

علمی- پژوهشی

ارزیابی عددی میزان آنتروپی تولید شده تحت اثر میدان مغناطیسی و جذب/تولید گرما به واسطه انتقال حرارت دوگانه نانوسیال ترکیبی

محمد نعمتی^۱ و محمد سفید^۲دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران
(تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۱۰/۱۰؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۱۱/۱۰)

چکیده

در مطالعه حاضر، میزان آنتروپی تولید شده ناشی از انتقال حرارت دوگانه نانوسیال ترکیبی درون محفظه K شکل تحت اثر میدان مغناطیسی یکنواخت و غیریکنواخت و جذب/تولید گرما یکنواخت بررسی شده است. شبیه‌سازی با نوشتن کد رایانه‌ای به زبان فرترن و با استفاده از روش شبکه بولتزمن صورت پذیرفته است. تغییرات عدد رایلی، عدد هارتمن، ضریب جذب/تولید گرما، نسبت هدایت حرارتی، نسبت ابعاد محفظه و نوع اعمال میدان مغناطیسی و کسر حجمی نانوذرات به عنوان متغیرهای اصلی این بررسی مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. نتایج نشان داد می‌توان قدرت جریان و میزان انتقال حرارت را با اعمال میدان مغناطیسی به ترتیب تا حدود ۵۵ و ۲۱ درصد کاهش داد. با اعمال میدان مغناطیسی به صورت غیر یکنواخت در مقایسه با حالت یکنواخت می‌توان قدرت جریان را تا حدود ۳۸ و عدد ناسلت متوسط را تا حدود ۱۶ درصد افزایش داد. افزایش ضریب جذب/تولید گرما به دلیل افزایش دمای مجموعه منجر به کاهش عدد ناسلت متوسط می‌شود که این اثر با افزایش عدد هارتمن، بیشتر می‌شود. افزودن نانوذرات به سیال پایه در حالتی که هدایت پدیده غالب است، موجب افزایش میزان انتقال حرارت می‌شود. انتقال حرارت تابعی از نسبت ضریب هدایت حرارتی و عدد رایلی بوده و افزایش این دو پارامتر اثرات جابه‌جایی را افزایش می‌دهد و در این شرایط، اثر افزایش عدد هارتمن نمایان‌تر است. افزایش نسبت هدایت حرارتی از ۰/۵ تا ۱۰، میزان انتقال حرارت را تا ۲۱ برابر افزایش می‌دهد. افزایش نسبت ابعاد محفظه منجر به کاهش عدد ناسلت متوسط و آنتروپی شده ولی اثر افزودن نانوذرات در این حالت بیشتر است. آنتروپی تولیدی با افزایش عدد هارتمن کاهش و با افزایش عدد رایلی و ضریب جذب/تولید گرما افزایش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: انتقال حرارت دوگانه، نانوسیال ترکیبی، میدان مغناطیسی غیر یکنواخت، تغییر نسبت ابعاد محفظه، تولید آنتروپی، جذب/تولید گرما، روش شبکه بولتزمن.

Evaluation of Amount the Entropy Production Due to MHD Hybrid Nanofluid Conjugate Heat Transfer with Heat Absorption/Generation

Nemati, M.

Sefid, M.

Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

(Received: 31/December /2022 ; Accepted: 01/January/2022)

ABSTRACT

In the present study, the entropy production due to the conjugate heat transfer of the hybrid nanofluid inside the K-shaped chamber under a uniform and non-uniform magnetic field under impact of a uniform heat absorption/generation is evaluated. Variations in the Rayleigh number, volumetric fraction of nanoparticles, Hartmann number, heat absorption/generation coefficient, thermal conductivity ratio, chamber aspect ratio and type of magnetic field applied have been studied. The outcomes showed that the flow strength and the amount of heat transfer could be reduced by about 55% and 21% by applying a magnetic field, respectively. By applying a non-uniform magnetic field compared to uniform mode, the flow strength can be increased up to about 38 and the average Nusselt number up to about 16%. Increasing the heat absorption/generation coefficient due to increasing the set temperature leads to decreasing the mean Nusselt number, which this influence increases with increasing the Hartmann number. Addition of nanoparticles to the base fluid in which the conduction of the phenomenon is predominant increases the rate of heat transfer. Heat transfer is a function of the ratio of thermal conductivity and Rayleigh number that increasing these two parameters increases the convection effects, and in this case, the effect of increasing the Hartmann number is more pronounced. Increasing the thermal conductivity ratio from 0.5 to 10 increases the amount of heat transfer by 21 times. Increasing the chamber aspect ratio leads to a decline in the mean Nusselt number and entropy production, but the effect of adding nanoparticles is greater in this case. Entropy production decreases with increasing Hartmann number and increases with Rayleigh number and heat absorption/generation coefficient.

Keywords: Conjugate heat transfer, Hybrid Nanofluid, Non-Uniform Magnetic Field, Variation of Aspect Ratio, Entropy Production, Heat Absorption/Generation, Lattice Boltzmann Method.

فهرست علائم و اختصارات

زمان آسایش مربوط به میدان جریان	τ^*
زمان آسایش مربوط به میدان دما	τ^{**}
دمای بدون بعد	θ
ضریب هدایت الکتریکی	σ
چگالی	ρ
ویسکوزیته سینماتیکی	ν
تابع جریان	ψ
ضریب وزنی	ω
زیرنویس	
جامد	s
سیال	f
نانوسیال ترکیبی	hnf
سرد	c
گرم	h
شماره لینک مدل شبکه	i

۱- مقدمه

انتقال حرارت دوگانه^۱ (جامد-سیال) فرآیندی رایج در انتقال حرارت تجهیزات مهندسی به شمار می‌رود. از جمله این موارد می‌توان به انتقال حرارت در محفظه‌های احتراق، مبدل‌های حرارتی، میکروکانال‌ها و خنک‌سازی تجهیزات الکترونیکی اشاره نمود [۴-۱]. پیرامون این موضوع مطالعات گوناگونی منتشر شده است که از آن جمله می‌توان به مطالعه یانگ و همکاران [۵]، حسینی و همکاران [۶] و داتا و همکاران [۷] اشاره کرد. فرهی و همکاران [۱] به بررسی انتقال حرارت دوگانه درون محفظه دو بعدی حاوی دیواره-ای رسانا با ضریب پخش متغیر نسبت به سیال پرداختند. آن‌ها گزارش کردند که میزان انتقال حرارت به‌صورت آشکار تابعی از عدد رایلی، موقعیت قرارگیری دیواره و ضریب پخش حرارتی است.

شبیه‌سازی مسائل مربوط به انتقال حرارت دوگانه توسط محققان با استفاده از روش‌های عددی متداول در حل معادلات ناویر استوکس و معادلات انرژی مانند روش حجم محدود، روش المان محدود و روش تفاضل محدود صورت گرفته است [۸-۱۰]. با این وجود، به دلیل خواص

قدرت میدان مغناطیسی	B
عدد بجان	Be
سرعت گسسته شبکه در مدل D_2Q_9	c
ضریب گرمای ویژه در فشار ثابت	C_p
قطر ذرات	d
طول بازشدگی محفظه	D
طول و ارتفاع محفظه	H
تابع توزیع جریان	f
تابع توزیع تعادلی جریان	f^{eq}
نیروی خارجی	F
شتاب جاذبه	g
تابع توزیع دما	h
ضریب هدایت حرارتی	k
نسبت ضریب هدایت حرارتی	k^*
تابع توزیع تعادلی دما	h^{eq}
عدد هارتمن	Ha
عدد ناسلت متوسط	Nu
فشار	p
عدد پرانتل	Pr
ضریب بدون بعد جذب/تولید گرما	q
عدد رایلی	Ra
دما	T
نوع اعمال میدان مغناطیسی	TMFA
آنتروپی تولید شده کل	S
آنتروپی تولید شده ناشی از اصطکاک سیال	S_F
آنتروپی تولید شده ناشی از میدان مغناطیسی	S_M
آنتروپی تولید شده ناشی از انتقال حرارت	S_T
ضخامت دیواره جامد	W
سرعت در جهات شبکه	$u(u,v)$
مختصات شبکه	$x(x,y)$
علائم یونانی	
ضریب پخش حرارتی	α
ضریب انبساط حرارتی	β
نسبت ابعاد محفظه	λ
کسر حجمی نانوذرات	ϕ
ویسکوزیته دینامیکی	μ

¹ Conjugate heat transfer

مختلف مواد در سطح تبادل حرارت بین مرز جامد و سیال، مشکلاتی در شبیه‌سازی عددی به وجود آورده است. علاوه بر این در هندسه‌های پیچیده، اعمال دقیق شرایط مرزی انتقال حرارت دوگانه به چالشی مهم برای پژوهشگران تبدیل شده است. با پیشرفت علم و افزایش ظرفیت حافظه رایانه‌ها، روش‌های زیادی برای رفع این چالش‌ها ظهور کرده که یکی از این آن‌ها، روش شبکه بولتزمن است. روش شبکه بولتزمن که مبتنی بر تئوری جنبشی ذرات است با چهار مدل خود (BGK, MRT, Entropic and Regularized) در سالیان اخیر در علوم و مهندسی به سرعت توسعه یافته و به عنوان ابزاری قدرتمند در شبیه‌سازی مسائلی پیچیده همچون احتراق و جریان‌های چند فازی مورد استفاده قرار گرفته است [۱۴-۱۱]. از آنجایی که روش شبکه بولتزمن بر پایه مقیاس مزوسکوپیک استوار است، نسبت به سایر روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی برتری‌هایی دارد که از آن جمله می‌توان به قابلیت پردازش موازی، اعمال شرایط مرزی ساده‌تر، زمان محاسبات کوتاه‌تر و سهولت در شبیه‌سازی هندسه‌های پیچیده اشاره داشت [۱۵]. رضایی و مغربی [۱۶] با استفاده از روش شبکه بولتزمن به بررسی انتقال حرارت دوگانه درون محفظه مربعی متخلخل پرداختند. دو دیواره جامد با عرض متغیر در دو طرف محفظه در مجاورت دیواره گرم و سرد طوری قرار گرفت که هدایت در مرز جامد صورت گیرد. نتایج نشان داد که افزایش عدد رایلی به دلیل افزایش نیروهای شناوری منجر به افزایش میزان انتقال حرارت می‌شود. همچنین افزایش ضخامت دیواره سبب کاهش و افزایش نسبت ضریب پخش حرارتی جامد به سیال سبب افزایش مقدار انتقال حرارت می‌شود.

به دلیل مشکلاتی از جمله، رسوب یا ته‌نشینی ذرات، سائیدگی، مسدود نمودن مجراها، افزایش افت فشار در مجرای سیال، محققان به نانو سیالات روی آوردند. نانو سیالات به دلیل وجود ذرات معلق، هدایت کننده‌های حرارتی بهتری نسبت به سیالات معمولی هستند. دلیل اصلی انتخاب محدوده‌ی نانو برای اندازه‌ی این ذرات در مقایسه با سایر ذرات، پایداری بیشتر آن‌ها، سطح تبادل حرارتی بیشتر و داشتن وزن کمتر می‌باشد. ضریب هدایت حرارتی پایین سیالات معمولی استفاده شده در فرآیندهای جابه‌جایی مانند آب، روغن و اتیلن گلیکول سبب شده است

که میزان و نرخ انتقال حرارت از حد معینی فراتر نرود. به‌منظور افزایش و بهبود میزان انتقال حرارت در این نوع سیالات، از ذرات با مقیاس بسیار کوچک در حد نانو (فلزی و غیر فلزی) استفاده شده است که به این ترکیب نانوسیال اطلاق می‌شود [۱۷]. نانوسیالات خواص منحصریفرده فیزیکی و شیمیایی دارند که از جمله این موارد می‌توان به کاهش چشمگیر قدرت پمپاژ، هدایت حرارتی بالا و پایداری بالا با کم بودن رسوب در مقایسه با ذرات میلی‌متری و میکرومتری اشاره نمود [۱۸]. هاشم و همکاران [۱۹] انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی نانوسیال درون محفظه مربعی شکل با دیواره های موجی شکل را با حل عددی بررسی کردند. نتایج نشان داد که افزایش کسر حجمی ماده جامد بطور خطی منجر به افزایش عدد ناسلت متوسط می‌شود. بررسی تجربی علی و همکاران [۲۰ و ۲۱] نشان داد که میزان انتقال حرارت درون رادیاتور ماشین با افزودن نانوذره اکسید فلزی به سیال پایه در مقایسه با سیال خالص - افزایش می‌یابد. همچنین آن‌ها نشان دادند که نرخ انتقال حرارت وابستگی کمی به دمای نانوسیال ورودی دارد.

در سالیان اخیر دسته‌ای دیگر از نانوسیالات به نام نانوسیال ترکیبی^۱ بسیار مورد توجه محققین قرار گرفته است. در این نوع نانوسیالات، دو نوع نانوذره غیر مشابه در سیال پایه پراکنده می‌شود و ترکیبی به وجود می‌آورد که ویژگی‌های مثبت زیادی را داراست و کاستی‌های خواص استفاده از یک نوع ذره را رفع می‌نماید [۲۲-۲۵]. به عنوان نمونه اضافه کردن نانوذرات فلزی مثل مس به نانوذرات سرامیکی مثل آلومینا منجر به افزایش ضریب هدایت حرارتی مخلوط می‌شود و این در حالی است که بر پایداری ترکیب نانوسیال اثر نمی‌گذارد. بسیاری از محققین به صورت تجربی اثر نانوسیالات ترکیبی را بررسی کردند و نشان دادند که با استفاده از آنها نرخ انتقال حرارت افزایش می‌یابد [۲۶]. طیبی و چامخا [۲۷] انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی درون حلقه‌ای پر شده از نانوسیال ترکیبی را مورد بررسی عددی قرار دادند. آن‌ها نشان دادند که استفاده از نانوسیال ترکیبی در مقایسه با نانوسیال معمولی اثر بخشی بیشتری در بهبود میزان انتقال حرارت دارد. اسفه و همکاران [۲۸] با بررسی نانوسیال ترکیبی حاوی سیال پایه آب و نانوذرات

¹ Hybrid nanofluid

اکسید منیزیم و نقره به مقدار مساوی و تا کسر حجمی ۲ درصد نشان دادند که ضریب پخش حرارتی و ویسکوزیته دینامیکی برای نانوسیال ترکیبی بسیار بالاتر از نانوسیال معمولی با هر یک از نانوذرات است.

به منظور بهینه‌سازی و بهبود عملکرد حرارتی درون محفظه‌ها از دو شیوه سود برده می‌شود: ۱- اضافه کردن ذرات فلزی به سیال پایه که در پاراگراف قبل توضیح داد شد و ۲- تغییر هندسه محفظه با اضافه کردن موانع یا تغییر شکل دیواره‌ها و مشخصات هندسی [۳۱-۲۹]. نعمتی و سفید [۳۲] به روش شبکه بولتزن با زمان آسایش چندگانه جریان و انتقال حرارت سیال با مدل توانی را درون محفظه دو بعدی با شکل دیواره متغیر مورد ارزیابی قرار دادند. آن‌ها گزارش کردند که با ثابت ماندن تمامی پارامترها، شکل دیواره اثر بارزی بر قدرت جریان و میزان انتقال حرارت دارد به نحوی که با طراحی دیواره به صورت صاف در قیاس با شکل دیواره مورب و منحنی، قدرت جریان را تا حدود ۷۰ درصد و میزان انتقال حرارت را تا حدود ۳۰ درصد می‌توان افزایش داد. آقاخانی و همکاران [۳۳] با استفاده از روش اختلاف محدود شبکه بولتزن اثر تغییر نسبت ابعاد محفظه C شکل را بر انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی سیال غیرنیوتنی بررسی کردند. نتایج نشان داد که عدد ناسلت متوسط عموماً با افزایش نسبت ابعاد محفظه کاهش می‌یابد. از دیگر تحقیقات مرتبط می‌توان به بررسی عددی دوگونیچی و همکاران [۳۴]، محمد و همکاران [۳۵] و ایزدی و همکاران [۳۶] اشاره کرد.

فرآیند جابه‌جایی سیال تحت اثر میدان مغناطیسی که به آن مگنتوهیدرویدینامیک^۱ گفته می‌شود یکی از مهمترین فرآیندها در انتقال حرارت و انرژی به شمار می‌رود. هارتمن [۳۷] اولین کسی بود که بر روی این پدیده مطالعاتی را انجام داد. اهمیت بررسی این فرآیند پس از ادغام نانوذرات به سیال پایه در بررسی‌ها اهمیت دو چندانی پیدا کرد. دوگونیچی و همکاران [۳۸] به بررسی عددی اثر میدان مغناطیسی بر جریان جابه‌جایی طبیعی نانوسیال درون محفظه مربعی شکل دو بعدی در حالتی پرداختند که توسط مانعی به شکل موج‌دار تحت گرمایش قرار داشت. نتایج نشان داد که برخلاف عدد رایلی، افزایش عدد هارتمن

منجر به کاهش عدد ناسلت می‌شود. همچنین با افزایش عدد هارتمن، نیروی لورنز افزایش یافته که این امر سبب کم شدن اثرات جابه‌جایی می‌شود. اردن و وارول [۳۹] اثر افزودن نانوذرات به سیال پایه را بر انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری درون لوله افقی تحت اثر میدان مغناطیسی بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که افزایش قدرت میدان مغناطیسی و افزایش کسر حجمی نانوذرات اگر چه سرعت جریان را کاهش می‌دهد ولی منجر به افزایش مقدار انتقال حرارت می‌شود. همچنین در اعداد رینولدز پایین، اثر میدان مغناطیسی کمتر و تأثیر افزودن نانوذره بیشتر می‌شود. بلهاج محمد و همکاران [۴۰] با تحلیل عددی انتقال حرارت نانوسیال ترکیبی درون محفظه مثلثی شکل متخلخل حاوی مانع دایروی شکل را تحت اثر میدان مغناطیسی ارزیابی کردند. نتایج نشان داد که با استفاده از مقدار عدد رایلی می‌توان اثر میدان مغناطیسی را تحت کنترل قرار داد به نحوی که در اعداد رایلی پایین به دلیل غلبه هدایت بر جابه‌جایی، اثر میدان مغناطیسی ناچیز است. همچنین افزایش کسر حجمی نانوذرات سبب بهبود عملکرد حرارتی شده و از تغییر نسبت ابعاد محفظه می‌توان به عنوان پارامتری کنترل کننده در میزان انتقال حرارت سود برد. همواره میدان‌های مغناطیسی اعمال شده به صورت خواسته نیست و در اکثر مواقع ناخواسته بر میدان جریان اثر می‌گذارد. از آنجایی که بیشتر میدان‌های مغناطیسی اعمال شده به صورت غیر یکنواخت هستند و مطالعات اندکی پیرامون آن صورت گرفته است، لازم است بیشتر مورد توجه قرار گیرد. گاهی نیز به منظور دست یافتن به هدفی خاص نیاز به اعمال میدان مغناطیسی به صورت غیر یکنواخت است. به همین دلیل بررسی جریان‌های انتقال حرارت تحت تأثیر میدان مغناطیسی غیر یکنواخت حائز اهمیت است. نعمتی و همکاران [۴۱] جابه‌جایی ترکیبی درون محفظه متخلخل با حرکت دیواره‌ها در جهات مختلف تحت اثر تولید/جذب حرارت و میدان مغناطیسی یکنواخت و پریودیک را به روش شبکه بولتزن مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد که با پریودیک اعمال کردن میدان مغناطیسی در مقایسه با حالت یکنواخت، قدرت جریان و عدد ناسلت متوسط بیشتر است و بیشترین میزان انتقال حرارت برای دو موج نوسان مشاهده شد.

¹ Magneto hydrodynamics

قطعات الکترونیکی قرار دارد که به دلیل داشتن اتلاف حرارتی باعث افزایش دما درون محفظه خواهد شد که باعث خرابی و کاهش عملکرد مناسب قطعات پلاستیکی و الکترونیکی خواهد شد. حرارت تولید شده از طریق سیال عامل و دیواره‌های محفظه به محیط بیرون از محفظه انتقال می‌یابد و از آسیب‌های احتمالی به قطعات جلوگیری می‌شود. از جمله کاربردهای محفظه در تجهیزات مخابراتی، الکترونیکی، راکتورهای هسته‌ای، سیستم‌های خورشیدی و سیستم‌های مواد تغییر فاز دهنده می‌توان اشاره کرد. همچنین باید توجه نمود گاهی در شرایط واقعی، در نظر گرفتن انتقال حرارت هدایت در جامد بسیار حائز اهمیت است. به عنوان نمونه در بسیاری از مواقع نمی‌توان انتقال حرارت در ضخامت لوله حاوی جریان سیال را نادیده گرفت. با توجه به مطالب ذکر شده، ضرورت انجام چنین مطالعاتی سبب انجام گرفتن این شبیه‌سازی عددی شده است. لازم به ذکر است که اثر میدان مغناطیسی غیریکنواخت بر میزان بر تولید آنتروپی ناشی از انتقال حرارت دوگانه نانوسیال ترکیبی درون محفظه K شکل تاکنون بررسی نشده است که در کار حاضر به آن پرداخته شده است.

بخش‌های مختلف مقاله حاضر به صورت زیر سازماندهی شده است: بخش دوم مدل فیزیکی مسأله مورد بررسی را توصیف می‌کند. بخش سوم، معادلات حاکم، بخش چهارم روش حل عددی، بخش پنجم روابط حاکم بر نانوسیال و بخش ششم، اعتبارسنجی را ارائه می‌دهد. در بخش هفتم ابتدا استقلال حل از شبکه انتخابی و سپس نتایج شبیه‌سازی ارائه و تحلیل می‌شود. در نهایت، بخش هشتم، جمع‌بندی از کار حاضر را بیان می‌کند.

۲- شرح مسأله

هندس و شرایط در نظر گرفته شده برای مسأله مورد بررسی در شکل ۱ نشان داده شده است. در کار حاضر محفظه‌ای دو بعدی به صورت K شکل با ابعاد $H \times H$ در نظر گرفته شده است که دیواره عمودی سمت چپ و دیواره‌های مورب سمت راست به ترتیب در دمای ثابت گرم و سرد قرار دارند در حالی که دیواره‌های افقی کاملاً عایق هستند. ضخامت دیواره جامد سمت چپ محفظه $W=0.2H$ است که حرارت درون آن هدایت شده و به سیال منتقل می‌شود.

اکثر مطالعات بیان شده بر پایه قانون اول ترمودینامیک است. به تازگی بررسی قانون دوم ترمودینامیک توجه زیادی را در تحلیل سیستم‌های حرارتی به خود جلب کرده است. آنتروپی تولید شده بر اساس قانون دوم ترمودینامیک می‌تواند معیاری برای نشان دادن بازدهی تجهیزات باشد. به همین علت در سالیان اخیر علاوه بر بررسی انتقال حرارت، پژوهشگران به ارزیابی میزان آنتروپی تولید شده هم می‌پردازند [۴۲]. تولید آنتروپی سبب کاهش بازده ترمودینامیکی می‌شود. تحلیل آنتروپی نشان می‌دهد که در چه قسمت‌هایی از یک مدل فیزیکی یا سیستم اتلاف انرژی بیشتر است [۴۳]. از آنجایی که تولید آنتروپی معیاری برای از بین رفتن قابلیت کاردهی در تجهیزات است، تعیین آن در موضوع افزایش بازده دستگاه‌ها ضروری است [۴۴-۴۶]. دبیان و همکاران [۴۷] به بررسی میزان تولید آنتروپی ایجاد شده ناشی از انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی درون محفظه مربعی شکل حاوی مانعی گرمازا با شکل‌های مختلف پرداختند. دیواره‌های محفظه توزیع دمای سینوسی داشتند و نتایج نشان داد که روی سطح مانع-بیشترین میزان آنتروپی تولید شده مشاهده می‌شود. همچنین در حالتی که مانع به شکل دایره طراحی شود-بیشترین میزان انتقال حرارت و کمترین مقدار آنتروپی تولیدی و برگشت ناپذیری وجود خواهد داشت. موندال و ماهاپاترا [۴۸] به بررسی انتقال حرارت و تولید آنتروپی به واسطه جابه‌جایی ترکیبی درون محفظه دوزنقه شکل با درپوش متحرک به روش اختلاف محدود تحت اثر میدان مغناطیسی پرداختند. نتایج نشان داد که با تغییر نسبت ابعاد محفظه-میزان آنتروپی تولید شده به طور محسوسی تغییر می‌کند و این بررسی در طراحی تجهیزات ختک‌کننده الکترونیکی می‌تواند بسیار مفید باشد. همچنین افزایش عدد هارتمن منجر به کاهش آنتروپی تولیدی می‌شود. در حالتی که قدرت میدان مغناطیسی زیاد است اگر نسبت ابعاد محفظه بزرگ در نظر گرفته شود میزان برگشت ناپذیری به حداقل حالت ممکن می‌رسد.

نصب قطعات الکترونیکی در فضای محدود محفظه باعث شده است که موضوع انتقال حرارت و سرمایه‌گذاری درون محفظه‌ها از اهمیت بالایی برخوردار شود. درون محفظه‌ها

۳- معادلات حاکم

پیوستگی

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

مومنوم

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{hnf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu_{hnf}}{\rho_{hnf}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{hnf}} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu_{hnf}}{\rho_{hnf}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + (\beta\rho)_{hnf} g(T - T_c) - \sigma_{hnf} B^2 v \quad (3)$$

انرژی

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{hnf} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{Q}{(\rho C_p)_{hnf}} T \quad (4)$$

رابطه (۵)، معادله هدایت حرارتی برای دیواره جامد را ارائه می‌دهد [۵۰].

$$\frac{\partial(k_s \frac{\partial T}{\partial x})}{\partial x} + \frac{\partial(k_s \frac{\partial T}{\partial y})}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

روابط مربوط به محاسبه آنتروپی در معادلات (۶) تا (۹) ارائه شده است. تابع جریان نیز بر طبق رابطه (۱۰) محاسبه می‌شود [۵۱].

$$S_{TOT} = S_T + S_F + S_M \quad (6)$$

$$S_T = \frac{k_{hnf}}{T_0} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (7)$$

$$S_F = \frac{\mu_{hnf}}{T_0} \left[2 \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right) + \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (8)$$

$$S_M = \frac{B^2 \sigma_{hnf}}{T_0} v^2 \quad (9)$$

$$\psi(x,y) = \int u dy + \psi_0 \quad (10)$$

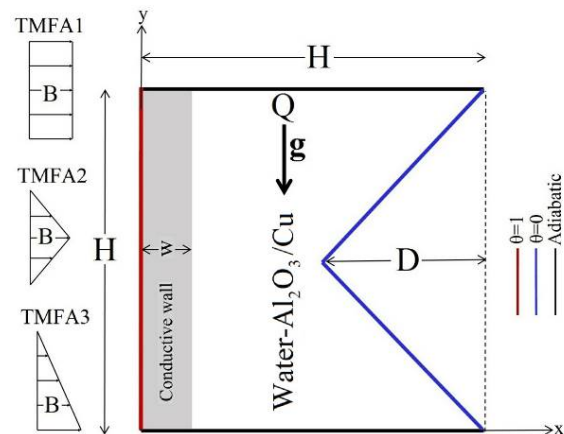
رابطه (۱۱) پارامترهای بدون بعد را که در حل مسئله و ارائه نتایج از آن استفاده شده است، معرفی می‌کند.

$$X = \frac{x}{H}, Y = \frac{y}{H}, U = \frac{uH}{\alpha_f}, V = \frac{vH}{\alpha_f}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, k^* = \frac{k_s}{k_f} \quad (11)$$

$$P = \frac{\rho H^2}{\rho_{hnf} \alpha_f^2}, Ha = BH \sqrt{\frac{\sigma_f}{\mu_f}}, Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f}, q = \frac{QH^2}{(\rho C_p)_{hnf} \alpha_{nf}} \quad (11)$$

$$Ra = \frac{(\rho\beta)_f g(T_h - T_c) H^3}{\alpha_f \nu_f}, S_T = S \frac{T_0^2 H^2}{k_f (T_h - T_c)^2}$$

محفظه حاوی مخلوطی از آب به عنوان سیال پایه و مس-آلومینا به عنوان نانوذرات ترکیبی است. خواص ترموفیزیکی سیال پایه و نانوذرات در جدول ۱ ارائه شده است. نسبت ابعاد محفظه به صورت $\lambda = D/H$ تعریف می‌شود. محفظه در معرض میدان مغناطیسی در سه شکل مختلف قرار دارد که از چپ به راست و عمود برای نیروی جاذبه اعمال می‌شود. لازم به ذکر است که تمامی مرزهای جریان، غیرقابل نفوذ بوده و لغزشی روی سطوح وجود ندارد. جریان سیال آرام و پایا بوده و از تقریب بوزینسک استفاده شده است. سیال مورد بررسی نیوتنی بوده و فرض شده است که نانوسیال محیطی تک‌فاز بوده یعنی سیال و ذرات جامد در تعادل حرارتی هستند. به علاوه فرض شده است که در هر کسر حجمی بررسی شده نانوسیال، سهم هر کدام از ذرات فلزی ۵۰ درصد است. از اتلاف لزجی و انتقال حرارت تابشی نیز صرف‌نظر شده است [۳-۱].



شکل (۱): هندسه مسئله مورد بررسی

جدول (۱): خواص ترموفیزیکی سیال پایه و نانوذرات [۴۹]

آب	آلومینا	مس	خواص ترموفیزیکی
۶/۲	-	-	Pr
۴۱۷۹	۷۶۵	۳۸۵	(Jkg ⁻¹ K ⁻¹) C _p
۰/۶۱۳	۴۰	۴۰۱	(Wm ⁻¹ K ⁻¹) k
۲۱×۱۰ ^{-۵}	۰/۸۵×۱۰ ^{-۵}	۱۶/۷×۱۰ ^{-۵}	(K ⁻¹) β
۹۹۷/۱	۳۹۷۰	۸۹۳۳	(kgm ^{-۳}) ρ
۸/۹×۱۰ ^{-۶}	-	-	(kgm ^{-۱} s ^{-۱}) μ
۵/۵×۱۰ ^{-۶}	۲/۷×۱۰ ^{-۶}	۵۹/۵×۱۰ ^{-۶}	(Ω ^{-۱} m ^{-۱}) σ
۰/۳۸۴	۳۰	۳۰	(nm) d

در روابط فوق، S_{MF} ، S_{FF} ، S_{HT} به ترتیب برابر با تولید آنتروپی به واسطه انتقال حرارت، اصطکاک سیال و میدان مغناطیسی است. مقدار آنتروپی کل به صورت متوسط طبق رابطه (۲۴) محاسبه می‌شود. عدد بجان که بیانگر نسبت آنتروپی تولیدی ناشی از انتقال حرارت به آنتروپی کل است، طبق رابطه (۲۵) و عدد ناسلت متوسط نیز طبق رابطه (۲۶) محاسبه می‌شود [۵۱]. $Be > 0.5$ نشان‌دهنده غالب بودن آنتروپی تولید شده ناشی از انتقال حرارت است.

$$S = \frac{\int S_{TOT} d\tilde{V}}{\tilde{V}} \quad (24)$$

$$Be = \frac{S_T}{S} \quad (25)$$

$$Nu = \frac{1}{H} \int_0^1 -\frac{k_{hnf}}{k_f} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=w} dY \quad (26)$$

۴- روش شبکه بولتزمن

۴-۱- روابط ریاضی مربوط به میدان جریان و میدان

دما

معادله گسسته شده بولتزمن طبق رابطه (۲۷) محاسبه می‌شود که از حل آن توابع توزیع مربوط به میدان جریان (f) حاصل می‌شود [۵۲].

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \mathbf{c}_i \nabla f_i = \frac{\Delta t}{\tau} (f_i^{eq} - f_i) \quad (27)$$

با استفاده از تقریب BGK، معادله گسسته شده بولتزمن در دو مرحله برخورد و جاری شدن قابل بیان است؛ رابطه (۲۸) معادله مرحله برخورد و رابطه (۲۹) معادله مرحله جاری شدن را ارائه می‌دهد. با انجام مراحل برخورد و جاری شدن، تبادل مومنتوم و انرژی بین ذرات اتفاق می‌افتد.

$$f_i(\mathbf{x} + \Delta t \mathbf{c}_i, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) - \frac{\Delta t}{\tau} [(f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)) + \Delta t \mathbf{c}_i \mathbf{F}_i] \quad (28)$$

$$f_i(\mathbf{x} + \Delta t \mathbf{c}_i, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t + \Delta t) \quad (29)$$

معادله گسسته شده انرژی که از طریق آن توابع توزیع مربوط به میدان دما (h) حاصل می‌شود طبق رابطه (۳۰) بیان می‌شود [۵۲].

$$h_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = h_i(\mathbf{x}, t) - \frac{\Delta t}{\tau} (h_i(\mathbf{x}, t) - h_i^{eq}(\mathbf{x}, t)) \quad (30)$$

معادلات حاکم به صورت بدون بعد طبق روابط (۱۲) تا (۲۱) نوشته می‌شود.

پیوستگی

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (12)$$

مومنتوم

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\mu_{hnf}}{\alpha_{hnf} \alpha_f} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (13)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\mu_{hnf}}{\alpha_{hnf} \alpha_f} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Pr Ra \theta \left(\frac{\rho \beta \right)_{hnf}}{\rho_{hnf} \beta_f} - \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{\sigma_{hnf}}{\sigma_f} Ha^2 Pr V \quad (14)$$

انرژی

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\alpha_{hnf}}{\alpha_f} \left[\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) + q \theta \right] \quad (15)$$

$$\frac{\partial (k^* \frac{\partial \theta}{\partial X})}{\partial X} + \frac{\partial (k^* \frac{\partial \theta}{\partial Y})}{\partial Y} = 0 \quad (16)$$

$$S_{TOT} = S_T + S_F + S_M \quad (17)$$

$$S_T = \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)^2 \right] \quad (18)$$

$$S_F = \frac{\mu_{hnf}}{\mu_f} \chi \left[2 \left(\left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 \right) + \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 \right] \quad (19)$$

$$S_M = \chi Ha^2 \frac{\sigma_{hnf}}{\sigma_f} V^2 \quad (20)$$

$$\Psi(X, Y) = \int U dY + \Psi_0 \quad (21)$$

در روابط ارائه شده χ ضریب بازگشت ناپذیری بوده که به صورت رابطه (۲۲) بیان می‌شود. همچنین $T_0 = \frac{(T_c + T_h)}{2}$ است.

$$\chi = \frac{\mu_{hnf} T_0}{k_f} \left(\frac{V}{T_h - T_c} \right)^2 \quad (22)$$

شرایط مرزی مسأله حاضر به صورت بدون بعد طبق رابطه (۲۳) بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} U=V=\Psi=0, \theta=1 & \text{ دیواره گرم} \\ U=V=\Psi=0, \theta=0 & \text{ دیواره سرد} \\ U=V=\Psi=0, \frac{\partial \theta}{\partial Y}=0 & \text{ دیواره آدیاباتیک} \end{aligned} \quad (23)$$

فصل مشترک سیال و جامد $k^* \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{hnf} = \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_s$

در روابط فوق، ω_i بیانگر تابع توزیع وزنی است که برای مدل شبکه D_2Q_9 به صورت رابطه (۳۵) بیان می‌شود.

$$\omega_0 = 4/9, \omega_{1-4} = 1/9, \omega_{5-8} = 1/36 \quad (35)$$

در رابطه (۲۸)، \mathbf{F} بیانگر نیروهای خارجی است. در این مسأله نیروهای گرانش و میدان مغناطیسی به عنوان نیروهای خارجی در نظر گرفته شده‌اند که بر طبق رابطه (۳۶) بیان می‌شوند.

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \mathbf{F}_x + \mathbf{F}_y \\ \mathbf{F}_x &= 0 \\ \mathbf{F}_y &= -3A^* \omega_i \rho_f v + 3\omega_i g \theta (\rho\beta)_{\text{hmf}} \end{aligned} \quad (36)$$

$$A^* = \text{Ha}^2 \left(\frac{\mu_{\text{hmf}}}{H^2} \right)$$

کمیات ماکروسکوپیک دما، چگالی و سرعت نیز بر طبق رابطه (۳۷) محاسبه می‌شود.

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=0}^8 f_i, \quad p(\mathbf{x}, t) \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=0}^8 c_i f_i, \quad \theta(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=0}^8 h_i \quad (37)$$

در نهایت، ضریب پخش حرارتی و ویسکوزیته سینماتیکی بر حسب ضریب آسایش مربوط به میدان‌های دما و جریان به صورت رابطه (۳۸) ارائه می‌شود.

$$\alpha = \frac{\Delta t (\tau^{**} - 0.5)}{3}, \quad \nu = \frac{\Delta t (\tau^* - 0.5)}{3} \quad (38)$$

امروزه روش شبکه بولتزمن با دارا بودن توانایی‌های بسیار، ابزاری قدرتمند در تحلیل شبیه‌سازی شده است که نسبت به سایر روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی، مزایای متعددی دارد که از آن جمله می‌توان به کدنویسی ساده‌تر و صرف زمان کم‌تر برای حل اشاره داشت. جزییات بیشتر درباره چگونگی حل به این روش و مزایای آن را می‌توان در مراجع مختلف مشاهده نمود [۵۳-۵۵].

۴-۲- شرایط مرزی

یکی از الزامات مهم و اساسی در شبیه‌سازی عددی برای رسیدن به نتایج دقیق، اعمال صحیح و درست شرایط مرزی است. در روش شبکه بولتزمن دامنه مربعی در نظر گرفته می‌شود و چون در کار حاضر محفظه با طول و ارتفاع یکسان در نظر گرفته شده است ($n=m$)، دامنه به $(n+1) \times (m+1)$ گره تقسیم می‌شود که به تبع آن n^2 سلول مربعی با مختصات (x_i, y_i) به وجود می‌آید. بر روی تمامی

در روابط ارائه شده، Δt گام زمانی بوده که برابر ۱ در نظر گرفته شده است. برای مدل کردن میدان جریان و دما از آرایش شبکه D_2Q_9 با ۹ سرعت در جهات مختلف شبکه استفاده شده است. بردارهای سرعت در این نوع مدل شبکه در شکل ۲ نشان داده شده است [۵۲]. سرعت‌های گسسته شده در مدل شبکه D_2Q_9 که با \mathbf{c}_i نشان داده می‌شود به صورت رابطه (۳۱) بیان می‌شود.

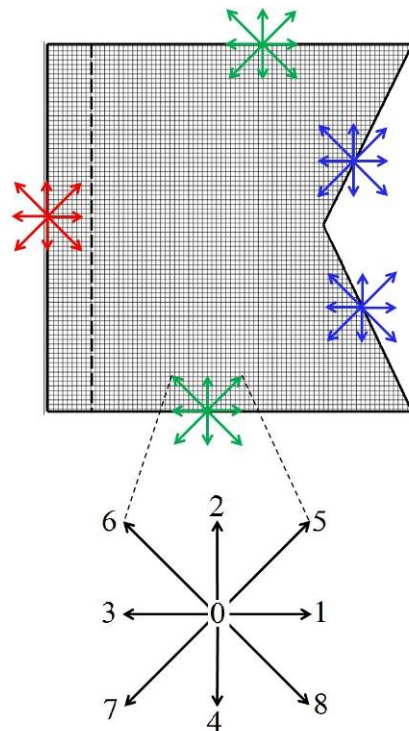
$$\mathbf{c}_i = \begin{pmatrix} c_{ix} \\ c_{iy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad (31)$$

توابع توزیع تعادلی مربوط به میدان جریان و میدان دما که در روابط (۲۸) و (۳۰) بیان شد، به ترتیب طبق روابط (۳۲) و (۳۳) محاسبه می‌شود. همچنین برای شبیه‌سازی انتقال حرارت در قسمت جامد، تابع توزیع تعادلی به صورت رابطه (۳۴) نوشته می‌شود.

$$f_i^{\text{eq}} = \rho \omega_i \left[1 + 3(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}) - \frac{3}{2}(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) + \frac{9}{2}(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2 \right] \quad (32)$$

$$h_i^{\text{eq}} = \theta \omega_i [1 + 3(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})] \quad (33)$$

$$h_i^{\text{eq}} = \theta \omega_i \quad (34)$$



شکل (۲): نمونه‌ای از شبکه‌بندی محاسباتی و بردارهای سرعت گسسته شده در آرایش شبکه D_2Q_9

$$\theta(i,j) = \frac{\theta_f(i+1,j) + k^* \times \theta_s(i-1,j)}{1+k^*} \quad (46)$$

معیار همگرایی برای اتمام محاسبات طبق رابطه (۴۷) است. در این رابطه Γ متغیر عمومی (U, V, θ) ، n و $n+1$ مراحل زمانی قدیم و جدید و N و M به ترتیب تعداد گره‌ها در راستای x و y را نشان می‌دهند.

$$\text{Error} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M |\Gamma^{n+1} - \Gamma^n|}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M |\Gamma^n|} \leq 10^{-8} \quad (47)$$

۵- روابط حاکم بر نانوسیال

روابط مربوط به نانوسیال از جمله چگالی، ضریب هدایت الکتریکی، ظرفیت گرمایی، ضریب انبساط حرارتی، ضریب پخش حرارتی، لزجت و ضریب هدایت حرارتی طبق روابط (۴۹) تا (۵۴) بیان شده است [۴۹].

۶- اعبارسنجی

به منظور صحت‌سنجی و راستی آزمایی کد نوشته شده در تعیین میزان آنتروپی تولید شده، کار حاضر با مرجع [۵۷] به ازای عدد رایلی 10^5 در شکل ۳ مقایسه شده است. در این مطالعه انتقال حرارت و تولید آنتروپی درون محفظه مستطیلی شکل بررسی شده است. جابه‌جایی طبیعی به واسطه اختلاف دمای دیواره‌های جانبی محفظه به وجود می‌آید، در حالی که دیواره‌های افقی آدیاباتیک در نظر گرفته شده است. درستی کد نوشته شده برای شبیه‌سازی انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در حضور میدان مغناطیسی و جذب/تولید گرما در جدول ۲ و شکل ۴ با مرجع [۱۳] به ازای عدد رایلی 10^5 مقایسه شده است. در این بررسی، محفظه مستطیلی شکل حاوی نانوسیال با دیواره‌های افقی آدیاباتیک و دیواره‌های جانبی سرد و گرم در نظر گرفته شده است. برای اطمینان از درستی کد نوشته در شبیه‌سازی مدل نانوسیال به کار رفته، عدد ناسلت متوسط در جدول ۳ با مرجع [۵۸] مقایسه شده است. با مشاهده اختلاف کم بین نتایج به دست آمده از کد نوشته شده با مراجع، می‌توان از صحت و درستی نتایج کسب شده، اطمینان حاصل کرد.

مرزهای جامد، از شرط مرزی کمانه کردن استفاده می‌شود. این شرط بیان می‌کند که توابع توزیع وارد شده به سیال مجهول و توابع توزیع خروجی از مرز که از گام زمانی قبلی محاسبه شده، معلوم است که برابر هم قرار داده می‌شوند. با توجه به شکل ۲ که نمونه‌ای از دامنه محاسباتی حل را نشان می‌دهد، شرایط مرزی بر روی دیواره افقی پایینی، بالایی، مورب پایینی و مورب بالایی محفظه به ترتیب به صورت روابط (۳۹) و (۴۲) بیان می‌شود.

$$f_2(i,0)=f_4(i,0), f_5(i,0)=f_7(i,0), f_6(i,0)=f_8(i,0) \quad (39)$$

$$f_4(i,m)=f_2(i,m), f_7(i,m)=f_5(i,m), f_8(i,m)=f_6(i,m) \quad (40)$$

$$f_4(i,j)=f_2(i,j), f_3(i,j)=f_1(i,j), \quad (41)$$

$$f_6(i,j)=f_8(i,j), f_7(i,j)=f_5(i,j)$$

$$f_2(i,j)=f_4(i,j), f_3(i,j)=f_1(i,j), \quad (42)$$

$$f_6(i,j)=f_8(i,j), f_7(i,j)=f_5(i,j)$$

از شرط مرزی دمایی کمانه کردن برای دیواره‌های آدیاباتیک استفاده می‌شود. به عنوان نمونه برای دیواره افقی بالایی محفظه رابطه (۴۳) برقرار است.

$$h_4(i,m)=h_2(i,m-1), h_7(i,m)=h_5(i,m-1), \quad (43)$$

$$h_8(i,m)=h_6(i,m-1)$$

شرط مرزی برای دیواره‌های گرم ($\theta=1$) و سرد ($\theta=0$) با توجه به مدل شبکه D_2Q_9 به ترتیب به صورت روابط (۴۴) و (۴۵) نوشته می‌شود [۳۲].

$$\begin{aligned} h_1(0,j) &= \theta_h [\omega(1) + \omega(3)] - h_3(0,j), \\ h_5(0,j) &= \theta_h [\omega(5) + \omega(7)] - h_7(0,j), \\ h_8(0,j) &= \theta_h [\omega(6) + \omega(8)] - h_6(0,j) \end{aligned} \quad (44)$$

$$h_4(i,j) = -h_2(i,j),$$

$$h_7(i,j) = -h_5(i,j),$$

$$h_3(i,j) = -h_1(i,j),$$

$$h_6(i,j) = -h_8(i,j)$$

$$h_2(i,j) = -h_4(i,j),$$

$$h_6(i,j) = -h_8(i,j),$$

$$h_3(i,j) = -h_1(i,j),$$

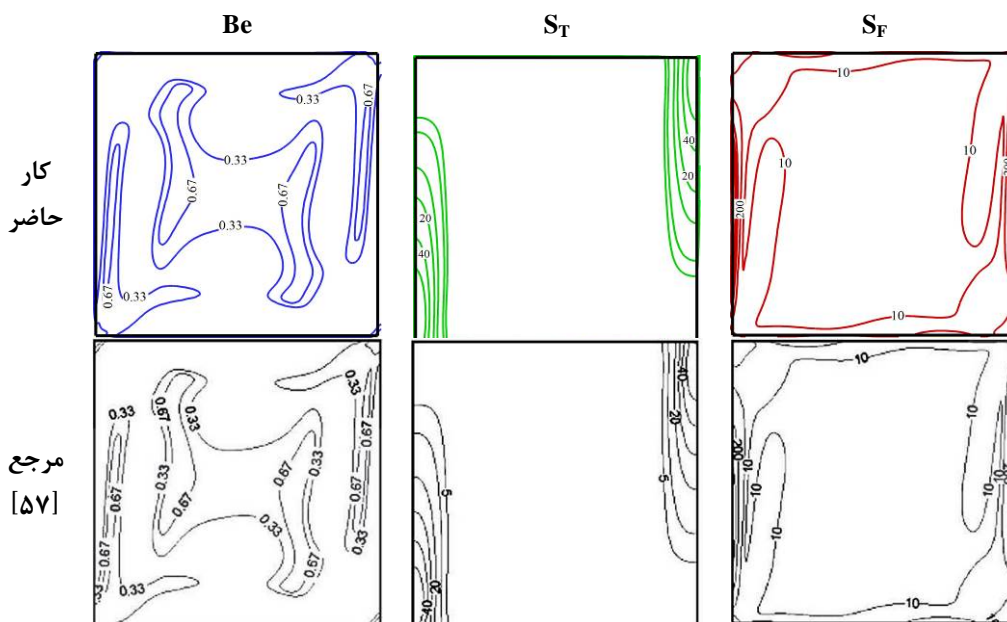
$$h_7(i,j) = -h_5(i,j)$$

دیواره مورب پایینی

(۴۵)

دیواره مورب بالایی

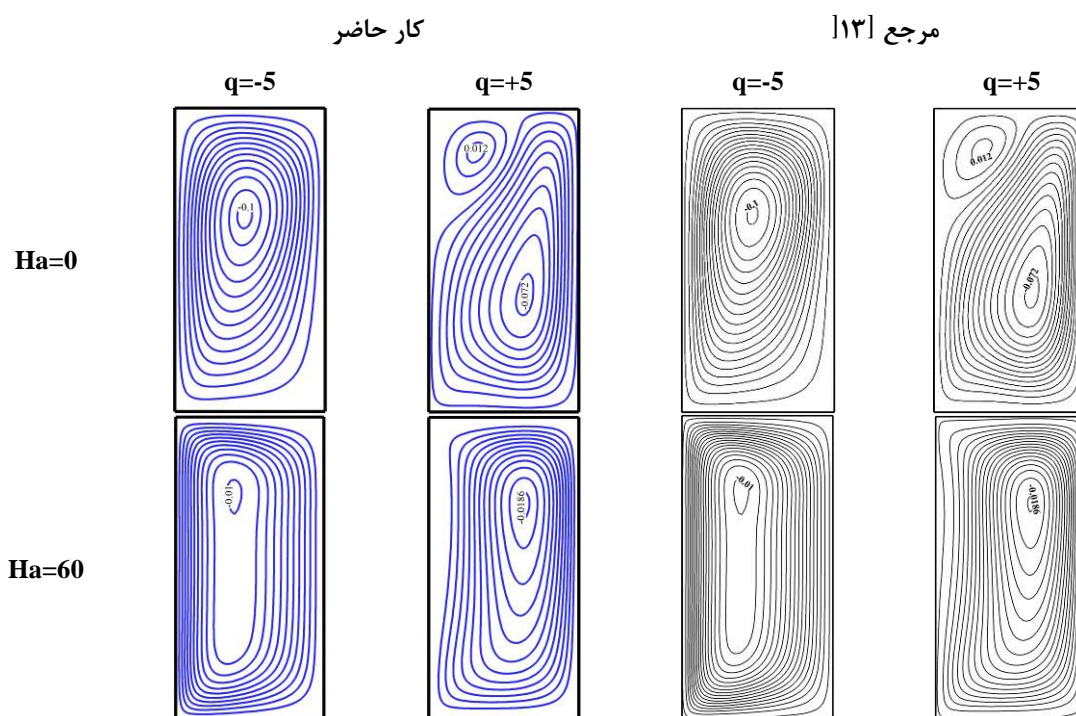
برای پیوستگی دما و شار حرارتی در سطح مشترک سیال و جامد ($X=W$)، شرط مرزی به صورت رابطه (۴۶) نوشته می‌شود [۵۶].



شکل (۳): مقایسه کانتور پارامتر بجان، آنتروپی ناشی از انتقال حرارت و آنتروپی ناشی از اصطکاک سیال بین کار حاضر و مرجع [۵۷]

جدول (۲): مقایسه عدد ناسلت متوسط بین کار حاضر و مرجع [۱۳]

	کار حاضر				مرجع [۱۳]			
	Ha=0	Ha=15	Ha=30	Ha=45	Ha=0	Ha=15	Ha=30	Ha=45
q=-5	9.095	8.761	6.931	6.735	9.051	8.687	6.862	6.619
q=0	7.735	7.375	6.825	6.705	7.711	7.322	6.862	6.619
q=+5	5.685	5.339	4.783	4.651	5.632	5.281	4.712	4.559



شکل ۴: مقایسه خطوط جریان بین کار حاضر و مرجع [۱۳]

جدول (۳): مقایسه عدد ناسلت متوسط بین کار حاضر و مرجع [۵۸]

کار حاضر	مرجع [۵۸]					
	Re=50	Re=100	Re=200			
$\varphi=0.0$	8.045	12.41	17.88	8.036	12.45	17.84
$\varphi=0.02$	8.061	12.63	18.21	8.055	12.58	18.17
$\varphi=0.04$	8.069	12.85	18.38	18.25	12.81	8.068

۷- نتایج

حرارتی نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که در حالت جذب گرما به ازای $k^* \leq 1$ ، دما بیشتر تابعی از x است ولی به ازای $k^* = 10$ دما تابعی از x و y است که نشان‌دهنده زیاد اثرات جابه‌جایی درون محفظه دارد. در $q=0$ ، تابعیت دما از x و y به ازای $k^* \geq 1$ مشهود است. در حالتی که تولید حرارت وجود دارد تقریباً در تمامی مقادیر نسبت هدایت حرارتی، تابعیت دما از x و y وجود دارد. این امر بیانگر این مطلب است که توزیع دما به شدت تابعی از نسبت هدایت حرارتی است. نکته حائز اهمیت این است که افزایش کسر حجمی نانوذره در تغییر ضخامت لایه مرزی حرارتی برای $k^* = 0.5$ با افزایش ضریب جذب/تولید گرما افزایش و برای $k^* = 10$ عکس این حالت مشاهده می‌شود.

در این بخش نتایج به دست آمده در قالب جداول، نمودارها و کانتورهای جریان، دما و آنتروپی ارائه و مورد تحلیل و بررسی قرار می‌گیرد. متغیرهای مورد بررسی به همراه مقادیر مربوطه در جدول ۴ ارائه شده است. در ابتدا برای اینکه نتایج مستقل از شبکه انتخابی باشد، عدد ناسلت متوسط در جدول ۵ و تغییرات سرعت در شکل ۵ به ازای ابعاد مختلف شبکه ارائه شده است. دیده می‌شود که تغییرات نتایج به ازای ابعاد شبکه انتخابی بیشتر از 100×100 ناچیز است و می‌توان با انتخاب شبکه مربعی 100 در 100 از دقت نتایج حاصله اطمینان حاصل نمود.

شکل ۶ خطوط هم‌دما را به ازای مقادیر مختلف کسر حجمی نانوذرات، ضریب جذب/تولید گرما و نسبت هدایت

$$\rho_{\text{hnf}} = \rho_{\text{cu}} \varphi_{\text{cu}} + \rho_{\text{Al}_2\text{O}_3} \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} + \rho_f (1 - \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} - \varphi_{\text{cu}}) \quad (48)$$

$$\frac{\sigma_{\text{hnf}}}{\sigma_f} = 1 + \frac{3 \left[\frac{(\varphi_{\text{cu}} \sigma_{\text{cu}} + \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} \sigma_{\text{Al}_2\text{O}_3})}{\sigma_f} - (\varphi_{\text{cu}} + \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3}) \right]}{\left[\frac{(\varphi_{\text{cu}} \sigma_{\text{cu}} + \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} \sigma_{\text{Al}_2\text{O}_3})}{(\varphi_{\text{cu}} + \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3}) \sigma_f} + 2 \right] - \left[\frac{(\varphi_{\text{cu}} \sigma_{\text{cu}} + \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} \sigma_{\text{Al}_2\text{O}_3})}{\sigma_f} - (\varphi_{\text{cu}} + \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3}) \right]} \quad (49)$$

$$(\rho C_p)_{\text{hnf}} = (\rho C_p)_{\text{cu}} \varphi_{\text{cu}} + (\rho C_p)_{\text{Al}_2\text{O}_3} \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} + (\rho C_p)_f (1 - \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} - \varphi_{\text{cu}}) \quad (50)$$

$$(\rho \beta)_{\text{hnf}} = (\rho \beta)_{\text{cu}} \varphi_{\text{cu}} + (\rho \beta)_{\text{Al}_2\text{O}_3} \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} + (\rho \beta)_f (1 - \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} - \varphi_{\text{cu}}) \quad (51)$$

$$\alpha_{\text{hnf}} = \frac{k_{\text{hnf}}}{(\rho C_p)_{\text{hnf}}} \quad (52)$$

$$\mu_{\text{hnf}} = \frac{\mu_f}{\left[-34.87 \left(\frac{d_{\text{Al}_2\text{O}_3} + d_{\text{cu}}}{d_f} \right)^{-0.3} (\varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} + \varphi_{\text{cu}}) + 1 \right]} \quad (53)$$

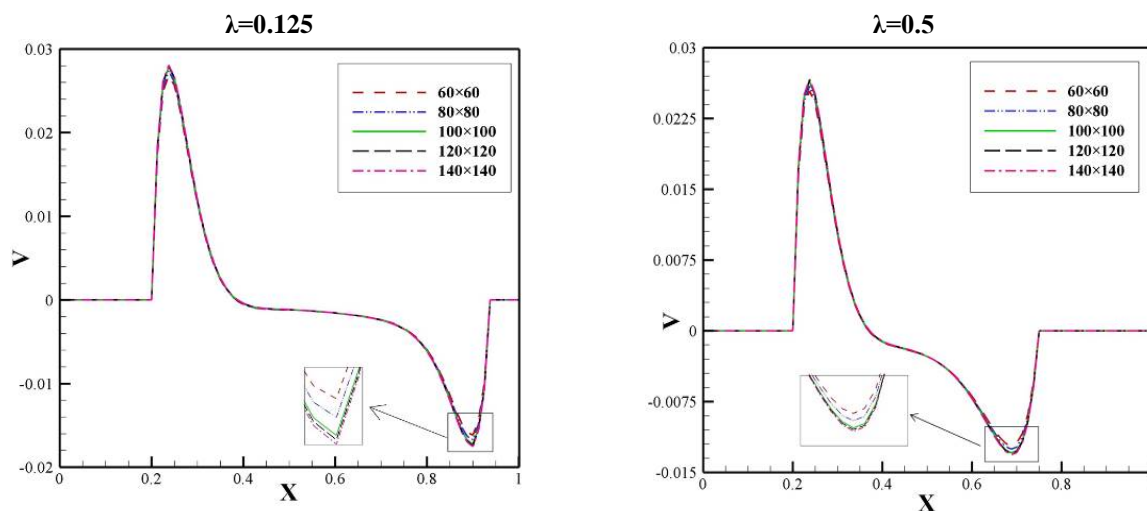
$$\frac{k_{\text{hnf}}}{k_f} = 1 + \left[4.4 \left(\frac{2T \rho_f \times 1.38 \times 10^{-23}}{\pi (d_{\text{Al}_2\text{O}_3} + d_{\text{cu}}) \mu_f^2} \right)^{0.4} (\text{Pr})^{0.66} (k_f)^{-0.03} (k_{\text{Al}_2\text{O}_3}^{0.33} \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3}^{0.66} + k_{\text{cu}}^{0.33} \varphi_{\text{cu}}^{0.66}) \right] \quad (54)$$

جدول (۴): مقادیر متغیرهای مورد بررسی

مقادیر	متغیر
Ha=0 , Ha=15, Ha=30, Ha = 45	عدد هارتمن
Ra = 5×10 ³ , Ra = 5×10 ⁵	عدد رایلی
φ=0.0 , φ=0.02, φ=0.04	کسر حجمی نانوذرات
q = -5 , q=0, q= +5	ضریب جذب/تولید گرما
k* =0.5 , k* =1, k* =10	نسبت ضریب هدایت حرارتی
TMFA1, TMFA2, TMFA3	نوع اعمال میدان مغناطیسی (Type of magnetic field applied)
λ=0.125, λ=0.25, λ=0.5	نسبت ابعاد محفظه

جدول (۵): عدد ناسلت متوسط به ازای ابعاد مختلف شبکه در k* =10, q=-5, TMFA3, φ=0.04, Ra=5×10⁵

ابعاد شبکه	60×60	80×80	100×100	120×120	140×140	
λ = 0.125	Ha=0	5.485	5.685	5.865	5.921	5.952
	Ha=15	5.525	5.613	5.786	5.814	5.838
	Ha=30	5.215	5.274	5.381	5.405	5.418
	Ha=60	4.663	4.711	4.759	4.768	4.778
λ = 0.5	Ha=0	5.095	5.225	5.415	5.468	5.491
	Ha=15	5.115	5.175	5.268	5.305	5.321
	Ha=30	5.095	5.121	5.172	5.195	5.211
	Ha=60	4.341	4.449	4.485	4.493	4.503



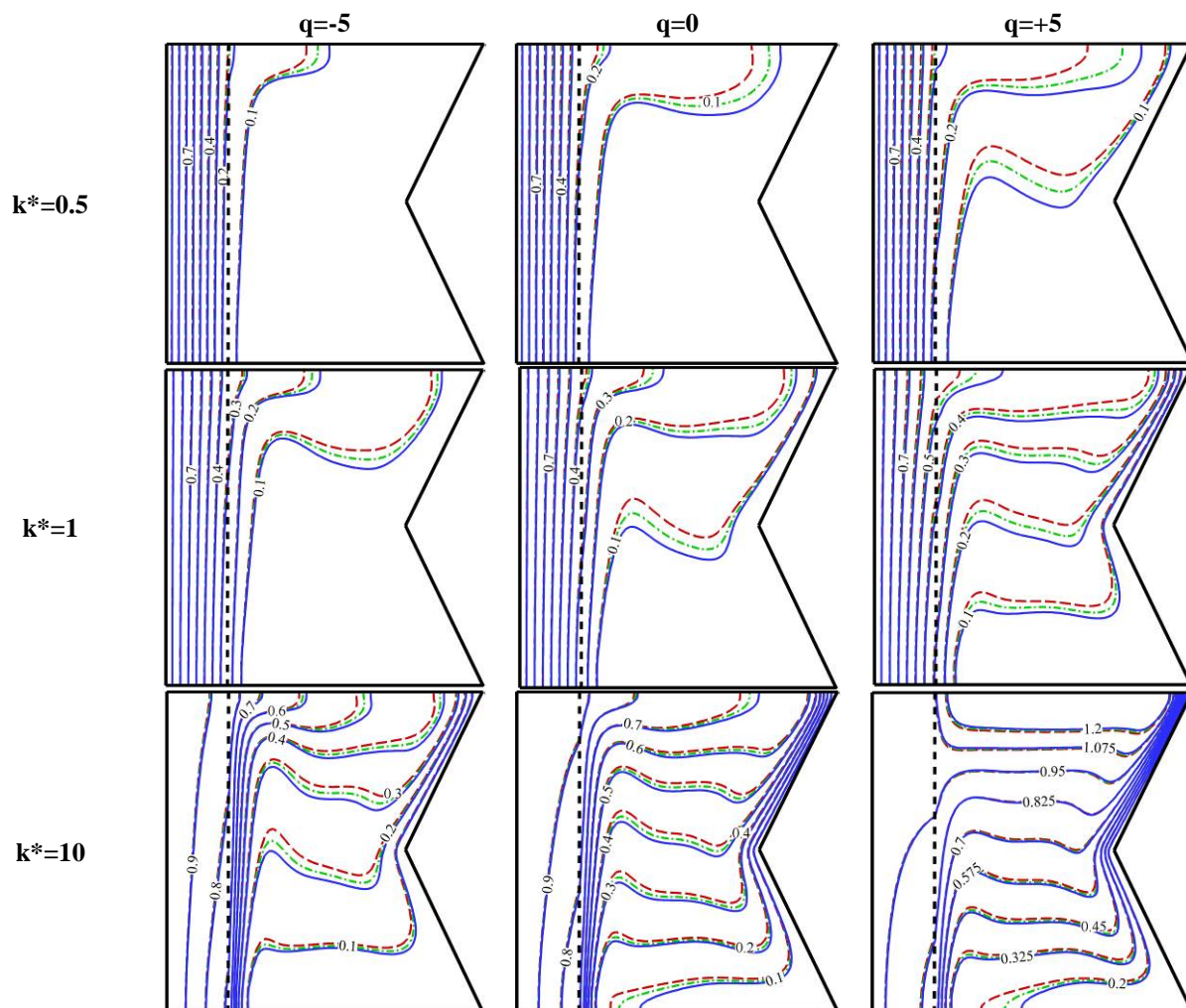
شکل (۵): تغییرات سرعت عمودی به ازای ابعاد مختلف شبکه در k* =10, q=-5, TMFA3, φ=0.04, Ra=5×10⁵, Ha=60

دیوار جامد مشاهده می‌شود. به ازای $k^* \geq 1$ گرادیان دمای غیر خطی در قسمت بالایی محفظه جایی که سیال شروع به حرکت در طی دیواره افقی می‌کند، افزایش می‌یابد. در این ناحیه مولفه سرعت در جهت عمودی (V)، افزایش می‌یابد و به همین جهت بر روی توزیع دما اثرگذار است. شایان ذکر است که به ازای $k^* = 1$ با توجه به گرادیان دما، انتقال حرارت هدایت برای توزیع مجدد دما به اندازه کافی قدرتمند نیست. بیشترین مقدار دما در حالت تولید گرما و

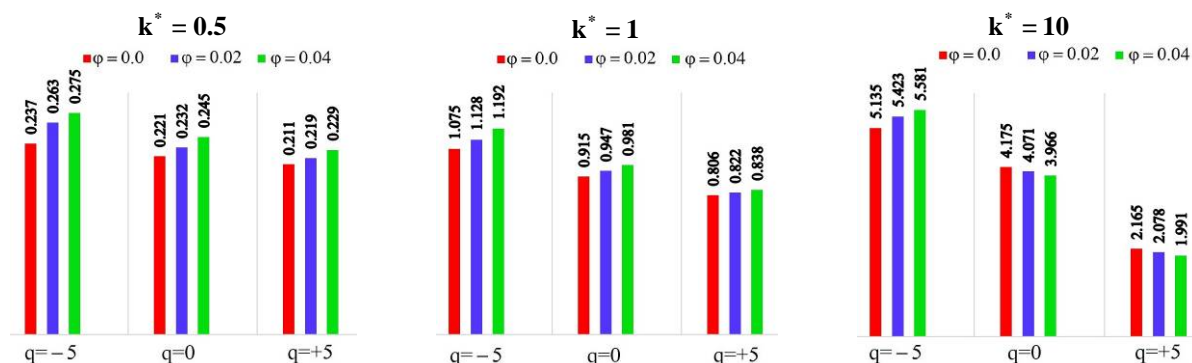
همچنین خطوط همدمای نشان می‌دهد با افزایش k^* اختلاف دما در سرتاسر دیوار به میزان قابل توجهی کاهش می‌یابد. زمانی که نسبت هدایت حرارتی کم است، مقاومت حرارتی دیوار جامد زیاد است و به همین دلیل توزیع دما به صورت خطی است. به دلیل کم بودن ضریب هدایت حرارتی دیوار جامد، انتقال حرارت در جهت عمودی ناچیز است. با افزایش نسبت ضریب هدایت حرارتی، رفتارهای غیرخطی درون

۱۱، ۲۵ و ۶۰ درصدی عدد ناسلت متوسط به ترتیب ۰.۵، ۱ و ۱۰، k^* و $k^* = 10$ می‌شود. در حالت $q \geq 0$ و برای $k^* = 10$ افزایش درصد نانوذرات نه تنها موجب افزایش میزان انتقال حرارت نمی‌شود، بلکه منجر به کاهش عدد ناسلت متوسط می‌شود. زیرا افزایش کسر حجمی نانوذرات علاوه بر افزایش ضریب هدایت حرارتی منجر به افزایش ویسکوزیته نانوسیال می‌شود و چون در این حالت اثرات جابه‌جایی قوی است، افزایش ویسکوزیته منجر به کم شدن سرعت نانوسیال و به تبع آن کم شدن اثرات جابه‌جایی می‌شود. جدول ۶ مقدار آنتروپی تولیدی کل و عدد بجان را به ازای تغییرات کسر حجمی نانوذرات و ضریب جذب/تولید گرما برای $k^* = 10$ ارائه می‌دهد. دیده می‌شود که بیشترین میزان آنتروپی تولید شده در حالت تولید گرما ایجاد می‌شود.

برای $k^* = 10$ مشاهده می‌شود که دما تا $1/2$ نیز می‌رسد. همچنین در این حالت گرادیان دما در مجاورت $X=w$ کم می‌شود ولی تراکم این خطوط در مجاورت دیواره سرد افزایش می‌یابد. بر طبق شکل ۷، مشاهده می‌شود در حالت کلی، عدد ناسلت متوسط با افزایش کسر حجمی نانوذرات افزایش می‌یابد. زیرا افزایش درصد نانوذرات سبب افزایش ضریب هدایت حرارتی شده و این عامل در بهبود میزان انتقال حرارت به خصوص برای $k^* = 0.5$ بسیار موثر است. زیرا در این حالت فرآیند غالب انتقال حرارت، هدایت است. افزایش نسبت هدایت حرارتی، اثر افزودن نانوذرات را کمتر می‌کند. همچنین در تمامی مقادیر نسبت هدایت حرارتی، افزایش ضریب جذب/تولید گرما به دلیل بالا بردن دمای مجموعه سبب کاهش عدد ناسلت متوسط می‌شود. افزایش ضریب جذب/تولید گرما از -5 به $+5$ سبب کاهش حدود



شکل (۶): خطوط هم‌دما به ازای مقادیر مختلف ضریب جذب/تولید گرما و نسبت ضریب هدایت حرارتی در غیاب میدان مغناطیسی و $\lambda = 0.125$ ، $Ra = 5 \times 10^5$ ، خطوط پیوسته ($\varphi = 0.0$)، خط نقطه ($\varphi = 0.02$) و خطوط ناپیوسته ($\varphi = 0.04$)



شکل (۷): عدد ناسلت متوسط به ازای مقادیر مختلف ضریب جذب/تولید گرما، کسر حجمی نانوذرات و نسبت ضریب هدایت حرارتی در غیاب میدان مغناطیسی، $Ra=5 \times 10^5$, $\lambda=0.125$

جدول (۶): آنتروپی کل و عدد بجان به ازای مقادیر مختلف ضریب جذب/تولید گرما و کسر حجمی نانوسیال در غیاب میدان مغناطیسی، $Ra=5 \times 10^5$, $\lambda=0.25$, $k^* = 10$

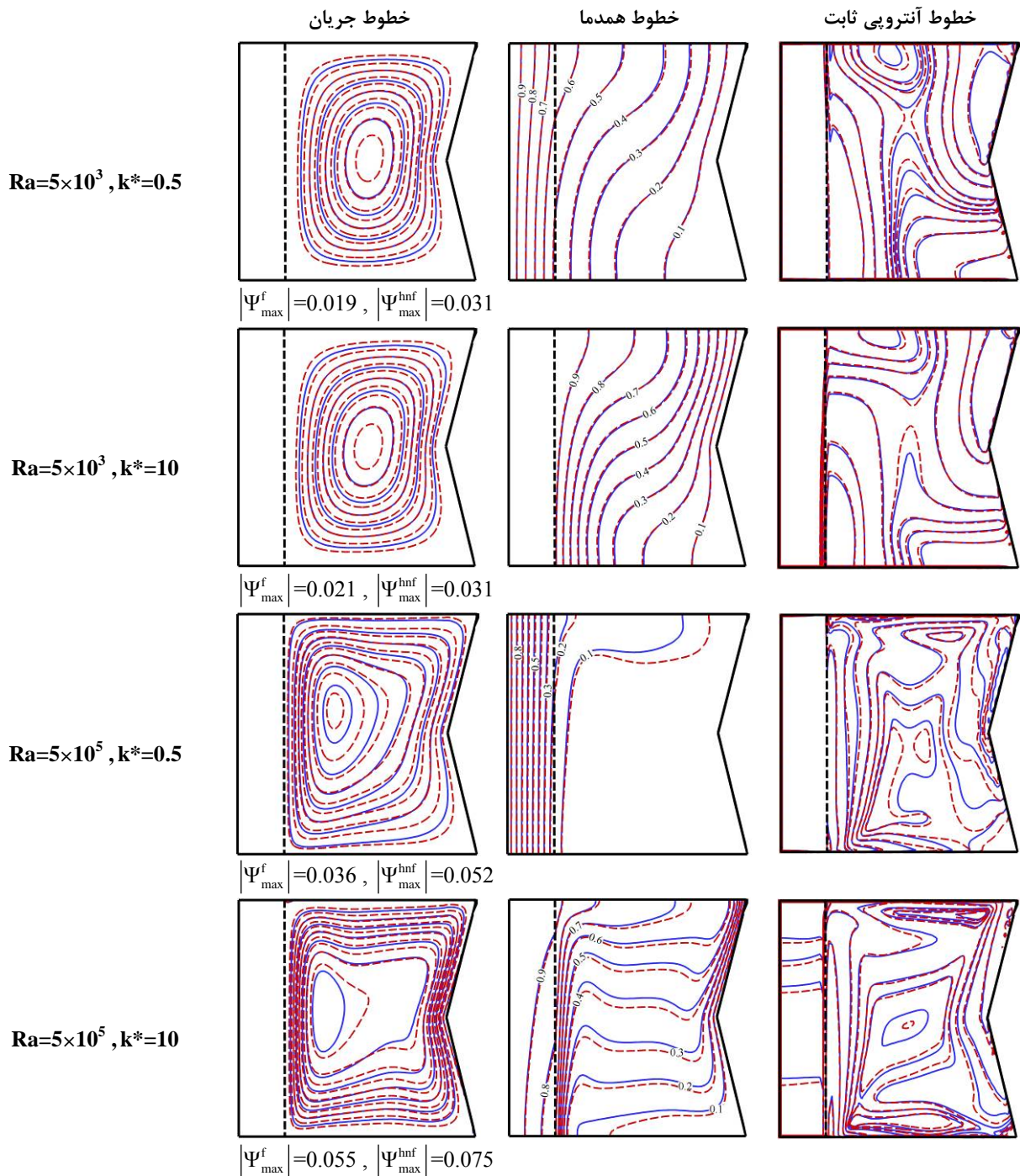
	S			Be		
	$\phi=0.0$	$\phi=0.02$	$\phi=0.04$	$\phi=0.0$	$\phi=0.02$	$\phi=0.04$
q=-5	37.241	37.855	39.255	0.45	0.51	0.58
q=0	41.955	42.625	44.153	0.49	0.55	0.65
q=+5	69.335	71.215	73.315	0.77	0.82	0.85

یکسان است ولی در عدد رایلی 5×10^5 تراکم خطوط در مجاورت دیواره‌های افقی مشاهده می‌شود که نشان از بیشتر بودن آنتروپی تولید شده دارد. زیرا در این حالت انتقال حرارت و اصطکاک سیال بیشترین است. عدد ناسلت متوسط به ازای تغییرات کسر حجمی نانوذره و نسبت ضریب هدایت حرارتی برای دو مقدار عدد رایلی در شکل ۹ نشان داده شده است. در عدد رایلی پایین‌تر به دلیل اینکه اثرات جابه‌جایی ضعیف است، اثر افزودن نانوذرات به سیال پایه در افزایش عدد ناسلت متوسط بیشتر است. هر اندازه نسبت هدایت حرارتی پایین‌تر باشد، اثر افزایش کسر حجمی نانوذرات بیشتر است. در عدد رایلی 5×10^5 و نسبت ضریب هدایت حرارتی ۱۰، افزودن نانوذرات اثر عکس دارد، یعنی منجر به کاهش عدد ناسلت متوسط می‌شود. شکل ۱۰ تأثیر همزمان عدد رایلی و عدد هارتمن را بر خطوط آنتروپی ثابت نشان می‌دهد. همانطور که دیده می‌شود افزایش عدد هارتمن بر شکل خطوط در عدد رایلی کوچک-

افزایش درصد نانوذرات نیز سبب افزایش مقدار آنتروپی تولیدی می‌شود. بیشترین مقدار عدد بجان که بیان‌گر میزان آنتروپی تولید شده ناشی از انتقال حرارت به آنتروپی تولیدی کل است، در حالت تولید گرما مشاهده می‌شود. شکل ۸ خطوط جریان، خطوط همدمای و خطوط آنتروپی ثابت را به ازای تغییرات عدد رایلی، نسبت هدایت حرارتی و کسر حجمی نانوذرات نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود با افزایش عدد رایلی به دلیل بیشتر شدن نیروهای شناوری، قدرت جریان شکل گرفته درون محفظه افزایش می‌یابد. افزودن نانوذرات به سیال پایه منجر به افزایش قدرت جریان شده که این تأثیر برای عدد رایلی پایین‌تر بارزتر است. تابعیت خطوط همدمای به طور همزمان از X و Y در $k^* = 10$ برای هر دو مقدار عدد رایلی مشاهده می‌شود. خطوط همدمای افقی در عدد رایلی بزرگتر نشان از غالب بودن جابه‌جایی دارد. به ازای عدد رایلی 5×10^3 خطوط آنتروپی ثابت برای هر دو مقدار نسبت ضریب هدایت حرارتی تقریباً

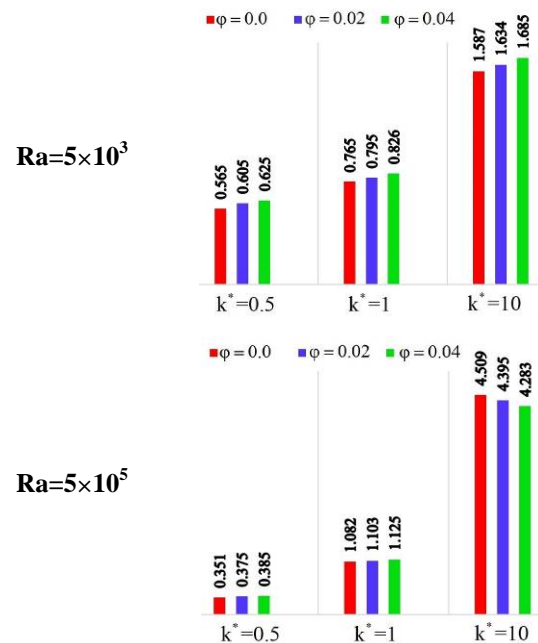
مشاهده است. بیشترین میزان برگشت ناپذیری در عدد رایلی بزرگتر در مجاورت دیواره افقی بالایی، جایی که گرادیان سرعت گرادیان دما بیشتر است، قابل مشاهده است.

تر تأثیر بسیار کمتری نسبت به عدد رایلی بزرگتر دارد. زیرا در عدد رایلی بالاتر چون اثرات نیروی شناوری قوی تر است، میدان مغناطیسی موثرتر است. همچنین بیشتر بودن آنتروپی در عدد رایلی بالاتر با توجه به تراکم خطوط قابل



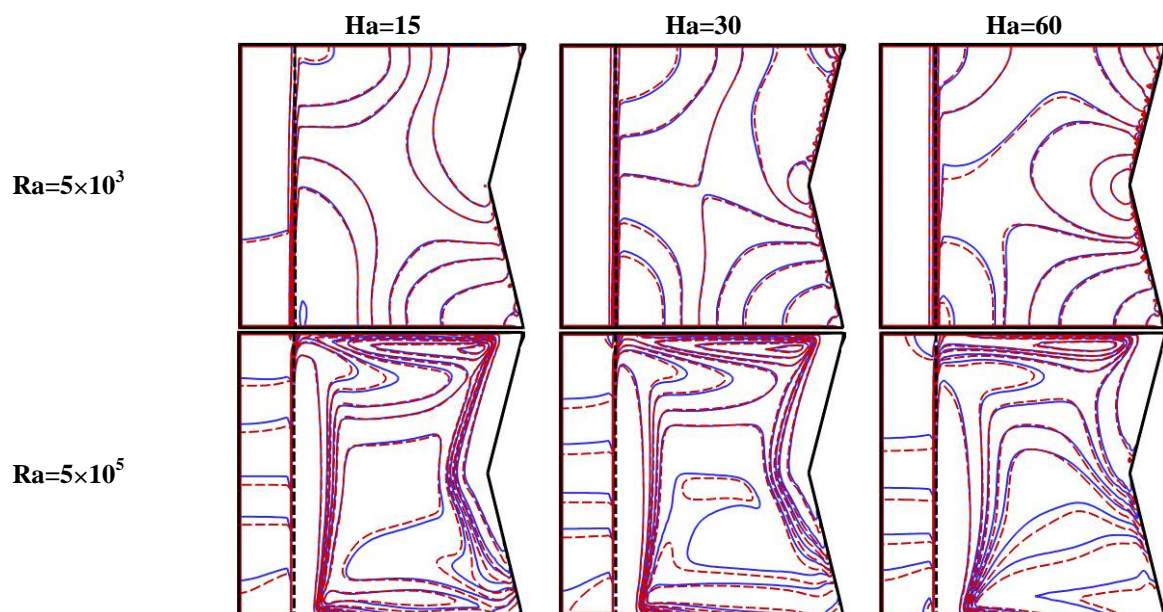
شکل (۸): خطوط جریان، خطوط همدمما و خطوط آنتروپی ثابت به ازای مقادیر مختلف عدد رایلی و نسبت ضریب هدایت حرارتی در غیاب میدان مغناطیسی و $\lambda=0.125, q=0$ خطوط پیوسته ($\varphi=0.0$) و خطوط ناپیوسته ($\varphi=0.04$)

تأثیر برای عدد رایلی بزرگتر، بیشتر است. به عنوان نمونه افزایش عدد هارتمن از صفر به ۶۰ سبب کاهش حدود ۱۵ درصدی و ۷ درصدی به ترتیب برای عدد رایلی بزرگتر و کوچکتر می‌شود. در یک عدد هارتمن ثابت، افزایش عدد رایلی به دلیل افزایش اثرات جابه‌جایی و غلبه بر هدایت منجر به افزایش عدد ناسلت می‌شود. افزایش کسر حجمی نانوذرات نیز به دلیل افزایش ضریب هدایت حرارتی منجر به افزایش عدد ناسلت متوسط شده که این اثر در عدد رایلی کوچکتر و در عدد هارتمن ۶۰ بارزتر است. با توجه به جدول ۷ دیده می‌شود که افزایش عدد رایلی منجر به افزایش مقدار آنتروپی می‌شود. زیرا علاوه بر افزایش میزان انتقال حرارت، اصطکاک لایه‌های سیال نیز افزایش می‌یابد که منجر به افزایش آنتروپی تولید شده ناشی از اصطکاک می‌شود. همچنین با افزایش عدد رایلی عدد بجان کاهش می‌یابد. با افزایش عدد هارتمن شاید این تصور ایجاد شود که طبق رابطه (۹) منجر به افزایش مقدار آنتروپی می‌شود ولی باید توجه داشت که افزایش قدرت میدان مغناطیسی سبب کاهش سرعت جریان می‌شود. عدد بجان با افزایش عدد هارتمن افزایش می‌یابد و این به دلیل کاهش اصطکاک سیال با کاهش گرادیان سرعت است. اثر افزایش عدد هارتمن در کاهش مقدار آنتروپی برای عدد رایلی بزرگتر، مشهودتر است. افزایش عدد هارتمن از صفر به ۶۰ منجر به

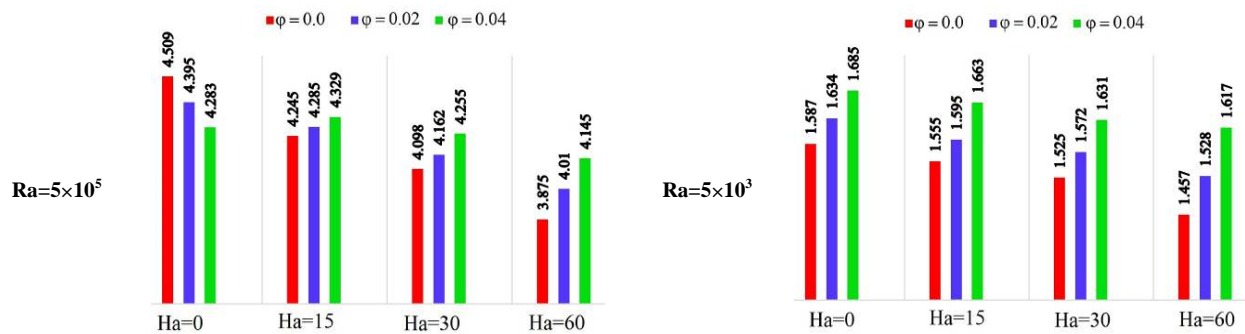


شکل (۹): عدد ناسلت متوسط به ازای مقادیر مختلف کسر حجمی نانوذرات، نسبت ضریب هدایت حرارتی و عدد رایلی در غیاب میدان مغناطیسی، $\lambda=0.125$ و $q=0$

عدد ناسلت متوسط به ازای تغییرات عدد رایلی، عدد هارتمن و کسر حجمی نانوذرات در شکل ۱۱ ارائه شده است. مشاهده می‌شود که عدد ناسلت متوسط در هر دو مقدار عدد رایلی با افزایش عدد هارتمن کاهش می‌یابد اما این



شکل (۱۰): خطوط آنتروپی ثابت به ازای مقادیر مختلف عدد رایلی و عدد هارتمن در TMFA1، $\lambda=0.125$ ، $q=0$ ، $k^*=10$ ، خطوط پیوسته ($\phi=0.0$) و خطوط ناپیوسته ($\phi=0.04$)



شکل (۱۱): عدد ناسلت متوسط به ازای مقادیر مختلف کسر حجمی نانوذرات و عدد هارتمن در $\lambda=0.125$ ، $TMFA1$ ، $q=0$ و $\lambda=0.125$

جدول (۷): آنتروپی کل و عدد بجان به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن و عدد رایلی

در $k^*=10$ ، $q=0$ ، $TMFA1$ ، $\phi=0.04$ ، $\lambda=0.125$

	S				Be			
	Ha=0	Ha=15	Ha=30	Ha=60	Ha=0	Ha=15	Ha=30	Ha=60
$Ra=5 \times 10^3$	23.805	23.565	22.853	22.495	0.85	0.89	0.91	0.94
$Ra=5 \times 10^5$	47.685	46.254	45.295	40.5255	0.71	0.74	0.78	0.81

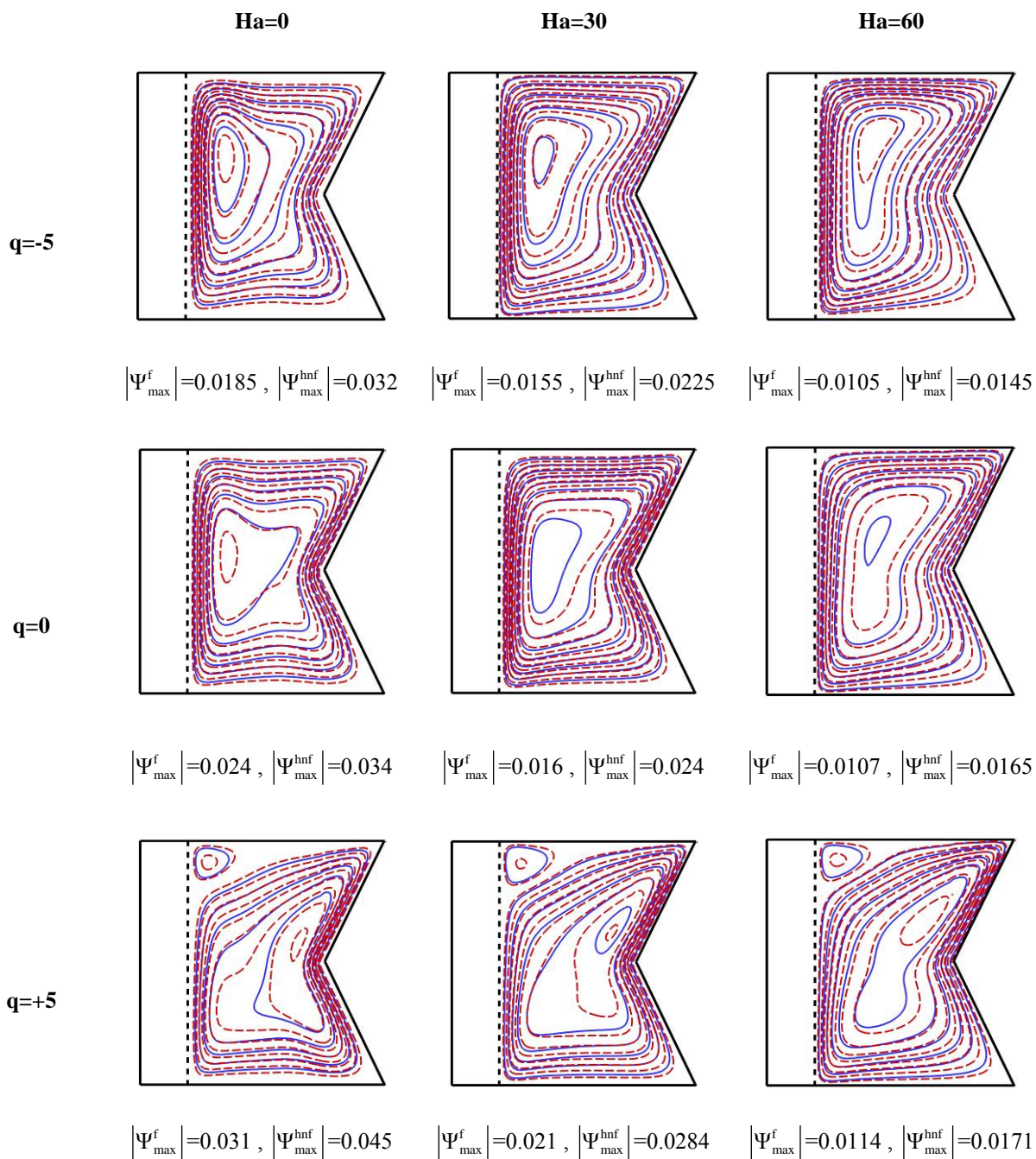
با افزایش ضریب جذب/تولید گرما افزایش می‌یابد. بیشترین مقدار برگشت ناپذیری‌ها در مجاورت دیواره‌های افقی و دیواره مورب سرد بالایی مشاهده می‌شود. در جدول ۸ عدد ناسلت متوسط، مقدار آنتروپی تولید شده کل و عدد بجان به ازای تغییرات عدد هارتمن و ضریب جذب/تولید گرما برای کسر حجمی 0.04 ارائه شده است. مشاهده می‌شود که در تمامی مقادیر ضریب جذب/تولید گرما، افزایش عدد هارتمن منجر به کاهش عدد ناسلت متوسط می‌شود که این اثر برای حالت تولید گرما بیشتر است. به عنوان نمونه افزایش عدد هارتمن از صفر به 60 سبب کاهش در حدود 35 ، 31 و 51 درصدی عدد ناسلت متوسط به ترتیب برای $q=-5$ ، $q=0$ و $q=+5$ می‌شود. میزان آنتروپی تولید شده، رفتاری مشابه با عدد ناسلت متوسط دارد.

همچنین مشاهده می‌شود که عدد بجان با افزایش عدد هارتمن، افزایش می‌یابد. اثر نوع اعمال میدان مغناطیسی بر

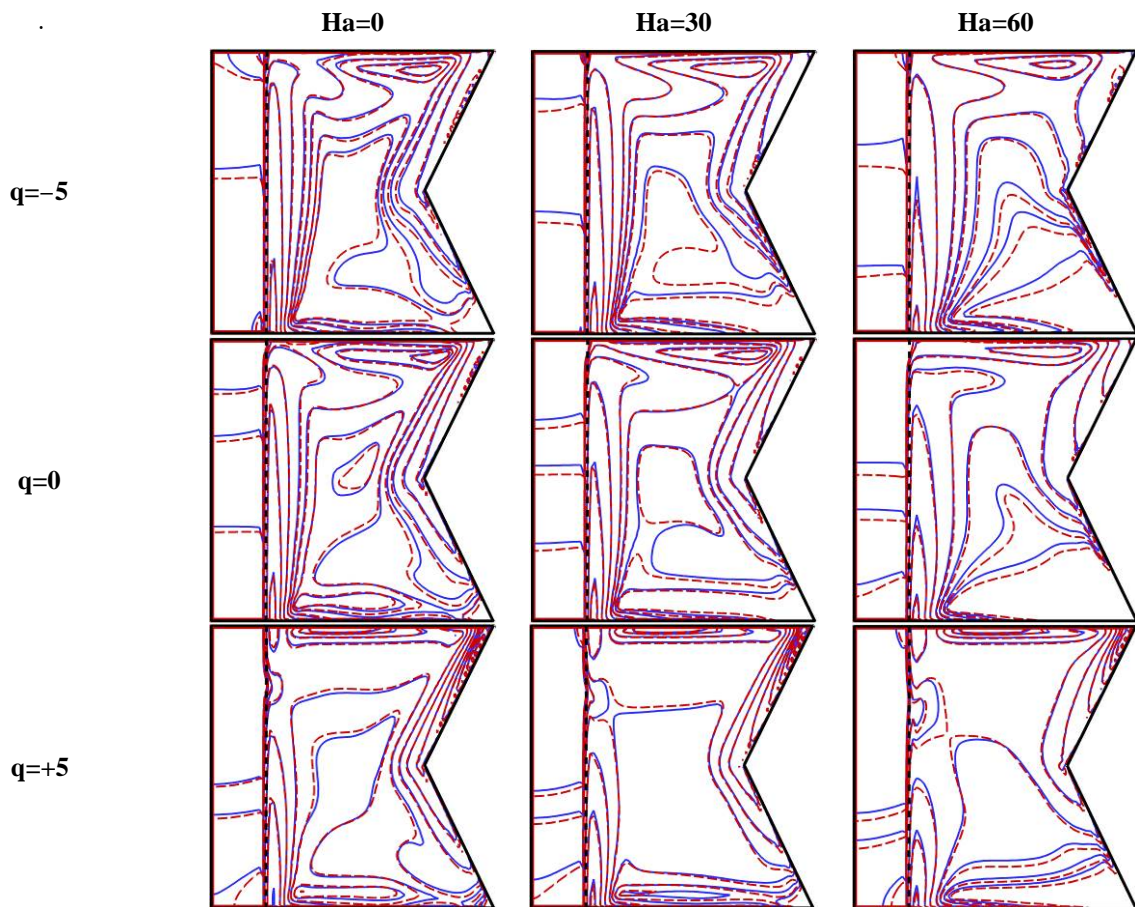
کاهش حدود 15 درصدی و 6 درصدی آنتروپی به ترتیب برای عدد رایلی بزرگتر و کوچکتر می‌شود. شکل ۱۲ خطوط جریان و شکل ۱۳ خطوط آنتروپی ثابت را به ازای تغییرات عدد هارتمن و ضریب جذب/تولید گرما نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۱۲ مشاهده می‌شود که مرکز گردابه‌های شکل گرفته با افزایش عدد هارتمن به سمت بالا و سمت راست محفظه متمایل می‌شود. زیرا طبق رابطه (۳) نیروی لورنز از پایین به بالا و خلاف جهت نیروی گرانش بر محفظه اعمال می‌شود. در حالت تولید گرما، علاوه بر گردابه اصلی، گردابه‌ای پادساعتگرد با قدرت کمتر در قسمت بالایی و چپ محفظه شروع به شکل‌گیری می‌کند که منجر به کم شدن قدرت گردابه اصلی می‌شود. افزایش ضریب با توجه شکل ۱۳، افزایش عدد هارتمن منجر به کاهش گردادیان خطوط در مجاورت دیواره‌ها و انحنای خطوط شده که نشان از کم شدن آنتروپی تولید شده دارد. همچنین تراکم خطوط

باعث می‌شود که تابعیت خطوط از y کمتر شود و خطوط تمایل به قرارگیری به موازات دیواره عمودی داشته باشند

خطوط همدمما در شکل ۱۴ نشان داده شده است. در تمامی موارد دیده می‌شود که افزایش قدرت میدان مغناطیسی



شکل (۱۲): خطوط جریان به ازای مقادیر مختلف ضریب جذب/تولید گرما و عدد هارتمن در TMFA1، $\lambda=0.25$ ، $Ra = 5 \times 10^5$ ، $k^* = 10$ ، خطوط پیوسته ($\varphi=0.0$) و خطوط ناپیوسته ($\varphi=0.04$)

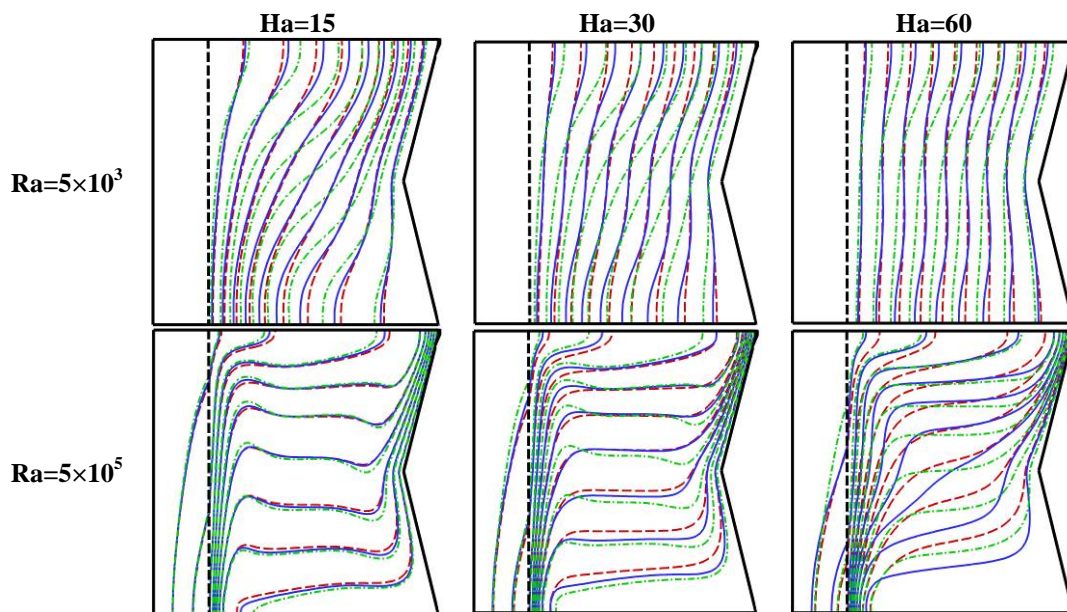


شکل (۱۳): خطوط آنتروپی ثابت به ازای مقادیر مختلف ضریب جذب/تولید گرما و عدد هارتمن در TMFA1، $\lambda=0.25$ ، $k^* = 10$ ، $Ra = 5 \times 10^5$ و خطوط ناپیوسته ($\varphi=0.0$) و خطوط ناپیوسته ($\varphi=0.04$)

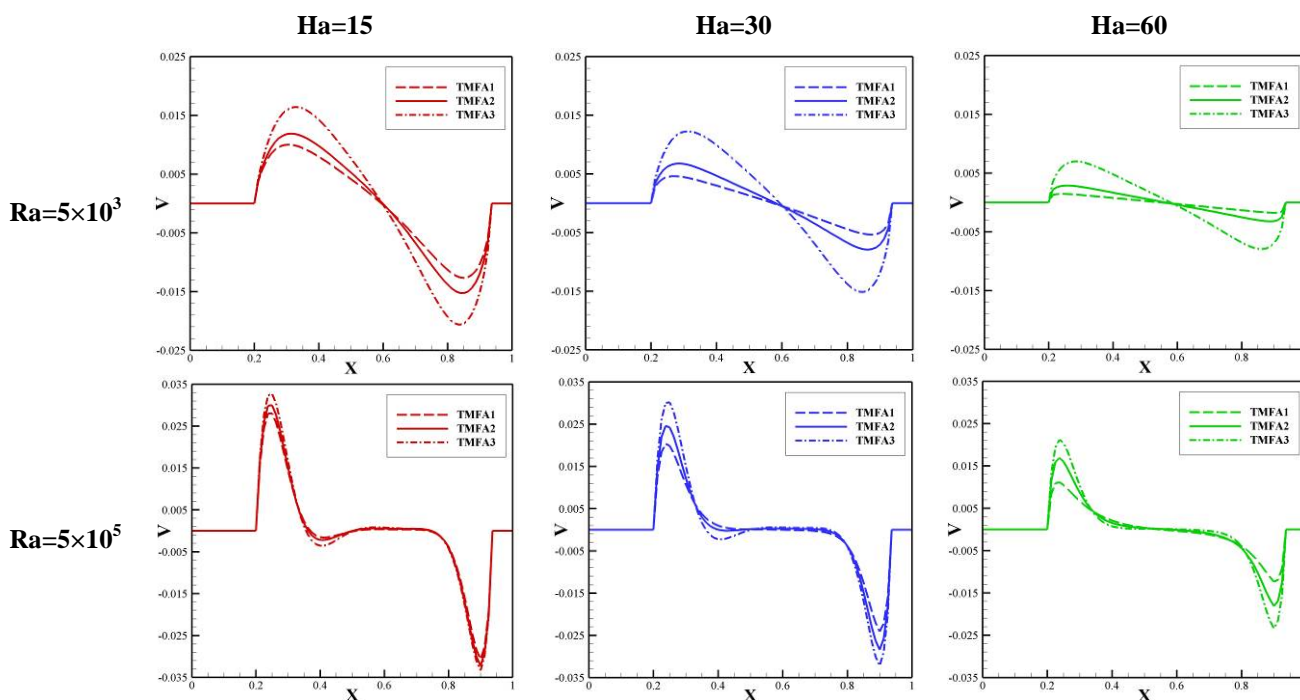
جدول (۸): عدد ناسلت متوسط، آنتروپی کل و عدد بجان به ازای مقادیر مختلف ضریب جذب/تولید گرما و عدد هارتمن در

TMFA1، $\lambda=0.25$ ، $k^* = 10$ ، $Ra = 5 \times 10^5$ و $\varphi=0.04$

		Ha=0	Ha=15	Ha=30	Ha=60
q=-5	Nu	5.583	5.248	4.935	4.185
	S	39.255	36.615	34.051	30.995
	Be	0.75	0.78	0.81	0.85
q=0	Nu	3.966	3.648	3.319	2.735
	S	44.153	40.185	36.975	33.275
	Be	0.81	0.83	0.87	0.91
q=+5	Nu	1.991	1.792	1.482	0.995
	S	73.315	65.985	58.515	42.075
	Be	0.85	0.88	0.94	0.94



شکل (۱۴): خطوط همدمای به ازای مقادیر مختلف عدد رایلی و عدد هارتمن در $\lambda=0.125$, $q=0$, $k^*=10$ و $\varphi=0.04$ خطوط ناپیوسته (TMFA2)، خط نقطه (TMFA3) و خطوط ناپیوسته (TMFA1)



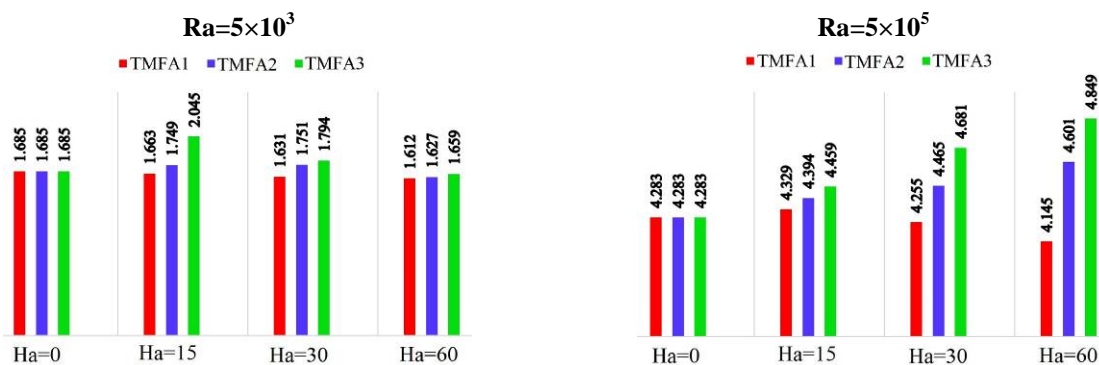
شکل (۱۵): تغییرات سرعت عمودی به ازای مقادیر مختلف عدد رایلی و عدد هارتمن در $\lambda=0.125$, $q=0$ و $k^*=10$ و $\varphi=0.04$ خطوط ناپیوسته (TMFA2)، خط نقطه (TMFA3) و خطوط ناپیوسته (TMFA1)

به صورت غیر یکنواخت سبب می شود متوسط نیروی لورنز که در جهت عمودی اعمال می شود، کمتر شده و گرادینان خطوط در مجاورت دیواره جامد افزایش یابد. در عدد رایلی بزرگتر، بر خلاف عدد رایلی کوچکتر، تفاوت نوع اعمال

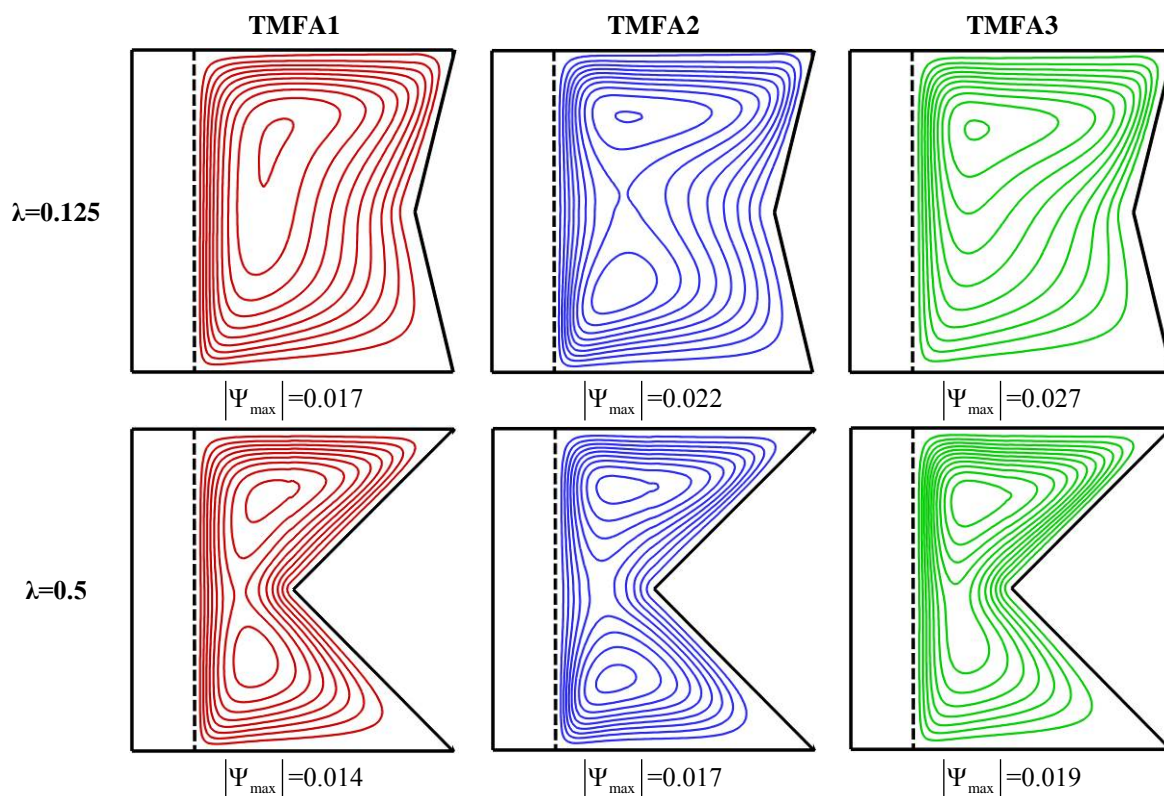
اعمال میدان مغناطیسی به صورت غیر یکنواخت در عدد رایلی کوچکتر سبب اعوجاج خطوط همدمای می شود که این تأثیر در عدد هارتمن ۱۵ مشهودتر است و این اثر با افزایش عدد هارتمن کمتر می شود. زیرا اعمال میدان مغناطیسی

۰/۱۲۵ تا ۰/۵ سبب کاهش حدود ۱۸ درصدی بیشینه مقدار خطوط جریان می‌شود. بیشترین مقدار قدرت جریان در هر دو نسبت ابعاد برای TMFA3 دیده می‌شود. زیرا در این حالت کمترین مقدار نیروی لورنز به محفظه اعمال می‌شود. همچنین اثر تغییر نوع اعمال میدان مغناطیسی با افزایش نسبت ابعاد، کاهش می‌یابد. به عنوان نمونه تغییر نوع اعمال میدان مغناطیسی از TMFA3 به TMFA1 به ترتیب سبب کاهش ۶۰ و ۳۵ درصدی قدرت جریان برای نسبت ابعاد ۰/۱۲۵ و ۰/۵ می‌شود. طبق شکل ۱۸، با اعمال غیر یکنواخت میدان مغناطیسی لایه مرزی حرارتی کاهش می‌یابد که این تأثیر برای TMFA3 مشهودتر است. همچنین دیده می‌شود که با توجه به شکل دیواره در نسبت ابعاد ۰/۵، تأثیر غیر یکنواخت اعمال میدان مغناطیسی بر روی خطوط همدمما کمتر از دو مورد دیگر است. بر طبق شکل ۱۹ دیده می‌شود که کاهش نسبت ابعاد محفظه منجر به افزایش عدد ناسلت متوسط می‌شود. زیرا کاهش نسبت ابعاد منجر به بیشتر شدن فضای حرکتی نانوسیال برای تبادل حرارت شده و اثرات جابه‌جایی بیشتر می‌شود. با کاهش نسبت ابعاد، اثر نوع و قدرت اعمال میدان مغناطیسی مشهودتر است. به عنوان نمونه افزایش عدد هارتمن از صفر تا ۶۰، سبب کاهش حدود ۳۰، ۲۵ و ۲۲ درصدی عدد ناسلت متوسط به ترتیب برای نسبت ابعاد ۰/۱۲۵، ۰/۲۵ و ۰/۵ می‌شود. همچنین در عدد هارتمن ۶۰، اعمال میدان مغناطیسی به صورت TMFA3 در قیاس با اعمال یکنواخت، منجر به افزایش ۱۷، ۱۲ و ۸ درصدی عدد ناسلت متوسط به ترتیب برای نسبت ابعاد ۰/۱۲۵، ۰/۲۵ و ۰/۵ می‌شود.

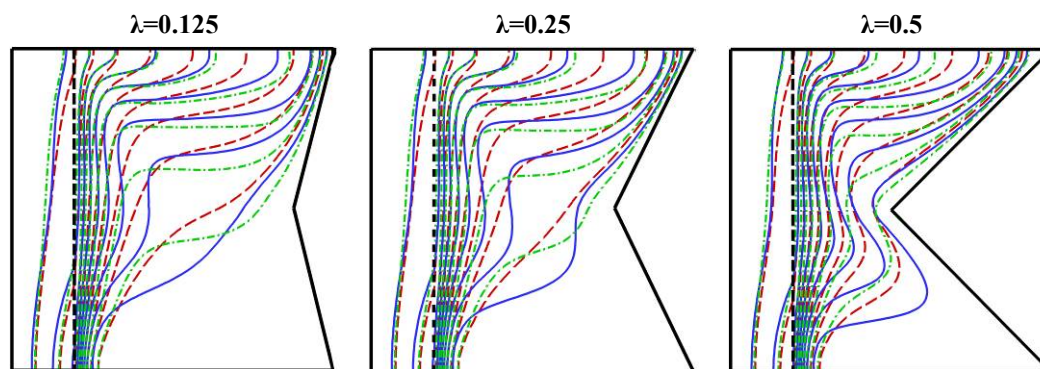
میدان مغناطیسی با افزایش عدد هارتمن مشهودتر است. زیرا در عدد رایلی پایین به دلیل اینکه اثرات جابه‌جایی کمتر است، میزان تأثیری که میدان مغناطیسی در کم کردن اثرات جابه‌جایی دارد، برای عدد رایلی بزرگتر، کمتر خواهد بود. شکل ۱۵ تغییرات سرعت عمودی را به ازای تغییرات نوع اعمال میدان مغناطیسی و عدد هارتمن نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که افزایش عدد هارتمن منجر به کاهش سرعت نانوسیال درون محفظه شده که این اثر برای عدد رایلی بزرگتر، بیشتر است. کاهش سرعت سبب کاهش قدرت جریان شکل گرفته درون محفظه می‌شود. با اعمال میدان مغناطیسی به صورت غیر یکنواخت و به خصوص به صورت TMFA3، می‌توان کاهش سرعت کمتری داشت. نکته حائز اهمیت که در شکل ۱۶ دیده می‌شود این است که غیر یکنواخت اعمال کردن میدان مغناطیسی در مقایسه با اعمال یکنواخت، منجر به افزایش عدد ناسلت متوسط می‌شود. در عدد رایلی کوچکتر این اثر در عدد هارتمن ۱۵ مشهودتر و برای عدد هارتمن ۶۰ این اثر ناچیز است. بر عکس، در عدد رایلی بزرگتر، اثر تغییر نوع اعمال میدان مغناطیسی با افزایش عدد هارتمن بارزتر می‌شود. به عنوان نمونه در عدد رایلی بزرگتر و عدد هارتمن ۶۰، اعمال میدان مغناطیسی به صورت TMFA2 و TMFA3 در مقایسه با حالت یکنواخت به ترتیب در حدود ۱۱ و ۱۷ درصد، عدد ناسلت متوسط بیشتر است. شکل ۱۷ خطوط جریان را به ازای تغییرات نوع اعمال میدان مغناطیسی برای دو نسبت ابعاد ۰/۱۲۵ و ۰/۵ نشان می‌دهد. قدرت جریان با افزایش نسبت ابعاد کاهش می‌یابد. زیرا فضای حرکتی نانوسیال محدودتر شده و از سرعت جریان کاسته می‌شود. افزایش نسبت ابعاد از



شکل (۱۶): عدد ناسلت متوسط به ازای مقادیر مختلف عدد رایلی و عدد هارتمن در $\lambda=0.125$ ، $q=0$ و $k^*=10$ و $\phi=0.04$ خطوط پیوسته (TMFA2)، خط نقطه (TMFA3) و خطوط ناپیوسته (TMFA1)



شکل (۱۷): خطوط جریان به ازای مقادیر مختلف نسبت ابعاد محفظه و نوع اعمال میدان مغناطیسی در $Ha=60$, $q=-5$ ،
 $Ra = 5 \times 10^5$ و $\phi=0.04$ و $k^* = 10$



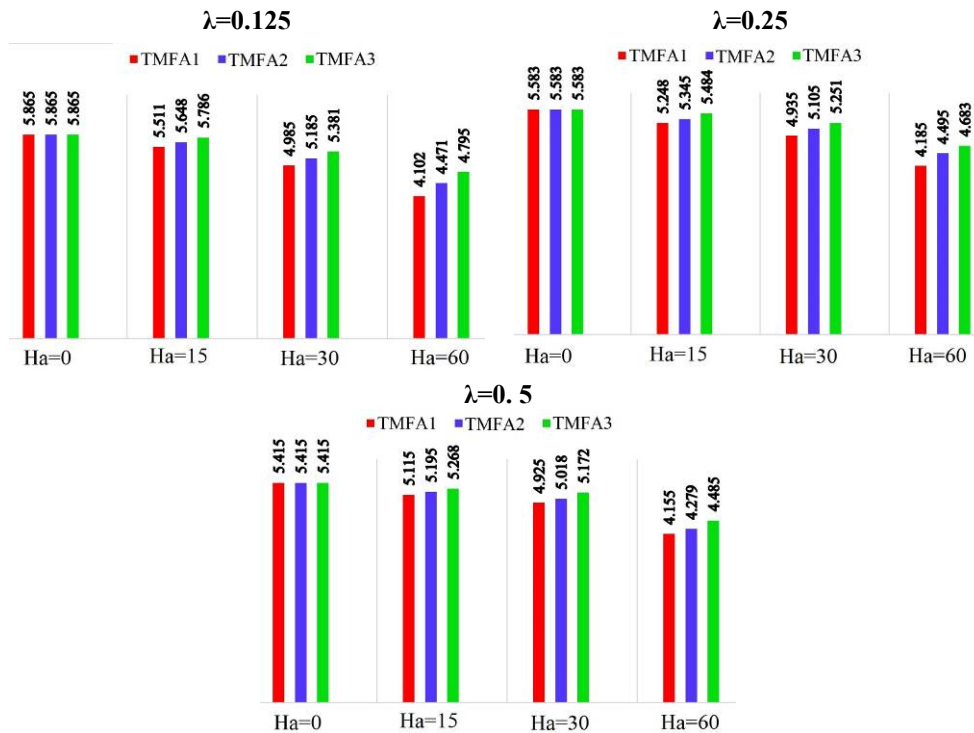
شکل (۱۸): خطوط همدمما به ازای مقادیر مختلف نسبت ابعاد محفظه در $Ha=60$, $q=-5$ ، $k^* = 10$ و $\phi=0.04$
و خطوط پیوسته (TMFA2)، خط نقطه (TMFA3) و خطوط ناپیوسته (TMFA1)

میزان انتقال حرارت می‌شود. در عدد رایلی 5×10^5 ، افزایش کسر حجمی نانوذرات از صفر به 0.4% سبب افزایش $5/8$ و 11% درصدی برای نسبت ابعاد 0.125 ، 0.25 و 0.5 می‌شود. در حالی که این تأثیر برای عدد رایلی 5×10^3 به ترتیب در حدود $7/5$ ، 13 و 20% درصد است. همچنین افزایش عدد ناسلت متوسط با کاهش نسبت ابعاد محفظه برای عدد رایلی بزرگتر مشهودتر است. با توجه به جدول ۱۰،

در جدول ۹ اثر نسبت ابعاد محفظه بر عدد ناسلت متوسط با توجه به تغییرات کسر حجمی نانوذرات و عدد رایلی ارائه شده است. نکته حائز اهمیت، تأثیر بیشتر افزودن نانوذرات در افزایش عدد ناسلت متوسط در نسبت ابعاد 0.5 است. زیرا در این حالت به دلیل کم بودن قدرت جریان و کم بودن اثرات جابه‌جایی، افزایش ضریب هدایت حرارتی نانوسیال با افزایش کسر حجمی نانوذرات منجر به افزایش

نسبت ابعاد ۰/۵ بیشترین مقدار عدد بجان مشاهده می‌شود که نشان می‌دهد بیشترین سهم در آنتروپی تولید کل را انتقال حرارت دارد.

آنتروپی کل با افزایش نسبت ابعاد محفظه کاهش می‌یابد و درصد این اثر برای عدد رایلی بزرگتر، بیشتر است. عدد بجان هم تابعی از نسبت ابعاد محفظه است به طوری که در



شکل (۱۹): عدد ناسلت متوسط به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن، نوع اعمال میدان مغناطیسی و نسبت ابعاد محفظه در $q=-5$ ، $\varphi=0.04$ و $Ra = 5 \times 10^5$ ، $k^* = 10$

جدول (۹): عدد ناسلت متوسط به ازای مقادیر مختلف کسر حجمی نانوذرات، نسبت ابعاد محفظه

و عدد رایلی در TMFA1، $k^* = 10$ و $Ha=15$ و $q=-5$

Ra	λ	$\varphi=0.0$	$\varphi=0.02$	$\varphi=0.04$
5×10^3	0.125	2.521	2.596	2.711
	0.25	2.361	2.388	2.683
	0.5	2.165	2.328	2.643
5×10^5	0.125	5.235	5.339	5.511
	0.25	4.828	4.995	5.248
	0.5	4.629	4.861	5.115

جدول (۱۰): آنتروپی کل و عدد بجان به ازای مقادیر مختلف کسر حجمی نانوذرات، نسبت ابعاد محفظه

در TMFA1، $k^* = 10$ و $Ha=15$ ، $Ra = 5 \times 10^5$ و $q=-5$

	λ	$\varphi=0.0$	$\varphi=0.02$	$\varphi=0.04$
S	0.125	40.125	41.135	42.915
	0.25	36.705	38.945	40.555
	0.5	34.105	36.155	39.055
Be	0.125	0.61	0.66	0.69
	0.25	0.64	0.67	0.72
	0.5	0.68	0.73	0.77

۸- جمع بندی

است و در این شرایط می‌توان با اعمال و افزایش قدرت میدان مغناطیسی به عدد ناسلت متوسط کمتری دست یافت. مقدار آنتروپی تولید شده با افزایش ضریب جذب/تولید گرما همواره افزایش می‌یابد.

◀ مقدار آنتروپی تولید شده با افزایش عدد رایلی و کاهش نسبت ابعاد محفظه و عدد هارتمن همواره افزایش می‌یابد.

◀ در تمامی موارد مورد بررسی به جز در حالت جذب حرارت و عدم حضور جذب/تولید گرما و در در غیاب میدان مغناطیسی، عدد بجان بزرگتر از ۰/۵ بوده که نشان می‌دهد سهم انتقال حرارت از تولید آنتروپی نسبت به اصطکاک سیال و میدان مغناطیسی بیشتر است. بیشترین میزان بازگشت‌ناپذیری‌ها در مجاورت دیواره افقی بالایی و دیواره مورب بالایی محفظه مشاهده شد. در دو مورد استثنا ذکر شده، به جهت بالا بودن اثرات جابه‌جایی، آنتروپی ناشی از اصطکاک سیال بیشترین سهم را در آنتروپی در کل دارد.

مطالعه حاضر، تحلیل جامعی پیرامون انتقال حرارت و تولید آنتروپی در حضور پارامترهای مؤثری چون میدان مغناطیسی و جذب/تولید گرما نانوسیال ارائه داد و نشان دادن همواره با افزودن نانوذرات به سیال پایه نمی‌توان انتقال حرارت را افزایش داد. این بررسی که بر مبنای قوانین اول و دوم ترمودینامیک صورت گرفت، می‌تواند در طراحی بهینه تجهیزات انتقال حرارت مفید واقع شود. ”

۹- مراجع

1. Ferhi, M., Djebali, R., Al-Kouz, W., Abboudi, S., and Chamkha, A.J. "MHD Conjugate Heat Transfer and Entropy Generation Analysis of MWCNT/Water Nanofluid In A Partially Heated Divided Medium", Heat Transfer., Vol. 50, No. 1, pp. 126-144. 2021
2. Ghalambaz, M., Doostani, A., Izadpanahi, E., and Chamkha, A.J. "Conjugate natural Convection Flow of Ag-Mgo/Water Hybrid Nanofluid in a Square Cavity", Journal of Thermal Analysis and Calorimetry, Vol. 139, No. 3, pp. 2321-2336, 2020.
3. Borah, A. and Pati, S. "Influence of Non-Uniform Asymmetric Heating on Conjugate Heat Transfer in a Rectangular Minichannel Using Nanofluid by Two-Phase Eulerian-Lagrangian Method", Powder Technology, Vol. 1, No. 381, pp. 164-180, 2021.

در مطالعه عددی حاضر، میزان آنتروپی تولید شده درون محفظه K شکل ناشی از انتقال حرارت دوگانه نانوسیال ترکیبی (آب-مس/آلومینا) تحت اثر میدان مغناطیسی یکنواخت و غیر یکنواخت و در حضور جذب/تولید گرما به روش شبکه بولتزنم مورد بررسی قرار گرفت. برای حل میدان‌های دما و جریان به طور همزمان مدل شبکه D_2Q_9 مورد استفاده قرار گرفت. اثر متغیرهایی چون عدد رایلی، نسبت ضریب هدایت حرارتی، کسر حجمی نانوذرات، عدد هارتمن، نوع اعمال میدان مغناطیسی، نسبت ابعاد محفظه و ضریب جذب/تولید گرما بر مشخصات جریان و انتقال حرارت ارزیابی شد. خلاصه نتایج حاصل شده عبارتند از:

◀ همواره نمی‌توان انتظار داشت که با افزودن نانوذرات ترکیبی به سیال پایه میزان انتقال حرارت افزایش یابد بلکه با توجه به متغیرهای دیگر مثل عدد رایلی، اثر افزودن نانوذرات تغییر می‌کند. در تمامی موارد افزایش درصد نانوذرات موجب افزایش آنتروپی تولیدی می‌شود.

◀ بر خلاف مواردی که اثرات جابه‌جایی قدرتمند است، در حالاتی که هدایت پدیده غالب انتقال حرارت باشد، افزودن نانوذرات سبب افزایش عدد ناسلت متوسط می‌شود.

◀ افزایش نسبت ابعاد محفظه علی‌رغم اینکه موجب کاهش قدرت جریان، عدد ناسلت متوسط و آنتروپی می‌شود ولی اثربخشی افزودن نانوذرات به سیال پایه در افزایش عدد ناسلت متوسط را افزایش می‌دهد.

◀ افزایش عدد هارتمن در تمامی حالات منجر به کاهش عدد ناسلت متوسط می‌شود که این تأثیر در عدد رایلی بزرگتر، مشهودتر است. با اعمال میدان مغناطیسی به صورت غیر یکنواخت می‌توان به جریان با قدرت‌های بیشتری دست یافت و به عدد ناسلت بزرگتری رسید.

◀ توزیع دما و ضخامت لایه مرزی حرارتی به شدت وابسته به نسبت ضریب حرارتی جامد-نانوسیال است. افزایش نسبت هدایت حرارتی عدد ناسلت متوسط بیشتری را منجر می‌شود ولی در این حالت افزودن نانوذرات بر مقدار انتقال حرارت، اثر عکس دارد.

◀ در مواردی که تولید گرما وجود دارد، به دلیل افزایش دمای مجموعه، عدد ناسلت متوسط کمتر از بقیه حالات

- No. 4, pp. 51-62, 2020.
14. Tayyab, M., Zhao, S., Feng, Y., and Boivin, P. "Hybrid Regularized Lattice-Boltzmann Modelling of Premixed and Non-Premixed Combustion Processes", *Combustion and Flame*, Vol. 211, pp. 173-184, 2020.
 15. Krüger, T., Kusumaatmaja, H., Kuzmin, A., Shardt, O., Silva, G., and Viggen, EM. "The Lattice Boltzmann Method", Springer International Publishing, Vol. 10, No. (978-3), pp. 4-15, 2017.
 16. Rezaie, M. and Maghrebi, MJ. "Numerical Investigation of Conjugate Natural Convection Heat Transfer in Porous Enclosure with Lattice Boltzmann Method", *Journal of Solid and Fluid Mechanics*, Vol. 5, No. 2, pp. 217-31, 2015.
 17. Fu, C., Rahmani, A., Suksatan, W., Alizadeh, SM., Zarringhalam, M., Chupradit, S., and Toghraie, D. "Comprehensive Investigations of Mixed Convection of Fe-Ethylene-Glycol Nanofluid Inside an Enclosure with Different Obstacles Using Lattice Boltzmann Method", *Scientific Reports*, Vol. 11, No. 1, pp. 1-6, 2021.
 18. Marzougui, S., Mebarek-Oudina, F., Assia, A., Magherbi, M., Shah, Z., and Ramesh, K. "Entropy Generation on Magneto-Convective Flow of Copper-Water Nanofluid in a Cavity With Chamfers", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 143, No. 3, pp. 2203-2214, 2021.
 19. Hashim, I., Alsabery, AI., Sheremet, MA., and Chamkha, AJ. "Numerical Investigation of Natural Convection of Al₂O₃-Water Nanofluid in a Wavy Cavity with Conductive Inner Block Using Buongiorno's Two-Phase Model", *Advanced Powder Technology*, Vol. 30, No. 2, pp. 399-414, 2019.
 20. Ali, HM., Azhar, MD., Saleem, M., Saeed, QS., and Saieed, A. "Heat Transfer Enhancement of Car Radiator Using Aqua Based Magnesium Oxide Nanofluids", *Thermal Science*, Vol. 19, No. 6, pp. 2039-2048, 2015.
 21. Ali, HM., Ali, H., Liaquat, H., Maqsood, HT., and Nadir, MA. "Experimental Investigation of Convective Heat Transfer Augmentation for Car Radiator Using Zn-Water Nanofluids", *Energy*, Vol. 84, pp. 317-324, 2015.
 22. Asadi, A., Alarifi, IM., Nguyen, HM., and Moayedi, H. "Feasibility of Least-Square Support Vector Machine in Predicting the Effects of Shear Rate on the Rheological Properties and Pumping Power of MWCNT-
 4. Ferguson, JC., Sobhani, S., and Ihme, M. "Pore-Resolved Simulations of Porous Media Combustion with Conjugate Heat Transfer", *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 38, No. 2, pp. 2127-2134, 2021.
 5. Yang, LM., Shu, C., Yang, WM., and Wu, J. "Simulation of Conjugate Heat Transfer Problems by Lattice Boltzmann Flux Solver", *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. 1, No. 137, pp. 895-907, 2019.
 6. Hosseini, SA., Darabiha, N., and Thévenin, D. "Lattice Boltzmann Advection-Diffusion Model for Conjugate Heat Transfer in Heterogeneous Media", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 1, No. 132, pp. 906-19, 2019.
 7. Datta, A., Sharma, V., Sanyal, D., and Das, P.A "Conjugate Heat Transfer Analysis of Performance for Rectangular Microchannel with Trapezoidal Cavities and Ribs", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 1, No. 138, pp. 425-46, 2019.
 8. Chiappini, D., Festuccia, A., and Bella, G. "Coupled Lattice Boltzmann Finite Volume Method for Conjugate Heat Transfer in Porous Media", *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, Vol. 73, No. 5, pp. 291-306, 2018.
 9. Ismael, MA., Armaghani, T., and Chamkha, AJ. "Conjugate Heat Transfer and Entropy Generation in a Cavity Filled with a Nanofluid-Saturated Porous Media and Heated by a Triangular Solid", *Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers*, Vol. 1, No. 59, pp. 138-151, 2016.
 10. Rostami, J., Abbassi, A., and Saffar-Avval, M. "Optimization of Conjugate Heat Transfer in Wavy Walls Microchannels", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 5, No. 82, pp. 318-28, 2015.
 11. Frapolli, N., Chikatamarla, S., and Karlin, I. "Theory, Analysis, and Applications of the Entropic Lattice Boltzmann Model for Compressible Flows", *Entropy*, Vol. 22, No. 3, p. 370, 2020.
 12. Lei, T., Wang, Z., and Luo, KH. "Study of Pore-Scale Coke Combustion in Porous Media Using Lattice Boltzmann Method", *Combustion and Flame*, Vol. 1, No. 225, pp. 104-119, 2021.
 13. Nemati, M., Jahangiri, R., and Khalilian, M. "Analysis of Heat Transfer in the Cavity with Different Shapes Filled Nanofluid in the Presence of Magnetic Field with Heat Generation/Absorption Using LBM", *Journal of Mechanical Engineering and Vibration*, Vol. 10,

- Iranian Journal of Chemistry and Chemical Engineering (IJCCE), Vol. 38, No. 5, pp. 209-220, 2019.
31. Nicodemus, JH., Smith, JH., and Goldstein, H. "Numerical Simulations of Storage-Side Natural Convection to an Immersed Coiled Heat Exchanger with Baffle-Shrouds", *Solar Energy*, Vol. 182, pp. 304-315, 2019.
 32. Nemati, M. and Sefid, M. "Using Multiple Relaxation Time Lattice Boltzmann Method to Simulate Power-Law Fluids MHD Natural Convection in Cavity with Lozenge Barrier", *Fluid Mechanics & Aerodynamics Journal*, Vol. 10, No. 1, pp. 17-35, 2021.
 33. Aghakhani, S., Pordanjani, AH., Karimipour, A., Abdollahi, A., and Afrand, M. "Numerical Investigation of Heat Transfer in a Power-Law Non-Newtonian Fluid in a C-Shaped Cavity With Magnetic Field Effect Using Finite Difference Lattice Boltzmann Method", *Computers & Fluids*, Vol. 176, pp. 51-67, 2018.
 34. Dogonchi, AS., Sadeghi, MS., Ghodrati, M., Chamkha, AJ., Elmasry, Y., Alsulami, R. "Natural Convection and Entropy Generation of a Nanoliquid in a Crown Wavy Cavity: Effect Of Thermo-Physical Parameters and Cavity Shape", *Case Studies in Thermal Engineering*, Vol. 27, pp. 101208, 2021.
 35. Almeshaal, MA., Kalidasan, K., Askri, F., Velkenedy, R., Alsagri, AS., and Kolsi, L. "Three-Dimensional Analysis on Natural Convection Inside a T-Shaped Cavity with Water-Based CNT-Aluminum Oxide Hybrid Nanofluid", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 139, No. 3, pp. 2089-2098, 2020.
 36. Izadi, M., Mohebbi, R., Karimi, D., and Sheremet, MA. "Numerical Simulation of Natural Convection Heat Transfer Inside A \perp Shaped Cavity Filled by a MWCNT-Fe₃O₄/Water Hybrid Nanofluids Using LBM", *Chemical Engineering and Processing-Process Intensification*, Vol. 125, pp. 56-66, 2018.
 37. Hartmann, J. and Lazarus, F. "Theory of the Laminar Flow of an Electrically Conductive Liquid in a Homogeneous Magnetic Field", *Mathematisk Fysiske Meddelelser*, Vol. 15, No. 6, pp. 1-28, 1937.
 38. Dogonchi, AS., Tayebi, T., Chamkha, AJ., and Ganji, DD. "Natural Convection Analysis in a Square Enclosure with a Wavy Circular Heater Under Magnetic Field and Nanoparticles", *Mgo/Oil Hybrid Nanofluid Based on Experimental Data*", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 143, No. 2, pp. 1439-1454, 2021.
 23. Asadi, A., Bakhtiyari AN., and Alarifi, IM. "Predictability Evaluation of Support Vector Regression Methods for Thermophysical Properties, Heat Transfer Performance, and Pumping Power Estimation Of MWCNT/Zno-Engine Oil Hybrid Nanofluid", *Engineering with Computers*, Vol. 37, No. 4, pp. 3813-3823, 2021.
 24. Shojaeefard, MH., Jourabian, M., and Rabienataj Darzi, AA. "Interactions Between Hybrid Nanosized Particles and Convection Melting Inside an Enclosure with Partially Active Walls: 2D Lattice Boltzmann-Based Numerical Investigation", *Heat Transfer*, Vol. 50, No. 5, pp. 4908-4036, 2021.
 25. Waini, I., Ishak, A., and Pop, I. "Unsteady Flow and Heat Transfer Past a Stretching/Shrinking Sheet in a Hybrid Nanofluid", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 136, pp. 288-297, 2019.
 26. Talebi, MH., Kalantar, V., Nazari, MR., and Kargarsharifabad, H. "Experimental Investigation of the Forced Convective Heat Transfer of Hybrid Cu/Fe₃O₄ Nanofluids", *Journal of Solid and Fluid Mechanics*, Vol. 8, No. 4, pp. 229-238.
 27. Tayebi, T. and Chamkha, AJ. "Free Convection Enhancement in an Annulus Between Horizontal Confocal Elliptical Cylinders Using Hybrid Nanofluids", *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, Vol. 70, No. 10, pp. 1141-1156.
 28. Esfe, MH., Arani, AA., Rezaie, M., Yan, WM., and Karimipour, A. "Experimental Determination of Thermal Conductivity and Dynamic Viscosity of Ag-Mgo/Water Hybrid Nanofluid", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 66, pp. 189-195, 2015.
 29. Ghalambaz, M., Mehryan, SA., Alsabery, AI., Hajjar, A., Izadi, M., and Chamkha, A. "Controlling the Natural Convection Flow Through a Flexible Baffle in an L-Shaped Enclosure", *Meccanica*, Vol. 55, No. 8, pp. 1561-84, 2020.
 30. Karimdoost Yasuri, A., Izadi, M., and Hatami, H. "Numerical Study of Natural Convection in a Square Enclosure Filled by Nanofluid with a Baffle in the Presence of Magnetic Field",

46. Alkanhal, TA., Sheikholeslami, M., Arabkoohsar, A., Haq, RU., Shafee, A., Li, Z., and Thili, I. "Simulation of Convection Heat Transfer of Magnetic Nanoparticles Including Entropy Generation Using CVFEM", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 136, pp. 146-156, 2019.
47. Bhowmick, D., Randive, PR., Pati, S., Agrawal, H., Kumar, A., and Kumar, P. "Natural Convection Heat Transfer and Entropy Generation from a Heated Cylinder of Different Geometry in an Enclosure with Non-Uniform Temperature Distribution on the Walls", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 141, No. 2, pp. 839-857, 2020.
48. Mondal, P. and Mahapatra, TR. "Minimization of Entropy Generation Due to MHD Double Diffusive Mixed Convection in a Lid Driven Trapezoidal Cavity with Various Aspect Ratios", *Nonlinear Analysis: Modelling and Control*, Vol. 25, No. 4, pp. 545-63, 2020.
49. Tayebi, T. and Chamkha, AJ. "Entropy Generation Analysis Due to MHD Natural Convection Flow in a Cavity Occupied with Hybrid Nanofluid and Equipped with a Conducting Hollow Cylinder", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 139, No. 3, pp. 2165-2179, 2020.
50. Dehghan, M., Daneshpour, M. and Valipour, MS. "Nanofluids and Converging Flow Passages: a Synergetic Conjugate-Heat-Transfer Enhancement of Micro Heat Sinks", *International Communications in Heat and Mass Transfer*. Vol. 97, pp. 72-77, 2018.
51. Mansour, MA., Siddiq, S., Gorla, RS., and Rashad, AM. "Effects of Heat Source and Sink on Entropy Generation And MHD Natural Convection of Al₂O₃-Cu/Water Hybrid Nanofluid Filled with Square Porous Cavity", *Thermal Science and Engineering Progress*, Vol. 6, pp. 57-71, 2018.
52. Tantri, F., Fauzi, U., and Latief, FD. "Lid-Driven Cavity For Mantle Convection Modelling Using Lattice Boltzmann Method", *Indonesian Journal of Physics*, Vol. 32, No. 1, pp. 5-11, 2021.
53. Krüger, T., Kusumaatmaja, H., Kuzmin, A., Shardt, O., Silva, G., and Viggien, EM. "The Lattice Boltzmann Method", *Springer International Publishing*, Vol. 10, No's (978-3), pp. 4-15, 2017.
- Journal of Thermal Analysis and Calorimetry, Vol. 139, No. 1, pp. 661-71, 2020.
39. Erdem, M. and Varol, Y. "Numerical Investigation of Heat Transfer and Flow Characteristics of MHD Nano-Fluid Forced Convection in a Pipe", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 139, No. 6, pp. 3897-3909, 2020.
40. Amine, BM., Redouane, F., Mourad, L., Jamshed, W., Eid, MR., and Al-Kouz, W. "Magnetohydrodynamics Natural Convection of a Triangular Cavity Involving Ag-Mgo/Water Hybrid Nanofluid and Provided with Rotating Circular Barrier and a Quarter Circular Porous Medium at its Right-Angled Corner", *Arabian Journal for Science and Engineering*, Vol. 46, No. 12, pp. 12573-12597, 2021.
41. Nemati, M., Mohamadzade, H., Sefid, M. "Investigation the Effect of Direction of Wall Movement on Mixed Convection in Porous Enclosure with Heat Absorption/Generation and Magnetic Field", *Fluid Mechanics & Aerodynamics Journal*, Vol. 9, No. 1, pp. 99-115, 2020.
42. Reddy, PS. and Sreedevi, P. "Entropy Generation and Heat Transfer Analysis of Magnetic Hybrid Nanofluid Inside a Square Cavity with Thermal Radiation", *The European Physical Journal Plus*, Vol. 136, No. 1, pp. 1-33, 2021.
43. Goudarzi, S., Shekaramiz, M., Omidvar, A., Golab, E., Karimipour, A., and Karimipour, A. "Nanoparticles Migration Due to Thermophoresis and Brownian Motion and its Impact on Ag-Mgo/Water Hybrid Nanofluid Natural Convection", *Powder Technology*, Vol. 375, pp. 493-503, 2020.
44. Al-Rashed, AA., Kalidasan, K., Kolsi, L., Velkennedy, R., Aydi, A., Hussein, AK., and Malekshah, EH. "Mixed Convection and Entropy Generation in a Nanofluid Filled Cubical Open Cavity with a Central Isothermal Block", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 135, pp. 362-375, 2018.
45. Alnaqi, AA., Aghakhani, S., Pordanjani, AH., Bakhtiari, R., Asadi, A., and Tran, MD. "Effects of Magnetic Field on the Convective Heat Transfer Rate and Entropy Generation of a Nanofluid in an Inclined Square Cavity Equipped with a Conductor Fin: Considering the Radiation Effect", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 133, pp. 256-67, 2019.

57. Ilis, GG., Mobedi, M., and Sunden, B. "Effect of Aspect Ratio on Entropy Generation in a Rectangular Cavity with Differentially Heated Vertical Walls", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, No. 6, pp. 696-703, 2008.
58. Ali, IR., Alsabery, AI., Bakar, NA., and Roslan, R. "Mixed Convection in a Double Lid-Driven Cavity Filled with Hybrid Nanofluid by Using Finite Volume Method", *Symmetry*, Vol. 12, No. 12, p. 1977, 2020.
54. Tayyab, M., Zhao, S., Feng, Y., and Boivin, P. "Hybrid Regularized Lattice-Boltzmann Modelling of Premixed and Non-Premixed Combustion Processes", *Combustion and Flame*, Vol. 211, pp. 173-84, 2020.
55. Abas, A., Ishak, MH., Abdullah, MZ., Ani, FC., and Khor, SF. "Lattice Boltzmann Method Study of Bga Bump Arrangements on Void Formation", *Microelectronics Reliability*, Vol. 56, pp. 170-181, 2016.
56. Lu, JH., Lei, HY., and Dai, CS. "A Simple Difference Method for Lattice Boltzmann Algorithm to Simulate Conjugate Heat Transfer", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 114, pp. 268-76, 2017.