حدس اولیه تخمین ضریب به‌صورت زیر (جدول ۵) در نظر گرفته شده است. توضیح اینکه حد بالا و حد

شده است. نتایج مربوطه در جدول ۱۰ قابل مشاهده است. همان طور که در شکل ۱۰ مشخص است در هر دو فرکانس با تخمین انجام شده، سرعتی که از شبیه سازی به وسیله ضرایب تخمینی به دست آمده تقریباً برابر با سرعت اندازه گیری به دست آمده است. در بقیه موارد، فرکانس اندازه گیری ۲۰ هرتز منجر به نتایج بسیار دقیق تری شده، حال آنکه فرکانس ۱۰ هرتز از دقت تخمین کاسته و به خصوص در تخمین  $C_{zq}$  دچار خطای بسیار زیادی شده است. برای درک بهتر در شکل های ۱۱ و ۱۲ متغیرهای دیگر نیز نشان داده شده اند (در فرکانس ۲۰ و ۱۰ هرتز). در واقع هیچ اطلاعی از این متغیرها به جز سرعت موجود نیست (تنها سرعت اندازه گیری شده) و تنها در شبیه سازی به این اطلاعات دسترسی وجود دارد.

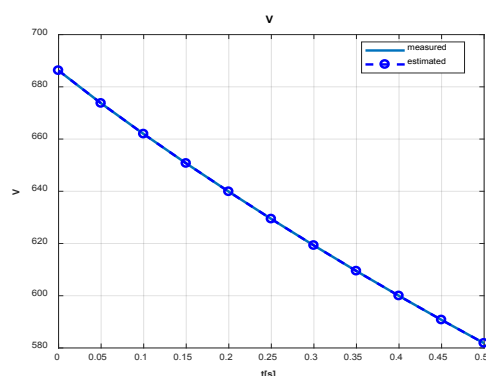
**جدول (۹):** محدوده تعیین شده و تخمین اولیه تخمین

ضرایب  $C_x$ ،  $C_{x\alpha}$ ،  $C_{z\alpha}$  و  $C_{zq}$  با اندازه گیری سرعت

ضریب	تخمین اولیه	حد پایین	حد
$C_x$	۰	-۱	۰
$C_{x\alpha}$	۰	-۱	۰
$C_{z\alpha}$	۰	-۱	۰
$C_{zq}$	۰	-۵	۰

**جدول (۱۰):** تخمین ضرایب  $C_{x0}$ ،  $C_{x\alpha}$ ،  $C_{z\alpha}$  و  $C_{zq}$  با سرعت

پارامتر	مقدار نامی	حدس اولیه	تخمین ۱ (f=10Hz)	تخمین ۲ (f=20Hz)
$C_{x0}$	-۰/۳	۰	-۰/۳۰۰۱	-۰/۳۰۰۰
$C_{x\alpha}$	-۰/۰۰۰۵	۰	-۰/۰۰۰۵۰۰۰۱	/۰۰۰۵۰۰۵۴
$C_{z\alpha}$	-۰/۱	۰	-۰/۰۹۹۴۰۶	-۰/۰۹۹۹۲۲
$C_{zq}$	-۱/۵	۰	-۰/۰۴۳۹۷۵	-۱/۳۴۸۹



**شکل (۱۰):** سرعت اندازه گیری شده و تخمین زده شده (مدل سازی شماره ۳، فرکانس ۲۰ هرتز)

### ۳-۲-۴- تخمین ضرایب $C_{x0}$ و $C_{x\alpha}$ با اندازه گیری سرعت (مدل سازی شماره ۲)

در این حالت  $C_{x0}$  و  $C_{x\alpha}$  به عنوان پارامترهای تخمین و سرعت به عنوان پارامتر اندازه گیری شده، بررسی می شود. حد و حدس اولیه تخمین ضریب به صورت زیر در نظر گرفته شده است. نتایج مربوطه در جدول ۸ قابل مشاهده است. در این جدول تخمین ۱ با ۱۰ ایستگاه اندازه گیری و تخمین ۲ با ۲۰ ایستگاه اندازه گیری به دست آمده اند. در این حالت نیز ضرایب  $C_{x0}$  و  $C_{x\alpha}$  با اندازه گیری سرعت با دقت بالا تخمین زده شده اند. نکته دیگر اینکه اگر چه هیچ اندازه گیری از زاویه جسم در این حالت انجام نشده اما ضریب  $C_{x\alpha}$  که در زاویه حمله (که به زاویه مدل بستگی دارد) ضرب می گردد نیز به صورت کاملاً دقیقی پیش بینی شده است. البته لازم به ذکر است که هیچ خطای اندازه گیری لحاظ نشده و بقیه ضرایب آیرودینامیکی به جز  $C_{x0}$ ،  $C_{x\alpha}$  به صورت کاملاً دقیق و دانسته در برنامه مشابه سازی پروازی به کار گرفته شده اند.

**جدول (۷):** محدوده تعیین شده و تخمین اولیه تخمین

ضرایب  $C_x$  و  $C_{x\alpha}$  با اندازه گیری سرعت

ضریب	تخمین اولیه	حد پایین	حد
$C_{x0}$	۰	-۱	۰
$C_{x\alpha}$	۰	-۱	۰

**جدول (۸):** تخمین ضرایب  $C_{x0}$  و  $C_{x\alpha}$  با داده های سرعت

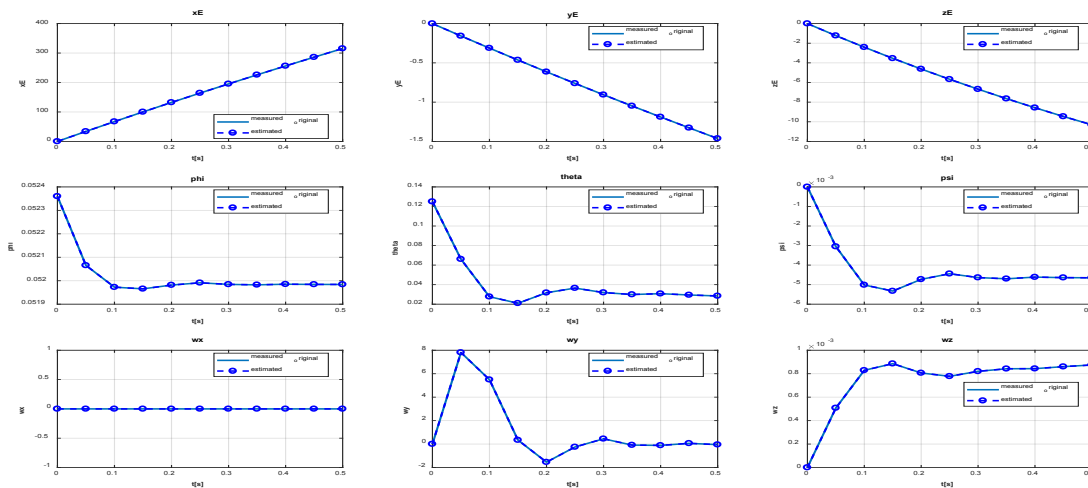
پارامتر	حدس اولیه	مقدار نامی	تخمین ۱ (f=10Hz)	تخمین ۲ (f=20Hz)
$C_{x0}$	۰	-۰/۳	-۰/۳۰۰۱	-۰/۳۰۰۰
$C_{x\alpha}$	۰	-۰/۰۰۰۵	-۰/۰۰۰۵	-۰/۰۰۰۵

### ۳-۳-۴- تخمین ضرایب $C_{x0}$ ، $C_{x\alpha}$ ، $C_{z\alpha}$ و $C_{zq}$ با اندازه گیری سرعت (مدل سازی شماره ۳)

در این حالت، پارامترهای تخمین، ضرایب  $C_{x0}$ ،  $C_{x\alpha}$ ،  $C_{z\alpha}$  و  $C_{zq}$  پارامتر اندازه گیری شده، سرعت است. حد و حدس اولیه تخمین ضریب به صورت زیر در جدول ۹ در نظر گرفته

در نمودارهای شکل‌های ۱۱ و ۱۲، بقیه داده‌های پروازی اندازه‌گیری شده از جمله زاویای مسیر، سرعت‌های زاویه‌ای و داده‌های تخمینی با ضرایب تخمین زده شده کاملاً بر هم منطبق می‌باشند و نشان می‌دهد ضرایب  $C_x$ ،  $C_{x\alpha}$ ،  $C_{z\alpha}$  و  $C_{zq}$  با دقت خوبی تخمین زده شده است.

در شکل ۱۰، سرعت ورودی اندازه‌گیری شده و سرعت تخمینی با پارامترهای تخمین زده شده (یعنی  $C_{x0}$ ،  $C_{x\alpha}$ ،  $C_{z\alpha}$  و  $C_{zq}$ ) نمایش داده شده است که کاملاً بر روی هم افتاده‌اند و نشان می‌دهد ضرایب  $C_{x0}$ ،  $C_{x\alpha}$ ،  $C_{z\alpha}$  و  $C_{zq}$  با دقت خوب و قابل قبولی تخمین زده شده‌اند.



شکل (۱۱): داده‌های پروازی اندازه‌گیری شده و داده‌های پروازی تخمینی (مدل‌سازی شماره ۳، فرکانس ۲۰ هرتز)

با تخمین انجام‌شده، زاویه شبیه‌سازی تخمینی تقریباً برابر با زاویه اندازه‌گیری به‌دست آمده است. شکل ۱۳ زاویه  $\theta$  اندازه‌گیری و زاویه  $\theta$  منتج از تخمین ضریب  $C_{mq}$  را در فرکانس ۱۰ هرتز نشان می‌دهد (نتایج ۲۰ هرتز نیز مشابه است).

در شکل ۱۴ متغیرهای دیگر نیز نشان داده شده‌اند (در فرکانس ۱۰ هرتز). در واقع هیچ اطلاعی از این متغیرها به‌جز زاویه موجود نیست (تنها زاویه اندازه‌گیری شده) و تنها در شبیه‌سازی به این اطلاعات دسترسی وجود دارد.

در نمودار ۱۳، زاویه  $\theta$  ورودی (در آزمایش واقعی آیروبالستیک، داده‌های زاویه  $\theta$  اندازه‌گیری شده و در حالت شبیه‌سازی، داده‌های اصلی) و زاویه  $\theta$  تخمینی حاصل از شبیه‌سازی ثانویه با ضریب تخمین زده شده  $C_{mq}$  نمایش داده شده است که کاملاً بر روی هم افتاده‌اند و نشان می‌دهد ضریب  $C_{mq}$  با دقت خوبی تخمین زده شده است.

### ۴-۳-۴- تخمین ضریب $C_{mq}$ با اندازه‌گیری زاویه $\theta$ (مدل‌سازی شماره ۴)

برای حالتی که پارامتر تخمین  $C_{mq}$  و پارامتر اندازه‌گیری  $\theta$  باشد. محدوده و حدس اولیه تخمین ضریب به‌صورت زیر در جدول ۲ نظر گرفته شده و نتایج آن نیز در جدول ۱۲ ارائه شده است.

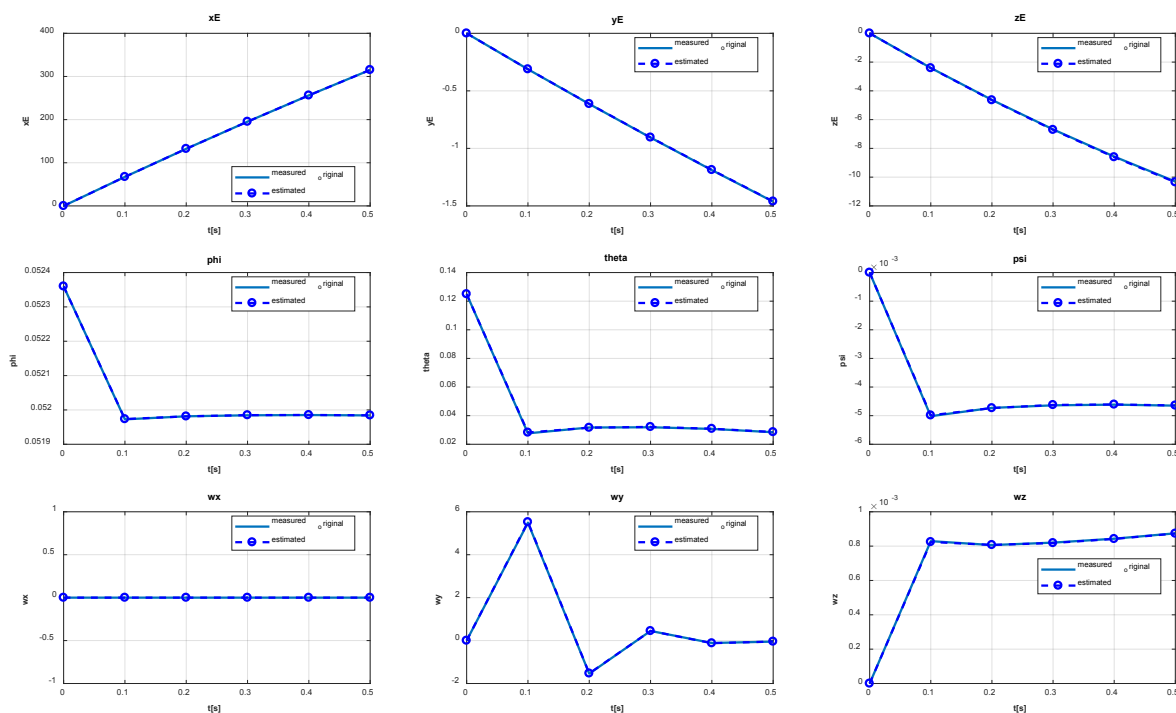
جدول (۱۱): محدوده تعیین شده و تخمین اولیه تخمین

ضرایب  $C_{mq}$  با اندازه‌گیری سرعت

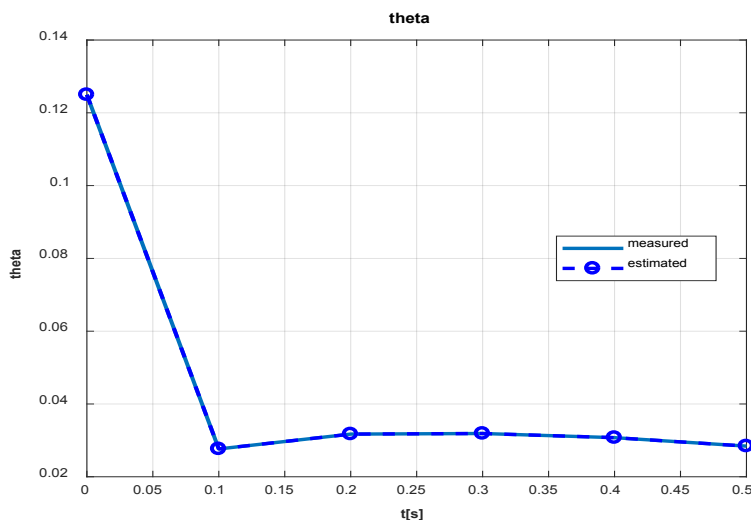
ضریب	تخمین اولیه	حد پایین	حد بالا
$C_{mq}$	۰	-۱۰	۰

جدول (۱۲): تخمین ضریب  $C_{mq}$  با زاویه  $\theta$

پارامتر	حدس اولیه	مقدار نامی	تخمین ۱ (f=10Hz)	تخمین ۲ (f=20Hz)
$C_{mq}$	۰	-۷	-۷	-۷



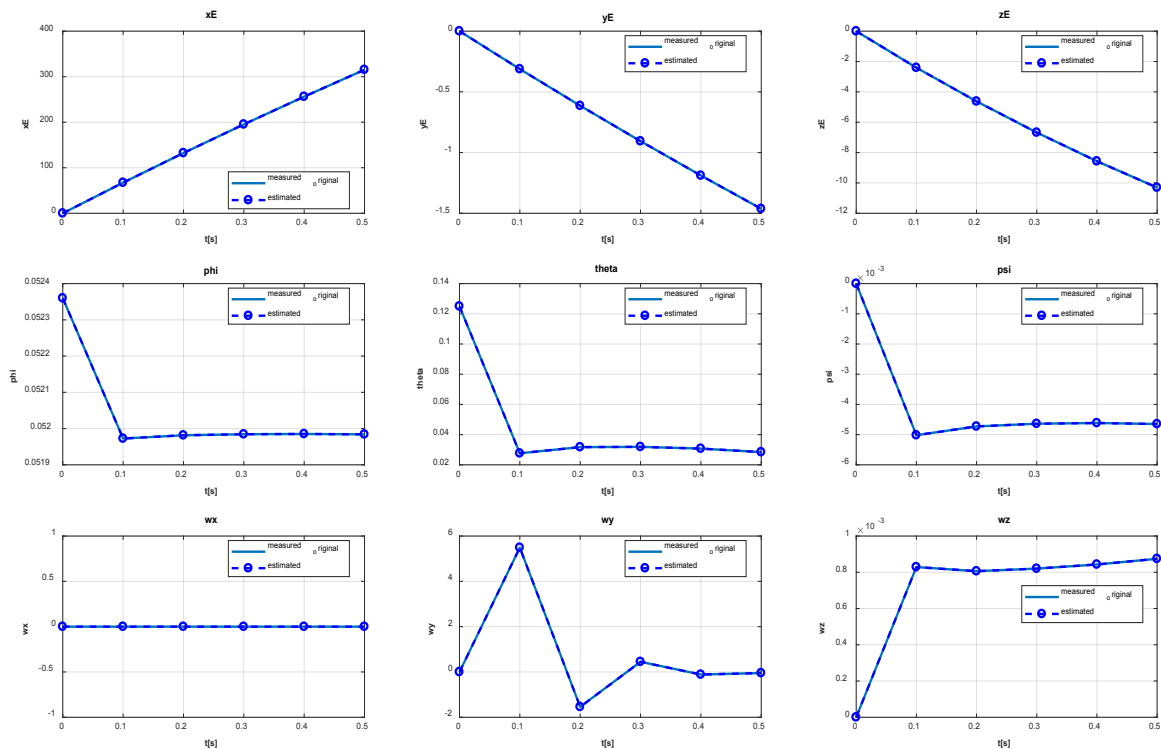
شکل (۱۲): داده‌های پروازی اندازه‌گیری شده و داده‌های پروازی تخمینی (مدل‌سازی شماره ۳، فرکانس ۱۰ هرتز)



شکل (۱۳): زاویه  $\theta$  اندازه‌گیری شده و تخمین زده‌شده (مدل‌سازی شماره ۵، فرکانس ۱۰ هرتز)

شبیه‌سازی ثانویه با ضریب تخمین زده شده  $C_{mq}$  نمایش داده شده است که کاملاً بر روی هم افتاده‌اند و نشان می‌دهد ضریب  $C_{mq}$  با دقت خوبی تخمین زده شده است.

در نمودارهای شکل ۱۴، داده‌های ورودی (در آزمایش واقعی) آیروبالستیک، داده‌های اندازه‌گیری شده و در حالت شبیه‌سازی، داده‌های اصلی) و داده‌های تخمینی از



شکل (۱۴): داده‌های پروازی اندازه‌گیری‌شده و تخمین زده‌شده (مدل‌سازی شماره ۴، فرکانس ۱۰ هرتز)

**جدول (۱۳):** محدوده تعیین شده و تخمین اولیه تخمین ضرایب  $C_{mq}$ ,  $C_{zq}$ ,  $C_{za}$ ,  $C_{xa}$ ,  $C_{x0}$  با اندازه‌گیری سرعت و زاویه  $\theta$

ضریب	تخمین اولیه	حد پایین	حد
$C_x$	-۰/۱	-۱	۰
$C_{xa}$	۰	-۱	۰
$C_{za}$	-۰/۰۵	-۱	۰
$C_{zq}$	-۰/۵	-۵	۰
$C_{mq}$	-۲	-۱۰	۰

**جدول (۱۴):** نتایج تخمین ضرایب  $C_{zq}$ ,  $C_{za}$ ,  $C_{xa}$ ,  $C_{x0}$  و  $C_{mq}$  با اندازه‌گیری سرعت و زاویه  $\theta$

پارامتر	حدس اولیه	مقدار نامی	تخمین ۱ (f=10Hz)	تخمین ۲ (f=20Hz)
$C_{x0}$	-۰/۱	-۰/۳	-۰/۱۴۳۹۵	-۰/۱۳۸۳۸
$C_{xa}$	۰	-۰/۰۰۰۵	-۰/۰۵۰۵۹۱	-۰/۰۵۲۳۶۷
$C_{za}$	-۰/۰۵	-۰/۱	-۵/۶۳۲۳e-07	-۲/۵۶۱۸e-07
$C_{zq}$	-۰/۵	-۱/۵	-۰/۰۱۰۲۰۱	-۲/۳۲۱۷
$C_{mq}$	-۲	-۷	-۰/۳۵۱۴۸	-۰/۳۵۳۳۳

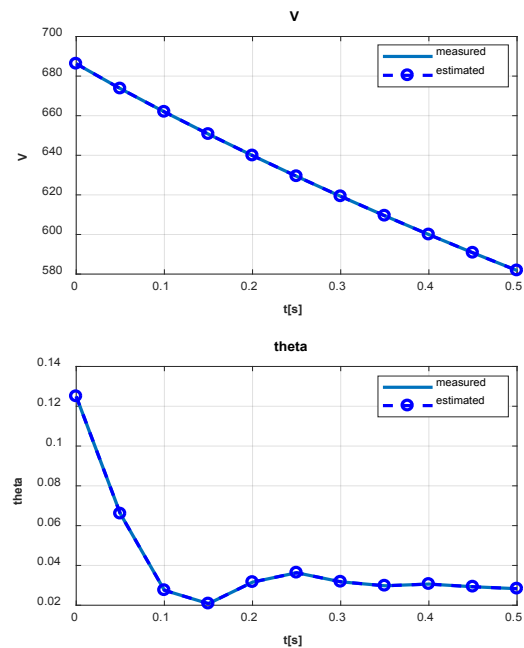
**۴-۳-۵- تخمین ضرایب  $C_{mq}$  و  $C_{zq}$ ,  $C_{za}$ ,  $C_{xa}$ ,  $C_{x0}$  با اندازه‌گیری سرعت و زاویه  $\theta$  (مدل‌سازی شماره ۵)**

در این حالت، پارامترهای تخمین، ضرایب  $C_{za}$ ,  $C_{xa}$ ,  $C_{x0}$  و  $C_{mq}$  و  $C_{zq}$  پارامترهای اندازه‌گیری سرعت  $V$  و زاویه  $\theta$  می‌باشند. محدوده حدس اولیه برای ضرایب در جدول ۱۳ تعیین شده است. نتایج مربوطه در جدول ۱۴ قابل مشاهده است.

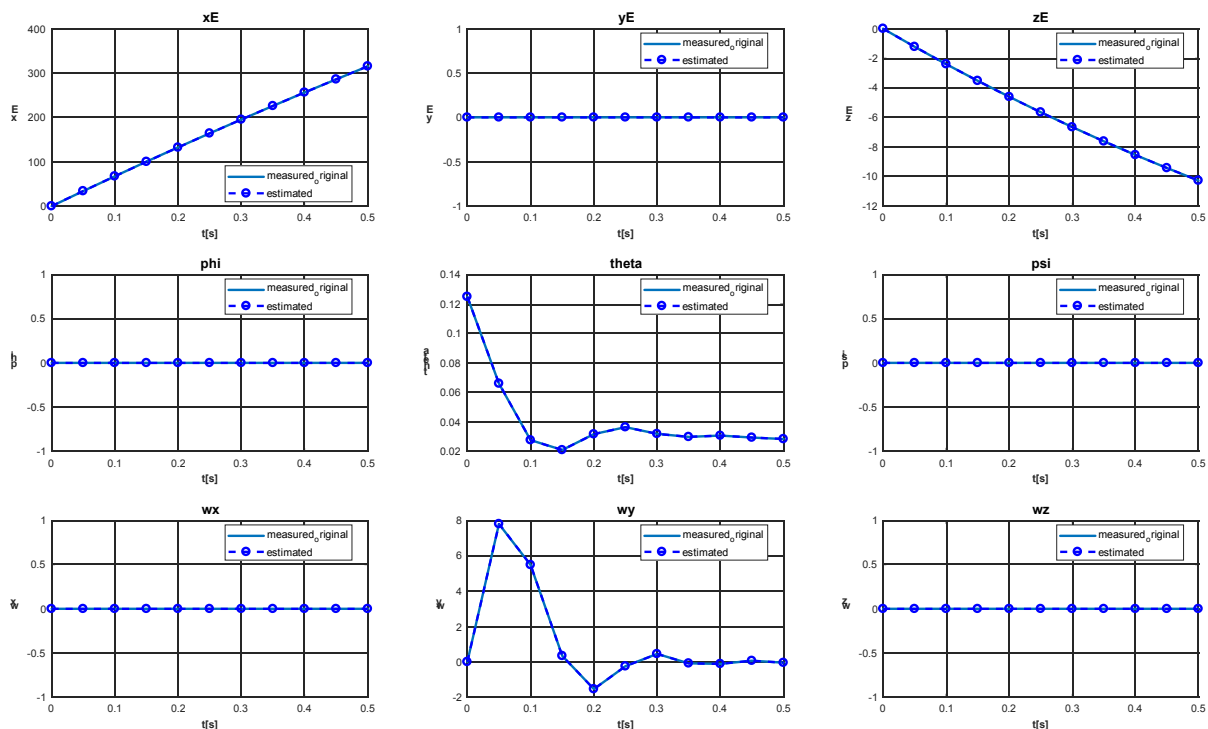
شکل ۱۵ سرعت  $V$  و زاویه  $\theta$  اندازه‌گیری شده و سرعت  $V$  و زاویه  $\theta$  تخمینی از ضرایب  $C_{x0}$ ,  $C_{xa}$ ,  $C_{za}$ ,  $C_{zq}$  و  $C_{mq}$  را در فرکانس ۲۰ هرتز نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل مشخص است با تخمین انجام‌شده سرعت و زاویه شبیه‌سازی تخمینی تقریباً برابر با سرعت و زاویه اندازه‌گیری به‌دست‌آمده است. برای درک بهتر در شکل ۱۶ متغیرهای دیگر نیز نشان داده‌شده‌اند (در فرکانس ۲۰ هرتز). در واقع هیچ اطلاعاتی از این متغیرها به‌جز سرعت و زاویه وجود ندارد (تنها سرعت و زاویه اندازه‌گیری شده) و تنها در شبیه‌سازی به این اطلاعات دسترسی وجود دارد.

در این نمودارها، سرعت و زاویه ورودی (در آزمایش واقعی آیروبالستیک، داده‌های سرعت و زاویه اندازه‌گیری شده و در حالت شبیه‌سازی، داده‌های اصلی از شبیه‌سازی اولیه) و سرعت و زاویه تخمینی از شبیه‌سازی ثانویه با ضرایب تخمین زده شده  $C_{x0}$ ،  $C_{xa}$ ،  $C_{za}$ ،  $C_{mq}$  و  $C_{zq}$  نمایش داده شده است که کاملاً بر روی هم افتاده‌اند و نشان می‌دهد ضرایب  $C_{x0}$ ،  $C_{xa}$ ،  $C_{za}$ ،  $C_{mq}$  و  $C_{zq}$  با مقادیری که تخمین زده شده‌اند با دقت کمیات تخمینی را پیش‌بینی می‌کنند. حال با توجه به همگرا شدن محاسبات و حداقل شدن تابع هدف (خطاها) دو سوال عمده مطرح است:

۱. آیا این مساله حل یگانه‌ای دارد یا اینکه کمینه جامع تابع هدف به‌دست آمده است؟
۲. چرا با اضافه کردن کمیت اندازه‌گیری مانند زاویه پیچ به مسئله ۳ خطاها اینقدر زیاد شده است؟



شکل (۱۵): سرعت  $V$  و زاویه  $\theta$  اندازه‌گیری شده و تخمین زده‌شده (مدل‌سازی شماره ۵، فرکانس ۲۰ هرتز)



شکل (۱۶): داده‌های پروازی در حالت اندازه‌گیری شده و تخمین زده‌شده (مدل‌سازی شماره ۶، فرکانس ۲۰ هرتز)

نسبت به مساله سوم با تخمین کمیت مورد نیاز اضافی یعنی  $C_{mq}$  همراه است که این مجهول اضافی باعث بدتر شدن خطاهای تخمین دیگر ضرایب شده است. در مورد نمودارها شکل ۱۶، داده‌های ورودی یا همان داده‌های اندازه‌گیری شده و کمیات تخمینی از شبیه‌سازی با ضرایب

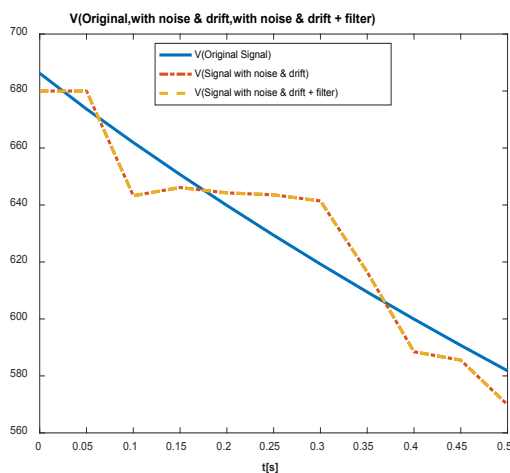
جواب سوال ۱ این است که این مسئله تخمین غیرخطی است و جواب به‌دست‌آمده می‌تواند جزو کمینه‌های محلی باشد. جواب سوال دوم ممکن است بدین‌صورت باشد که اضافه کردن کمیت اندازه‌گیری اضافی در مساله پنجم



**جدول (۱۶):** نتایج تخمین ضریب  $C_{x0}$  با اندازه‌گیری سرعت همراه با نویز سفید و خطای بایاس

شماره	تخمین ۱ (۱۰ هرتز)	تخمین ۲ (۲۰ هرتز)
۱	-۰/۳۰۷۶	-۰/۲۵۱۷۹
۲	-۰/۱۷۰۹۵	-۰/۲۵۲۵۲
۳	-۰/۲۷۴۶۱	-۰/۳۱۶۲۳
۴	-۰/۲۹۳۲۶	-۰/۲۲۳۴۱
۵	-۰/۲۹۱۲۳	-۰/۳۶۳۷۲
۶	-۰/۳۴۳۸۴	-۰/۳۱۶۲۸
۷	-۰/۲۹۸۶۸	-۰/۲۴۵۸۲
۸	-۰/۲۸۰۴۹	-۰/۲۵۲۲۸
۹	-۰/۳۴۷۷۶	-۰/۲۴۰۶۹
۱۰	-۰/۲۵۱۲۷	-۰/۲۷۹۲۸
میانگین	-۰/۲۸۹۸۲۴۴۴۴	-۰/۲۷۴۵۶۲
واریانس	۰/۰۰۲۴۹۶۶۵۸	۰/۰۰۲۰۲۱۵۲۹
انحراف معیار	۰/۰۴۹۹۶۶۵۷۱	۰/۰۴۴۹۶۱۴۱۹

اثرات افزودن نویز به سرعت در حالت ۱، در نمودار ۱۷ قابل مشاهده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزودن نویز سفید به سیستم، خطای تخمین ضریب  $C_{x0}$  افزایش یافته و مقدار تخمینی  $C_{x0}$  که در بخش ۴-۳-۱ (مدل ۱) برابر با ۰/۳ به دست آمده بود، در اینجا به مقدار میانگین ۰/۲۸۵۹۶۹ در فرکانس هرتز ۱۰ و مقدار میانگین - ۰/۲۷۴۵۶۲ در فرکانس ۲۰ هرتز رسیده است. لازم به ذکر است که با افزودن نویز و خطای بایاس، تخمین ضرایب دچار نوساناتی خواهد شد که حتی با افزایش فرکانس نتایج متفاوتی ایجاد می‌کند.



**شکل (۱۷):** سرعت حاصل از شبیه‌سازی همراه با نویز سفید و خطای بایاس

تخمین زده شده  $C_{mq}$ ،  $C_{zq}$ ،  $C_{za}$ ،  $C_{xa}$ ،  $C_{x0}$  نمایش داده شده است که کاملاً بر روی هم افتاده‌اند و نشان می‌دهد ضرایب تخمینی  $C_{mq}$ ،  $C_{zq}$ ،  $C_{za}$ ،  $C_{xa}$ ،  $C_{x0}$  با دقت خوبی بقیه کمیات را تخمین می‌زنند.

#### ۴-۴- اثرات نویز و دررفت جاپرو و اعمال فیلتر

همان‌طور که اشاره شد، نتایج حاصل از داده‌های تجربی همراه با اثرات نویز و دررفت جاپرو هستند. در قسمت قبل، برای تحلیل روش تخمین ضرایب از داده‌های فاقد اثرات نویز و دررفت جاپرو بودند، استفاده شد در اینجا، داده‌های شبیه‌سازی را همراه با نویز و دررفت جاپرو وارد شده و اثرات آن را در تخمین ضرایب دیده خواهد شد. جهت تحلیل اثرات، تنها تخمین ضرایب را در حالت مدل‌سازی ۱ (تخمین ضریب  $C_{x0}$  با اندازه‌گیری سرعت) و تخمین ضرایب در حالت مدل‌سازی ۴ (تخمین ضریب  $C_{mq}$  با اندازه‌گیری زاویه  $\Theta$ ) در نظر می‌گیریم.

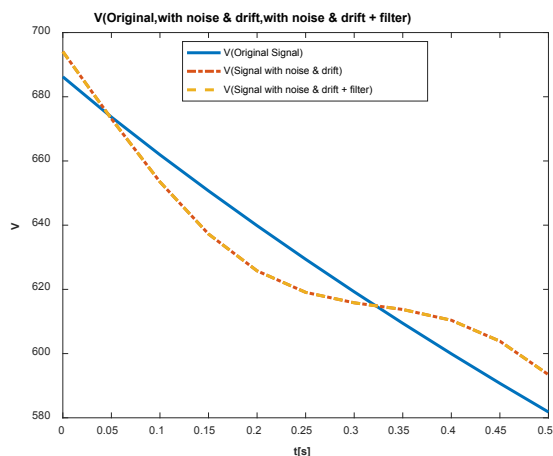
#### ۴-۴-۲- تخمین ضریب $C_{x0}$ با اندازه‌گیری سرعت با نویز سفید و خطای بایاس

در این حالت، نویز سفید گوسین با مقدار "نسبت سیگنال به نویز بر نمونه" ۳۵ دسیبل به همراه خطای بایاس ۱ درصد سینوسی و  $C_{x0}$  به عنوان پارامتر تخمینی و سرعت به عنوان پارامتر اندازه‌گیری شده است، بررسی می‌شود. محدوده و حدس اولیه تخمین ضریب به صورت جدول ۱۵ در نظر گرفته شده است. با توجه به اینکه نویز سفید ماهیت تصادفی دارد، لذا در هر حالت نویز سفید، ۱۰ اجرا را می‌گیریم و سپس میانگین نتایج را به عنوان مبنا قرار می‌دهیم. نتایج به صورت جدول ۱۶ است.

**جدول (۱۵):** محدوده تعیین شده و تخمین اولیه تخمین ضرایب  $C_{x0}$  با اندازه‌گیری سرعت با نویز سفید و خطای بایاس

ضریب	تخمین اولیه	حد پایین	حد بالا
$C_x$	۰	-۱	۰

روی سرعت ندارد، لذا اعمال دریافت جاپرو در این قسمت تأثیری نمی‌گذارد. نتایج اجراها نیز مؤید این مطلب است و صحت عملکرد برنامه را نشان می‌دهد، لذا به این بخش نمی‌پردازیم.



شکل (۱۸): سرعت حاصل از شبیه‌سازی همراه با نویز تصادفی

برای حالتی که پارامتر تخمین  $C_{mq}$  و پارامتر اندازه‌گیری  $\theta$  باشد، محدوده و حدس اولیه تخمین ضریب به صورت جدول ۱۹ در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل در جدول ۲۰ آورده شده است.

جدول (۱۹): محدوده تعیین شده و تخمین اولیه تخمین ضرایب  $C_{mq}$  با اندازه‌گیری زاویه  $\theta$  همراه با دریافت جاپرو

ضریب	تخمین اولیه	حد پایین	حد بالا
زاویه $\theta$	۰	-۱۰	۰

جدول (۲۰): تخمین ضریب  $C_{mq}$  با اندازه‌گیری زاویه  $\theta$

پارامتر	حدس	مقدار	تخمین ۱	تخمین ۲
$C_{x0}$	-	-۰/۳	-	-
$C_{x\alpha0}$	-	-۰/۰۰۰۵	-	-
$C_{z\alpha0}$	-	-۰/۱	-	-
$C_{zq0}$	-	-۱/۵	-	-
$C_{lp0}$	-	-۰/۱۰۰۰	-	-
$C_{m\alpha0}$	-	-۰/۳۱۵۰	-	-
$C_{mq0}$	۰	-۷	-۷/۰۰۷۱	-۷/۰۰۱۰
$C_{idel}$	-	۱۰	-	-

#### ۴-۳- تخمین ضریب $C_{mq}$ با اندازه‌گیری زاویه $\theta$ همراه با دریافت جاپرو و خطای بایاس

در این حالت، نویز تصادفی با خطای بایاس ۱ درصد و خطای نسبی ۲ درصد (از حداکثر بزرگی سیگنال) محاسبه و با سیگنال جمع و یا کم می‌شود.  $C_{mq}$  به‌عنوان پارامتر تخمین و سرعت به‌عنوان پارامتر اندازه‌گیری شده است، بررسی می‌شود. محدوده و حدس اولیه تخمین ضریب به صورت جدول ۱۷ در نظر گرفته شده است. نتایج بدون در نظر گرفتن چرخش اولیه ( $\phi_0 = 0 \text{ deg}$ ) به صورت جدول ۱۸ است.

جدول (۱۷): محدوده تعیین شده و تخمین اولیه تخمین ضرایب  $C_x$  با اندازه‌گیری سرعت با نویز نسبی و خطای بایاس

ضریب	تخمین اولیه	حد پایین	حد بالا
$C_{x0}$	۰	-۱	۰

جدول (۱۸): نتایج تخمین ضریب  $C_{x0}$  با اندازه‌گیری سرعت همراه با نویز سفید نسبی و خطای بایاس

پارامتر	حدس	مقدار	تخمین ۱	تخمین ۲
$C_{x0}$	۰	-۰/۳	-۰/۲۸۷۸۵	-۰/۳۱۸۷۷
$C_{x\alpha0}$	-	-۰/۰۰۰۵	-	-
$C_{z\alpha0}$	-	-۰/۱	-	-
$C_{zq0}$	-	-۱/۵	-	-
$C_{lp0}$	-	-۰/۱۰۰۰	-	-
$C_{m\alpha0}$	-	-۰/۳۱۵۰	-	-
$C_{mq0}$	-	-۷	-	-
$C_{idel}$	-	۱۰	-	-

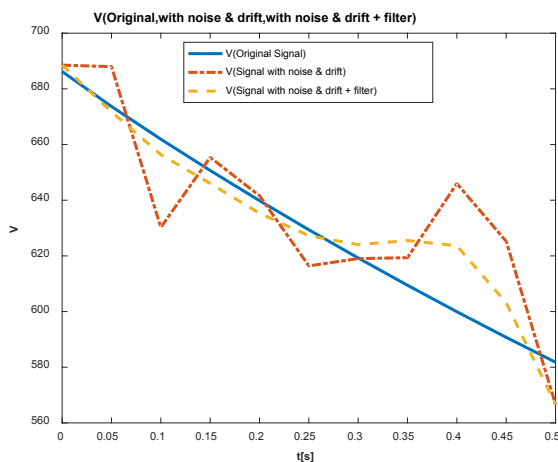
با افزودن نویز تصادفی به سیستم دقت تخمین ضریب  $C_{x0}$  در هر دو فرکانس کاهش پیدا کرده است. با افزودن نویز به سیستم، نمودار سرعت به صورت شکل ۱۸ آمده است.

میزان دریافت جاپروها بر اساس دقت و کیفیت جاپرو استفاده شده متفاوت است و می‌تواند از چند درجه تا ده‌ها درجه بر ساعت باشد. در این آزمایش، با توجه به جاپرو استفاده شده، دریافت جاپرو برابر با ۱۰ درجه بر ساعت در نظر گرفته شده است. چنانچه  $C_{x0}$  به‌عنوان پارامتر تخمین و سرعت به‌عنوان پارامتر اندازه‌گیری شده باشد، با توجه به آن که دریافت جاپرو بر روی زوایا تأثیر می‌گذارد و تأثیری بر

**جدول (۲۲):** نتایج تخمین ضریب  $C_{x0}$  با اندازه‌گیری سرعت همراه با نویز سفید و خطای بایاس و اعمال فیلتر

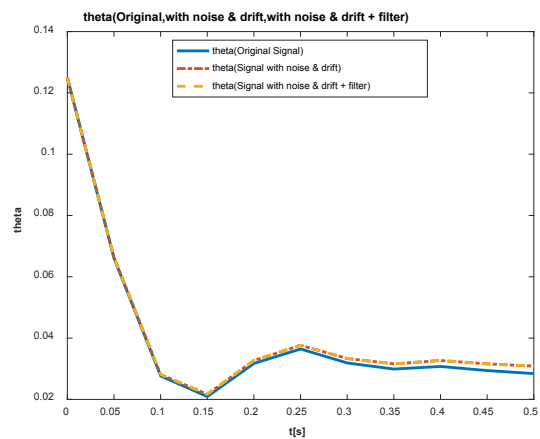
شماره	تخمین ۲ (۲۰ هرتز)
۱	-۰/۲۹۳۰۲
۲	-۰/۳۰۴۹۲
۳	-۰/۲۸۴۸
۴	-۰/۲۷۱۹۵
۵	-۰/۲۹۹۹۵
۶	-۰/۳۲۴۶۳
۷	-۰/۳۰۷۱۵
۸	-۰/۳۳۹۲۸
۹	-۰/۲۹۹۱۷
۱۰	-۰/۳۴۱۳۰۴
میانگین	-۰/۳۰۶۶۱۷۴
واریانس	۰/۰۰۰۵۰۶۶۹۵
انحراف معیار	۰/۰۲۲۵۰۹۸۹۷

همان‌طور که مشاهده می‌شود، در حالت اعمال نویز سفید به سیستم با اعمال فیلتر، دقت تخمین ضریب  $C_{x0}$  در فرکانس ۲۰ هرتز نسبت به حالت بدون فیلتر افزایش پیدا کرده و مقدار تخمینی  $C_{x0}$  از -۰/۲۷۴۵۶۲ به -۰/۳۰۲۷۶ رسیده است، در صورتی که مقدار واقعی آن -۰/۳ بوده است و نشان می‌دهد اعمال فیلتر باعث بهبود تخمین نتایج خواهد شد. با افزودن نویز به سیستم و اعمال فیلتر در اجرای ۱، نمودار سرعت به صورت شکل ۲۰ آمده است.



**شکل (۲۰):** سرعت حاصل از شبیه‌سازی همراه با نویز سفید گوسین با اعمال فیلتر با فرکانس ۲۰ هرتز

با مقایسه نتایج تخمین ضرایب با حالت بدون دریافت جاپرو مشاهده می‌شود که تأثیر دریافت جاپرو نسبتاً ناچیز است و با افزایش فرکانس داده‌برداری، خطای محاسبه ضریب  $C_{mq}$  کاهش می‌یابد. دلیل کم بودن تأثیر دریافت جاپرو این است که دریافت جاپرو بر حسب درجه بر ساعت است و این مقدار دریافت در زمان آزمایش ایلروبالستیک که ۰,۵ ثانیه است، در حد صدم درجه است و تأثیر این مقدار خطا در آزمایش بسیار کم است. با افزودن دریافت جاپرو، نمودار زاویه  $\theta$  به صورت شکل ۱۹ درمی‌آید.



**شکل (۱۹):** زاویه  $\theta$  به همراه دریافت جاپرو

**۴-۳-۴- تخمین ضریب  $C_{x0}$  با اندازه‌گیری سرعت با نویز سفید و اعمال فیلتر**

در این حالت، نویز سفید گوسین با مقدار "نسبت سیگنال به نویز بر نمونه" ۳۵ دسیبل و  $C_{x0}$  به عنوان پارامتر تخمین و سرعت به عنوان پارامتر اندازه‌گیری شده است. با توجه به تعداد داده‌های کم، تنها فرکانس ۲۰ هرتز مورد بررسی قرار می‌گیرد. محدوده و حدس اولیه تخمین ضریب به صورت جدول ۲۱ در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل در جدول ۲۲ آورده شده است.

**جدول (۲۱):** محدوده تعیین شده و تخمین اولیه تخمین ضرایب  $C_x$  با اندازه‌گیری سرعت با نویز سفید و اعمال فیلتر

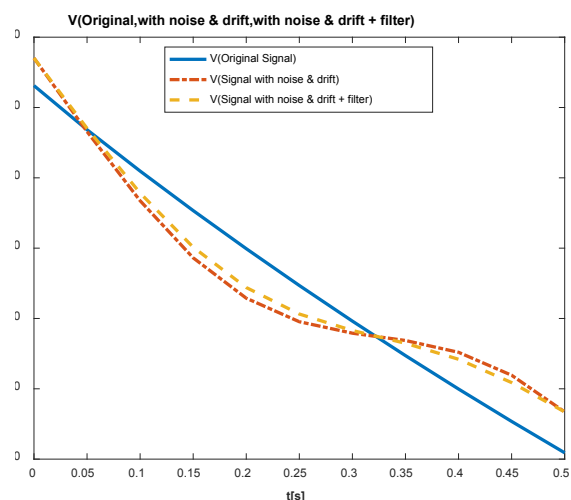
ضریب	تخمین اولیه	حد پایین	حد بالا
$C_x$	۰	-۱	۰

فرکانس ۲۰ هرتز، اعمال فیلتر باعث بدتر شدن تخمین ضرایب و کاهش دقت آن خواهد شد. با افزایش تعداد ایستگاه‌های داده برداری و افزایش فرکانس نوسانات، نتایج به صورت جدول ۲۵ در خواهد آمد.

**جدول (۲۵):** نتایج تخمین ضریب  $C_{x0}$  با اندازه‌گیری سرعت همراه با نویز سفید گوسین اعمال فیلتر در فرکانس‌های بالاتر

پارامتر	حدس اولیه	مقدار واقعی	تخمین ۳ (f=40Hz)	تخمین ۴ (f=60Hz)	تخمین ۵ (f=100Hz)
$C_{x0}$	۰	-۰/۳	-۰/۳۱۰۰۵	-۰/۳۹۸۴۸	-۰/۲۹۷۵
$C_{\alpha0}$	-	-۰/۰۰۰۵	-	-	-
$C_{z\alpha0}$	-	-۰/۱	-	-	-
$C_{zq0}$	-	-۱/۵	-	-	-
$C_{ip0}$	-	-۰/۱۰۰۰	-	-	-
$C_{m\alpha0}$	-	-۰/۳۱۵۰	-	-	-
$C_{mq0}$	-	-۷	-	-	-
$C_{idel}$	-	۱۰	-	-	-

مشاهده می‌شود که با افزایش فرکانس و تعداد داده‌ها، دقت تخمین افزایش یافته است. البته فرکانس نویزها و دامنه آن نیز در تخمین ضرایب تأثیرگذار است. با افزودن نویز به سیستم، نمودار سرعت (شکل ۲۱) آمده است.



**شکل (۲۱):** سرعت حاصل از شبیه‌سازی همراه با نویز تصادفی با اعمال فیلتر

#### ۴-۴-۴- تخمین ضریب $C_{x0}$ با اندازه‌گیری سرعت با نویز نسبی و خطای بایاس و اعمال فیلتر

در این حالت، نویز نسبی سینوسی با ۲ درصد از حداکثر بزرگی سیگنال و ۱ در صد خطای بایاس محاسبه و با سیگنال جمع و یا کم می‌شود.  $C_{x0}$  به عنوان پارامتر تخمین و سرعت به عنوان پارامتر اندازه‌گیری شده است و نتایج با اعمال فیلتر فاز صفر دیجیتال (فیلتر filtfilt) بررسی می‌شود. محدوده و حدس اولیه تخمین ضریب به صورت جدول ۲۳ در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل در جدول ۲۴ آورده شده است.

**جدول (۲۳):** محدوده تعیین شده و تخمین اولیه تخمین ضریب  $C_x$  با اندازه‌گیری سرعت با نویز نسبی و خطای بایاس و اعمال فیلتر

ضریب	تخمین اولیه	حد پایین	حد
$C_x$	۰	-۱	۰

**جدول (۲۴):** نتایج تخمین ضریب  $C_{x0}$  با اندازه‌گیری سرعت همراه با نویز سفید گوسین اعمال فیلتر

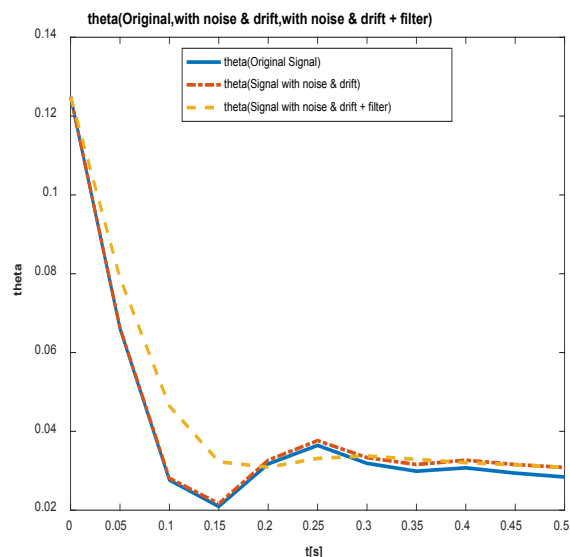
پارامتر	حدس اولیه	مقدار واقعی	تخمین ۲ (f=20Hz)
$C_{x0}$	۰	-۰/۳	-۰/۳۱۸۰۷
$C_{\alpha0}$	-	-۰/۰۰۰۵	-
$C_{z\alpha0}$	-	-۰/۱	-
$C_{zq0}$	-	-۱/۵	-
$C_{ip0}$	-	-۰/۱۰۰۰	-
$C_{m\alpha0}$	-	-۰/۳۱۵۰	-
$C_{mq0}$	-	-۷	-
$C_{idel}$	-	۱۰	-

با بررسی نتایج مشاهده می‌شود که در حالت نویز تصادفی نیز با اعمال فیلتر تخمین ضریب  $C_{x0}$  برابر با -۰/۳۱۸۰۷ شده است، در صورتی که در حالت بدون فیلتر این مقدار برابر با -۰/۳ بوده است و مقدار واقعی آن نیز -۰/۳ بوده است. در اینجا مشاهده می‌شود که در حالت نویز تصادفی با

دریافت جاپرو و اعمال فیلتر، نمودار زاویه theta به صورت شکل ۲۲ درمی‌آید.

**جدول (۲۸):** نتایج تخمین ضریب  $C_{mq}$  با اندازه‌گیری زاویه  $\theta$  همراه با دریافت جاپرو با اعمال فیلتر در فرکانس‌های بالاتر

پارامتر	حدس اولیه	مقدار واقعی	تخمین ۳ (f=40Hz)	تخمین ۴ (f=60Hz)	تخمین ۵ (f=100Hz)
$C_{x0}$	-	-۰/۳	-	-	-
$C_{x\alpha0}$	-	-۰/۰۰۰۵	-	-	-
$C_{z\alpha0}$	-	-۰/۱	-	-	-
$C_{zq0}$	-	-۱/۵	-	-	-
$C_{lp0}$	-	-۰/۱۰۰۰	-	-	-
$C_{m\alpha0}$	-	-۰/۳۱۵۰	-	-	-
$C_{mq0}$	۰	-۷	-۷/۴۴۵۵	-۱۰	-۱۰
$C_{idel}$	-	۱۰	-	-	-



شکل (۲۲): زاویه  $\theta$  به همراه دریافت جاپرو با اعمال فیلتر

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله ابتدا با استفاده از داده‌های شبیه‌ساز پرواز آیروبالستیک و با روش حداقل مربعات و معادلات شش درجه آزادی، برخی ضرایب آیرودینامیکی تخمین زده شد و با نتایج موجود در شبیه‌ساز مقایسه گردید. در ادامه اثرات انواع خطاها شامل خطای بایاس، نویز سفید و نسبی و دریافت جاپرو مدل‌سازی و بر روی داده‌های ورودی شامل سرعت و زوایا اعمال گردید. سپس اثرات اعمال فیلتر بر روی داده‌های همراه با خطا و تأثیر آن در نتایج بررسی گردید.

## ۴-۴-۵- تخمین ضریب $C_{mq}$ با اندازه‌گیری زاویه همراه با دریافت جاپرو با اعمال فیلتر

میزان دریافت جاپرو در نظر گرفته شده برابر با ۱۰ درجه بر ساعت است. برای حالتی که پارامتر تخمین  $C_{mq}$  و پارامتر اندازه‌گیری  $\theta$  باشد، با اعمال فیلتر، بررسی انجام می‌شود. محدوده و حدس اولیه تخمین ضریب به صورت جدول ۲۶ در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل در جدول ۲۷ آورده شده است.

**جدول (۲۶):** محدوده تعیین شده و تخمین اولیه تخمین ضریب  $C_{mq}$  با اندازه‌گیری زاویه  $\theta$  همراه با دریافت جاپرو با اعمال فیلتر

ضریب	تخمین اولیه	حد پایین	حد بالا
زاویه $\theta$	۰	-۱۰	۰

**جدول (۲۷):** تخمین ضریب  $C_{mq}$  با اندازه‌گیری زاویه  $\theta$  همراه با دریافت جاپرو با اعمال فیلتر

پارامتر	حدس اولیه	مقدار واقعی	تخمین ۲ (f=20Hz)
$C_{x0}$	-	-۰/۳	-
$C_{x\alpha0}$	-	-۰/۰۰۰۵	-
$C_{z\alpha0}$	-	-۰/۱	-
$C_{zq0}$	-	-۱/۵	-
$C_{lp0}$	-	-۰/۱۰۰۰	-
$C_{m\alpha0}$	-	-۰/۳۱۵۰	-
$C_{mq0}$	0	-۷	-۸/۰۲۸۳
$C_{idel}$	-	۱۰	-

با مقایسه نتایج تخمین ضرایب در حالت با فیلتر و بدون فیلتر، مشاهده می‌شود که در حالت با اعمال فیلتر، تخمین ضریب  $C_{mq0}$  برابر با  $-۸/۱۲۱۸$  به دست آمده است، در صورتی که در حالت بدون فیلتر این مقدار برابر با  $-۷$  است و مقدار واقعی آن نیز برابر با  $-۷$  است. با افزایش تعداد ایستگاه‌های داده‌برداری و تغییراتی در فیلتر، نتایج به صورت جدول ۲۸ خواهد بود.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، در فرکانس ۶۰ و ۱۰۰ افزایش تعداد ایستگاه‌های داده‌برداری نه تنها دقت را افزایش نداد، بلکه خطا را نیز بیشتر کرد و در واقع می‌گوید با این فیلتر، افزایش تعداد ایستگاه‌های داده‌برداری از فرکانس ۴۰ به بعد، نه تنها دقت را افزایش نمی‌دهد، بلکه کاملاً تخمین ضرایب متفاوت می‌شود. در واقع با افزودن

6. Wey, P., Bastide, M., Martinez, B., Srulijes, J., and Gnemmi, P. "Determination of Aerodynamic Coefficients from Shock Tunnel Free Flight Trajectories", Presented at the 28th Aerodynamic Measurement Technology, Ground Testing, and Flight Testing Conference, New Orleans, Louisiana, 2012.
7. Toyoda, A., Imaizumi, T., and Sasoh, A. "Near Field Pressure Measurement Around Three-Dimensional Free Flight Models", Presented at the 31st AIAA Applied Aerodynamics Conference, San Diego, CA, 2013.
8. Toyoda, A., Sasoh, A., Imaizumi, T., and Ooyama, T. "Near Field Pressure Measurement Around Free Flight 69 Degree Swept Back Delta Wing Model", Presented at the 53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting, Kissimmee Florida, 2015.
9. Iwakawa, A., Furukawa, D., Aoki, Y., and Sasoh, A. "Free Flight Measurement of Aircraft Model Using Aero Ballistic Range", Presented at the 33rd AIAA Applied Aerodynamics Conference, Dallas, Texas, 2015.
10. Abtahi, S.F. "Identification of Dynamic and Hydrodynamic Characteristics of an Underwater Vehicle Using Physical Data and Robust Control", PhD Dissertation, Department of Mechanic Engineering, Shiraz university, 2019.
11. Babayi, R. "Estimation and Sensitivity Analysis of Aerodynamic Coefficients of an Aircraft Using Nonlinear Least Square and Fisher Matrix", Journal of Aerospace Mechanics, Imam Hossein University, Vol 9, No. 2, 2020.
12. Siouris, G.M. "Missile Guidance and Control Systems", Springer, 2004.
13. Albisser, M. "Identification of Aerodynamic Coefficients from Free Flight Data", 2015.
14. Masoominia, M.A. "Principles of Coordinate Systems and Rotation", Sharif University of Technology Press, Tehran, Iran, 1988.
15. Keesman, K.J. "System Identification: An Introduction", Springer Science & Business Media, 2011.
16. Piekutowski, A.J. and Poormon, K.L. "Development of a Three-Stage, Light-Gas Gun at the University of Dayton Research Institute", International Journal of Impact Engineering, Vol. 33, pp. 615-624, 2006.
17. Bailey, A.B. and Hiatt J. "Free-Flight Measurements of Sphere Drag at Subsonic, Transonic, Supersonic, and Hypersonic Speeds for Continuum, Transition and Near-Free-Molecular Flow Conditions", AEDC-TR, 1971.

مشاهده گردید که خطای بایاس، نویز سفید و نویز نسبی برای سرعت بر روی تخمین ضریب  $C_{x0}$  تأثیرگذار است و حتی ممکن است افزایش فرکانس لزوماً منجر به بهبود تخمین ضرایب نشود. همچنین اعمال فیلتر باعث بهبود نتایج در تخمین ضریب  $C_{x0}$  خواهد شد که بسته به نوع خطا، نتایج و میزان اثر فیلتر متفاوت خواهد بود.

همچنین مشاهده گردید که تأثیر دریافت جاپرو نسبتاً ناچیز است، به این دلیل که دریافت جاپرو بر حسب درجه بر ساعت است و این مقدار دریافت در زمان آزمایش ایروبالستیک که  $0/5$  ثانیه است، در حد صدم درجه است و تأثیر این مقدار خطا در تخمین ضریب  $C_{mq}$  بسیار کم است. همچنین اعمال فیلتر در تخمین  $C_{mq}$  باید با دقت به کار رود و در فرکانس‌های بالاتر، اعمال فیلتر باعث افزایش خطای  $C_{mq}$  تخمین می‌شود.

## ۶- مراجع

1. Chapman G.T. and Kirk, D.B. "A Method for Extracting Aerodynamic Coefficients from Free-Flight Data", AIAA Journal, Vol. 8, No. 4, pp. 753-758, 1970.
2. Dupuis, A. "Aeroballistic Range Tests of a Dart Model at Supersonic Speeds", Presented at the 15th Atmospheric Flight Mechanics Conference, Tarragona, Spain, 1988.
3. Tam, T., Ruffin, S., Yates, L., Gage, P., Bogdanoff, D., and Morgenstern, J. "Sonic Boom Testing of Artificially Blunted Leading Edge (ABLE) Concepts in the NASA Ames Aeroballistic Range", Presented at the 38th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit Reno, NV, 2000.
4. Brown, J.D. Bogdanoff, D.W., Yates, L.A., and Chapman, G.T. "Transonic Aerodynamics of a Lifting Orion Crew Capsule from Ballistic Range Data", Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 47, No. 1, pp. 36-47, 2010.
5. Topper, B., Brown, T.G., Bukowski, E., Davis, B.S., Hall, R.A., Muller, P.C., Vong, T.T., and Brandon, F.J. "Feasibility of Determining Aerodynamic Coefficients for a NASA Apollo Body with the Use of Telemetry Data From Free Flight Range Testing", Presented at the Army Research Lab Aberdeen Proving Ground MD Weapons and Materials Research Directorate, 2007.