



علمی- پژوهشی

تحليل عددى و مطالعه عوامل مؤثر بر رفتار هيدروديناميك بسترسيال حبابي

گاز-جامد با رفتار دانهای ذرات

حميدرضا نظيف^٢*

رضا کر ہمی احمدی ا

دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران (دریافت: ۱۴۰۰/۱۱/۱۵، بازنگری: ۱۴۰۱/۰۳/۲۶، پذیرش: ۱۴۰۱/۰۴/۲۸، انتشار: ۱۴۰۱/۰۶/۱۱) DOR: <u>https://dorl.net/dor/20.1001.1.23223278.1401.11.1.8.0</u>

چکیدہ

در سالهای اخیر رآکتورهای بسترسیال به دلیل خصوصیاتی چون توزیع دمای یکنواخت، اختلاط مناسب فازها و نرخ انتقال حرارت بالا بسیار موردتوجه قرار گرفتهاند. نرخ انتقال حرارت بالا در بسترسیال به عوامل هیدرودینامیکی بستر وابسته است. ازاینرو در این پژوهش، اثرات تغییر اندازه قطر ذرات، تغییر سرعت هوای ورودی و تغییر مدل پسا بر روی عملکرد ذرات گروه گلدارت B در بسترسیال حبابی به وسیله مطالعه توزیع متوسط زمانی سرعت محوری ذرات و توزیع متوسط زمانی کسر حجمی ذرات در بسترسیال بررسی شده است. در این تحقیق، از رویکرد جریان دوفازی اویلرین و تئوری انرژی جنبشی دانهای استفاده شده است. ذرات با قطرهای (۲۰۰، ۵۷۰، ۵۷۰، ۵۷۰، ۲۰) در نظر گرفته شده است. در نتیجه این مطالعه، با افزایش اندازه قطر ذرات جامد از ۲۰۰ تا ۲۰۰ متوسط سرعت ذرات جامد در حوالی هسته بستر حدود ۴۵ درصد کاهش می بابد. با افزایش اندازه قطر ذرات از ۲۰۰ تا ۲۰۰، ۲۰ متوسط سرعت ذرات جامد در حوالی هسته بستر کاهش می بابد. با افزایش اندازه قطر ذرات از ۲۰۰ تا ۲۰۰، ۲۰ درصد تجمع ذرات جامد در کف بستر افزایش می بابد. با افزایش اندازه قطر ذرات، دمای دانهای نیز به طور تقریبی افزایش می بابد. همچنین سه مدل مختلف پسا موردمطالعه قرار گرفته است. مدل پسا شملال - آبراین کمترین سرعت رو به پایین (سرعت منفی) در نزدیکی دیوارها و کمترین سرعت رو به بالا (سرعت مثبت) را در حوالی هسته بستر سایر مدل های پسا پیشبینی می کند. همچنین مدل پسا شملال - آبراین بیشترین متوسط کسر حجمی ذرات جامد را نسبت به سایر مدل های پسا پیشبینی می کند. در ادامه، اثر تغییر سرعت هوای ورودی بررسی گردید. درنتیجه این مطالعه، با افزایش سرعت از ۲۵۵۰ به ۲۵۸۷،

واژههای کلیدی: بسترسیال حبابی، جریان دوفازی، اویلرین، هیدرودینامیک، مدل پسا، قطر ذرات جامد، سرعت هوای ورودی

Numerical Analysis and Study of Factors Affecting the Hydrodynamic Behavior of a Gas-Solid Bubbling Fluidized Bed with Particle Granular Behavior Karimi Ahmadi, R. Nazif, H. R.

Imam Khomeini International University, Qazvin, Iran (Received:2022/02/04, Revised: 2022/06/16, Accepted: 2022/07/19, Published: 2022/08/23)

ABSTRACT

In recent years, fluidized bed reactors have attracted much attention due to a number of features such as uniform temperature distribution, proper mixing phases, and high heat transfer rates. The high heat transfer rate in the fluidized bed depends on the hydrodynamic factors of the bubbling bed. Therefore, in this study, the effects of particle diameter variations, the inlet air velocity change, and the drag model alteration on the performance of Geldart Group B particles in a bubbling fluidized bed are examined by studying the mean axial velocity distribution of particles and the mean volume fraction distribution of particles in the bubbling fluidized bed. Thus, the Eulerian multiphase flow approach and the kinetic theory of granular flow are employed in this study. In this regard, particles with the diameters of 500 μ m, 530 μ m, 570 μ m, and 600 μ m are considered. As can be seen in the results, increasing the diameter of solid particles from 500 μ m to 600 μ m decreases the average velocity of the solid particles around the bed core by approximately 45% and increases the accumulation of solid particles in the branch by 14%. Moreover, as the particle diameters increase, an approximate increase in the granular temperature is

۱ - کارشناسی ارشد: rezakarimi0000@yahoo.com

۲- دانشيار (نويسنده پاسخگو): nazif@eng.ikiu.ac.ir

This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license.

Publisher: Imam Hussein University

C Authors



witnessed. In addition, three different drag models have been studied in this paper. Compared to other drag models, the Syamlal-O'Brien model predicts the lowest downward velocity (negative velocity) near the walls, the lowest upward velocity (positive velocity) near the bed core, and the highest average volume fraction of solid particles. Furthermore, this study has investigated the effect of change in the inlet air velocity. As can be seen in the result of this study, increasing the velocity from 0.550 m/s to 0.587 m/s increases the average velocity of particles around the bed core by approximately 40%.

Keywords: Bubbling Fluidized Bed, Eulerian, Two-phase flow, Hydrodynamic, Drag model, Diameter of solid particles, Air inlet velocity

فهرست علائم و اختصارات

ضريب C_D ضريب d قطر ذ d وغريب e	ضریب پسا قط ذات m
d قطر ذ e ضريب	m units lie
e ضريب E نيا	
. : 	ضريب برخورد
Γ کيرو،	نيرو، N
،جاذبه، $ec{g}$	جاذبه، N/kg
تابع تو $g_{\scriptscriptstyle 0}$	تابع توزيع شعاعي
تانسور \overline{I}	تانسور تنش واحد
<i>K</i> ضريب	ضريب مبادله ممنتم بين فازها
ضريب $k_{ heta} abla heta$	ضریب انتشار، kg/m.s
P فشار،	فشار، Pa
عدد ر	عدد رينولدز
ب سرعت	سرعت، m/s
سرعت $V_{r,s}$	سرعت نهایی ذرات جامد، m/s
علائم	علائم يونانى
α کسر	کسر حجمی
اضمح $\gamma heta$	اضمحلال انرژی ناشی از برخورد ذرات، j
دمای $ heta$	دمای دانهای، m²/s²
λ لزجت	لزجت تودهای، kg/m.s
لزجت. μ	لزجت، kg/m.s
چگالی $ ho$	چگالی، kg/m ³
تانسور $= $	تانسور تنش، Pa
مبادله $arphi_{gs}$	مبادله انرژی بین دو فاز گاز و جامد
زيرنو	زيرنويس
coll برخوره	برخورد
g گاز	گاز
kin جنبش	جنبشى
s جامد	جامد
ت تانسور ر مبادله <i>\$</i> ز یرنو. زر دوره زر گاز kir	تانسور تنش، Pa مبادله انرژی بین دو فاز گاز و جامد زیرنویس برخورد گاز جنبشی

۱– مقدمه

سیستم های بسترسیال گاز-جامد در بسیاری از صنایع، مانند صنایع شیمیایی، نفت، متالوژی، داروسازی، پتروشیمی، کشاورزی، تولید برق، احتراق و تولید گاز و خشک کردن ذرات مورداستفاده قرار می گیرند. در کنار تحقیقات آزمایشگاهی بسیاری که در مورد بسترسیال انجام شده است، شبیه سازی عددی یک ابزار قدرتمند و مفید برای بررسی رفتار جریان گاز-جامد بسترسیال حبابی

مے باشد. یکے از روش ہای عددی، دینامیک سیالات محاسباتی می باشد. دینامیک سیالات محاسباتی به حل معادلات حاکم بر جریان سیال که به شکل معادلات مشتق جزئی میاشد میپردازد. دو رویکرد رایج در زمینه شبيه سازي بسترسيال حبابي، رويكرد اويلر –اويلري و اويلر – لاگرانژی ً می باشد. در رویکرد اویلر ⊣ویلری هر دو فاز گاز و جامد، پیوسته در نظر گرفته می شوند و به طور پیوسته در هم نفوذ می کنند. در ایـن رویکـرد، معـادلات بقـای جـرم و ممنتم به طور جداگانه برای هر فاز حل مے شوند ولے در رویکرد اویلر -لاگرانژی فاز گاز بهعنوان فاز پیوسته و فاز جامد بهعنوان فاز گسسته در نظر گرفته می شوند. در رویکرد اویلر اویلری برای بیان تنشهای عمودی و مماسی، فشار جامد"، تنش برشے ؓ و لزجـت ذرات جامـد از تئـوری انرژی جنبشی دانهای^۵ استفاده میشود؛ بنابراین ترکیب رویکرد اویلر اویلری و انرژی جنبشی دانهای برای بیان رفتار هید,ودینامیک جریان بسترسیال بسیار مناسب می باشد. در ادامه، به یژوهش های آزمایشگاهی و محاسباتی در زمینه بسترسیال حبابی پرداخته می شود. واتچم و همکاران [۱] با استفاده از تئوری انرژی جنبشی دانه ای ذرات، به بررسی اثر تغییر سرعت هوای ورودی بر روی خواص دینامیکی بسترسیال گاز-جامد پرداختند. نتایج مدل سازی آن ها با نتايج آزمايشگاهي همخواني داشت؛ همچنين بهجت و همکاران [۲] در پژوهش دیگری به بررسی اثر سرعت هوای ورودی به بستر بر روی دمای ذرات جامد در بسترسیال پرداختند. مارمو و همکاران [۳] به بررسی اثر تنش اصطکاکی میان ذرات جامد بر روی رفتار دینامیکی بسترسیال-جامد گاز پرداختند. آنها در ایـن پـژوهش سـه مدل تنش اصطكاكي جانسون و جكسون، شملال ابراين ^۷ و سریواستاوا را بر روی اندازه قطر حباب های بستر با نتایج آزمایشگاهی گیداسیاو^ مقایسه کردند. مشاهده شـد کـه در این پژوهش مدل تنش اصطکاکی سریواستاوا از تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی گیداسیاو برخوردار است.

¹ Euler-Euler

² Euler-Lagrange

³ Solid Pressure

⁴ Shear Stress

⁵ Kinetic Theory of Granular Flow

⁶ Friction Stress

⁷ Syamlal-Obrien

⁸ Gidaspow

در بسترسیال حبابی گاز - جامد انجام شده است. لیندبورگ و همکاران [۹] در پژوهشی، به بررسی مـدل آشـفتگی کـا-اپسیلون بر روی ذرات گروه گلدارت A در بسترسیال گاز-جامد پرداختند. در نتیجه این پژوهش مشاهده شد که بین رژیم جریان آرام و آشفته اختلافی مشاهده نمی شود. بنیاهیا و همکاران [۱۰] در پژوهشی، به بررسی اثر جریان آشفته بر روی رفتار هیدرودینامیک بسترسیال گاز-جامد یرداختند. گاو و همکاران [۱۱] در پژوهشی، به بررسی انواع مدل های رژیم جریان آشفتگی بر روی توزیع متوسط زمانی کسر حجمی و سرعت محوری ذرات در بسترسیال گاز-جامد يرداختند. آن ها دريافتند مدل آشفته كا⊣يسيلون آر⊣ن-جی⁵ در مقایسه با سایر مدلهای آشفتگی از تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی برخوردار است. لوها و همکاران [۴] همچنین به بررسی و مقایسه رژیم جریان آشفته و آرام بر روى نتايج پرداختند. نتايج پژوهش نشان داد كه تغيير رژيم از جریان آرام به جریان آشفته تأثیر اندکی بر روی نتایج دارد. خزری و همکاران [۱۲] در مطالعهای به بررسی انواع مدلهای رژیم جریان آشفته بر روی هیدرودینامیک رآکتور گازی ساز بسترسیال حبابی پرداختند. این پژوهش نشان داد که مدل آشفتگی کا ایسیلون آر ان جی از تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی برخوردار است. همچنین مشاهده شد که الگوی توزیع افت فشار در بستر در رژیم جریان آشفته متفاوت از رژیم جریان آرام است. همچنین وارگسه و واكامالا [۷] در تحقیقی به بررسی انواع مدل های آشفتگی بر روی رفتار هیدرودینامیک بسترسیال حبابی سهبعدی يرداختند. نتايج نشان داد كه انتخاب رژيم جريان آشفته کا-اپسیلون به همراه مدل پسا کمینهسازی انرژی چند مقیاسی از تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی برخوردار است. همچنین بسیاری از پژوهش هایی که در زمینه مطالعه بسترسیال گاز-جامد انجام شدہ است به بررسی ضریب برخورد بین ذرات و ضریب برخورد بین ذرات و دیواره یرداختهاند. لوها و همکاران [۱۳] مطالعهای در جهت بررسے اثـر ضـریب برخـورد آیینـهای^۷ بـر روی رفتـار هیدرودینامیک بسترسیال گاز –جامد انجام دادنـد. آنهـا در این پژوهش شش ضریب برخورد آیینهای [^] را بر روی توزیع متوسط زمانی کسر حجمی و سرعت محوری ذرات در

⁶ K-e RNG

پژوهشهای بسیاری به بررسی و مقایسه مدلهای پسـا ٔ در بسترسیال حبابی گاز - جامد پرداختند. لوها و همکاران [۴] در پژوهشی، به بررسی و مقایسه چهار مدل پسا گیداسیاو، شملال⊣براین، کمینەسازی انرژی چندمقیاسی ٔ (ای⊣م−ام− اس) و مککین بر روی توزیع متوسط زمانی دمای دانهای و سرعت محوری ذرات جامد در بسترسیال گاز- جامد پرداختند. زینانی و همکاران [۵] پژوهشی در جهت بررسی اثر مدل یسا بر روی خواص سیالیت بسترسیال گاز - جامد انجام دادند. آن ها از این پژوهش دریافتند مدل پسا گیداسیاو و هیل-کوچ-لند^۳ در پیش بینی شکل حباب ها از اعتبار خوبی برخوردار می باشند. همچنین وانگ و همکاران [۶] در تحقیقی به مقایسه مدلهای پسا بر روی رفتار هیدرودینامیک بسترسیال حبابی سهبعدی پرداختند. در این پژوهش سه مدل پسا گیداسپاو، شـملال⊣بـراین و ون-یو ٔ بررسی شد. این پژوهش نشان داد که مدل پسا گیداسیاو به خوبی رفتار هیدرودینامیک بسترسیال را ییش بینی می کند. در تحقیق دیگری وارگسه و واکامالا [۷] به بررسی انواع مدلهای پسا بر روی رفتار هیـدرودینامیک بسترسیال حبابی سهبعدی پرداختند. آنها در این پـژوهش سه مدل یسا گیداسیاو، شملال-ابراین و کمینهسازی انـرژی چند مقیاسی (ای ام ام اس) را بررسی کردند. نصراصفهانی و همکاران [۸] در پژوهشی، به بررسی و مقایسه مـدلهـای پسا گیداسپاو، شملال-ابراین و ون-یو با استفاده از توزیع رنگی سرعت هوا و کسر حجمی ذرات جامد در زمانهای مختلف بهصورت لحظهای با نتایج آزمایشگاهی پرداختند. آنها در این پژوهش از ضرایب برخورد بین ذرات^۵ ۹/۹ و ۰/۹۹ استفاده نمودند. این پژوهش نشان داد که با افزایش ضریب برخورد، افزایش و بالا رفتن شدت و قدرت حبابها و انبساط بستر درون راکتور صورت گرفته است. همچنین مقایسه مدل های پسا مختلف نشان داد که برای ذرات از نوع گلدارت B، سیالیت بستر تابع ضعیفی از مدل به کاررفته برای پیش گویی پسا بوده و نتایج استفاده از مدل های متفاوت با یکدیگر تفاوت قابل ملاحظهای را نشان نمیدهد؛ همچنین یژوهشهایی در زمینه بررسی رژیم جریان آشفته

⁷ Specularity Coefficient

⁸ Specularity Coefficent

¹ Drag Models

² The Energy Minimization Multi-Scale

³ Hill-Koch-Land

⁴ Wen-Yu

⁵ Restitution Coefficent

بخشهای مختلف ناحیه سیالیت بهوضوح مشاهده می شود. همچنین اثر تغییر سرعت سیال ورودی، بالاتر از سرعت سیالیت حبابی بهویژه بر روی توزیع متوسط زمانی کسر حجمی و سرعت فاز جامد در بخشهای مختلف ناحیه بستر به تفصیل موردبحث قرار نگرفته است؛ بنابراین، هدف کار حاضر، بررسی اثرات اندازه قطر ذرات، سرعت هوای ورودی و مدلهای پسا بر روی عملکرد ذرات گروه گلدارت B در نواحى مختلف بسترسيال حبابي بهوسيله مطالعه توزيع متوسط زمانی سرعت محوری ذرات، کسر حجمی ذرات، دمای دانهای ذرات و توزیع رنگی کسر حجمی و سرعت ذرات در بسترسیال میباشد. برای بررسی اثر تغییر اندازه قطر ذرات بر روی رفتار هیـدرودینامیک بسترسـیال، چهـار ذره با قطرهـای (۵۰۰ μm، ۵۷۰ μm، ۵۰۰ μm) دره با در نظر گرفته شده است. همچنین در جهت مطالعه اثر سرعت هوای ورودی بر روی رفتار هیدرودینامیک بسترسیال، سه سرعت (۵۸۷ m/s، سکار، سرعت (۵۸۷ m/s، ۱/۵۸۷ m/s) ۰/۵۵۰ m/s) در نظر گرفته شده است. برای بررسی اثر مدل پسا بر روی رفتار هیدرودینامیک بسترسیال، سه مـدل پسـا (گیداسیاو، شملال-اُبراین و ون-یو) انتخاب شده است. برای انجام این پژوهش، معادلات حاکم بر رویکرد جریان دوفازی اویلرین به همراه تئوری انرژی جنبشی دانهای ذرات جامد در جریان هوای آرام با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی به روش حجم محدود حل شده است.

۲- مدلسازی بسترسیال حبابی گاز –جامد

طرحواره بسترسیال حبابی دوبعدی با عرض m ۱۵۵/۰ و ارتفاع m /۴ در شکل (۱–الف) نشان داده شده است. قطر ذرات جامدد (μm ،۵۰۰ μm ،۵۰۰ μm ،۵۰۰ و چگالی ذرات جامد ³ ۲۵۰۰ kg/m نتخاب شده است. ذرات جامد از نوع شن سیلیس و از گروه گلدارت B انتخاب شده است، به این دلیل که به محض اینکه سرعت گاز از سرعت حداقل سیالیت بیشتر شود این ذرات به راحتی دچار سیالیت شده و در بستر، حبابهای گازی تشکیل می شود. هوا به عنوان عامل سیال ساز از کف رآکتور با سرعت یکنواخت وارد بستر می شود. بسترسیال ابتدا تا ارتفاع m /۰ و با کسر حجمی ۴/۰ با ذرات جامد شن سیلیس پر شده است. ارتفاعات مختلف نسبت به کف بستر بررسی کردند. آنها در این پژوهش دریافتند، ضریب برخورد آیینهای برابر با یک از تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی برخوردار است. همچنین لوها و همکـاران [۱۴] در پـژوهش دیگـری بـه بررسـی اثـر ضریب برخورد بین ذرات پرداختند. آن ها در این پژوهش دریافتند، ضریب برخورد بین ذرات برابر با ۰/۹۵ و ۰/۹۹ از تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی برخوردار است. کشتریمایوم و همکاران [۱۵] در پژوهشے، بـه بررسـی اثـر ضریب برخورد بین ذرات بر روی انبساط بسترسیال حبابی پرداختند. این پژوهش نشان داد که با افزایش ضریب برخورد بین ذرات از ۰/۹ تا ۰/۹۹ انبساط بستر افزایش مییابد. ورما و همکاران [۱۶] در پژوهشی به بررسی اثر اندازه قطر بستر بر روی حرکت ذرات جامد و حبابها به کمک رویکرد جریان دوفازی اویلرین و تئوری انرژی جنبشی دانهای در بسترسیال سهبعدی پرداختند. آنها در این پژوهش ۵ اندازه قطـر بسـتر را بررسـی کردنـد. در ایـن پژوهش مشاهده شد که با افزایش اندازه قطـر بسـتر، کسـر حجمی ذرات در نزدیکی دیوارها افزایش مییابد. اندازه و سرعت حبابها نيز با افزايش اندازه قطر بستر افزايش مییابد. قاسمی و همکاران [۱۷] در پژوهشی، به بررسی اختلاط ذرات جامد در یک بسترسیال با استفاده از روش پردازش تصاویر پرداختند. در این مطالعه، اثر چگالی در اختلاط ذرات جامد در یک بسترسیال، به صورت تجربی بررسی شد. نتایج این پژوهش نشان داد که چگالی ذرات شن (ماده بستر) نقش مهمی در کیفیت اختلاط ذرات بستر دارد.

تجزیهوتحلیل کامل مطالعات قبلی نشان میدهد که در بسیاری از پژوهشهایی که تاکنون انجام شده به بررسی عوامل مختلفی مانند قطر و ارتفاع بستر، ضریب برخورد آیینهای، ضریب برخورد ذرات با یکدیگر، تغییر رژیم جریان، تنش اصطکاکی و مقایسه مدلهای پسا مختلف بر روی رفتار هیدرودینامیک بسترسیال گاز-جامد پرداخته شده است. پیشینه مطالعات نشان میدهد که تعداد بسیار کمی از مطالعات موجود به موضوع درک جنبههای دقیق تغییرات قطر ذرات گروه گلدارت B بر روی رفتار هیدرودینامیک بسترسیال حبابی گاز-جامد متمرکزشدهاند. به ویژه، وجود خلأ مطالعاتی در مطالعه اثر قطر ذره بر روی توزیع متوسط زمانی کسر حجمی، دمای دانهای و سرعت فاز جامد در

اندازه سلول ۱۰ برابر قطر ذره باشد، در این صورت نتایج حل عددی از تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی برخوردار است. در این تحقیق، اندازه شبکه یکنواخت و برابر m ۰/۰۰۵ می باشد. در شکل (**۱**-ب) شبکه محاسباتی بسترسیال حبابی موردمطالعه نشان داده شده است.



(ب) شکل (۱). الف) طرحواره رآکتور بسترسیالی حبابی ب) شبکه محاسباتی بسترسیال حبابی موردمطالعه در ادامه، معادلات حاکم بر بسترسیال موردمطالعه قرار گرفته است. رویکرد مورداستفاده برای حل معادلات حاکم بر بسترسیال، رویکرد اویلرین میباشد.

۳- معادلات حاکم بر بسترسیال حبابی گاز -جامد

در این پژوهش، از رویکرد اویلر-اویلری برای بررسی رفتار هیدرودینامیک بسترسیال گاز-جامد استفاده شده است. فازهای گاز و جامد پیوسته در نظر گرفته شدهاند و دائماً در هم نفوذ میکنند. در این رویکرد، معادلات بقای جرم و ممنتم جداگانه برای هر فاز حل میشوند.

کسر حجمی نشان دهنده میزان حجمی از فضا است که هر فاز اشغال می کند. کسر حجمی تابعی پیوسته از فضا و زمان است. جمع کسر حجمی فازها برابر با یک میباشد. معادلات حاکم هر فاز بهطور جداگانه بیان می شود.

$$\alpha_g + \alpha_s = 1 \tag{1}$$

کسـر حجمـی فـاز گـاز و $lpha_{
m s}$ کسـر حجمـی فـاز جامـد $lpha_{
m g}$ میباشد.

۳-۱- معادلات بقای جرم معادلات پیوستگی برای فاز گاز و فاز جامد به شکل زیر بیان می شوند: برای فاز گاز:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\alpha_g \rho_g \right) + \nabla \left(\alpha_g \rho_g \vec{v}_g \right) = 0 \tag{(Y)}$$

برای فاز جامد:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_s \rho_s) + \nabla . (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s) = 0 \tag{(7)}$$

سرعت فاز گاز،
$$ho_g$$
 چگالی فاز گاز، ho_s چگالی فاز $ec{v}_s$ الی فاز $ec{v}_s$

۲-۳- معادلات ممنتم

معادله ممنتم برای فاز گاز:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\alpha_g \rho_g \vec{v}_g \right) + \nabla \left(\alpha_g \rho_g \vec{v}_g \vec{v}_g \right) =$$

$$- \alpha_g \nabla P + \nabla \vec{\tau}_g + \alpha_g \rho_g \vec{g} +$$

$$K_{gs} \left(\vec{v}_g - \vec{v}_s \right)$$
(۴)

$$C_{D} = \frac{24}{\alpha_{g} R e_{s}} \left[1 + 0.15 (\alpha_{g} R e_{s})^{0.687} \right]$$
(9)

در رابطه بالا عدد رینولدز فاز جامد به شکل زیر تعریف میشود:

$$Re_{s} = \frac{\rho_{g}d_{s}\left|\vec{v}_{s} - \vec{v}_{g}\right|}{\mu_{a}} \tag{(1.)}$$

با توجه به معادله ذکرشده در رابطه ۱۰، عدد رینولدز برای ذرات جامد با اندازه ۵۰۰ ۱۹/۸۶ محاسبهشده است. با توجه به این که عدد رینولدز محاسبهشده برای ذرات جامد بسیار پایین می باشد؛ لذا جریان در راکتور آرام می باشد.

$$K_{gs} = 150 \frac{\alpha_s \mu_g (1 - \alpha_g)}{\alpha_g {d_s}^2} + 1.75 \frac{\rho_g \alpha_s \left| \vec{v}_s - \vec{v}_g \right|}{d_s}$$
(11)

۳-۳-۲ ضریب پسا مدل شملال – اُبراین

ضریب مبادله ممنتم بین دو فاز گاز-جامد در مدل پسا شملال-اُبراین بهصورت زیر تعریف می شود [۲۰]:

$$K_{gs} = \frac{3}{4} \frac{\alpha_s \alpha_g \rho_g}{d_s v_{r,s}^2} C_d \left(\frac{Re_s}{v_{r,s}}\right) \left| \vec{v}_s - \vec{v}_g \right| \qquad (17)$$

در رابطه فوق _{۲٫۶} سرعت نهایی ذرات فاز جامد میباشد و به شکل زیر تعریف میشود:

$$v_{r,s} = 0.5 \begin{pmatrix} A - 0.06Re_s + \\ \sqrt{(0.06Re_s)^2 + 0.12Re_s} \\ \sqrt{(2B - A)A^2} \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$A = \alpha_g^{4.14} \tag{14}$$

$$\begin{cases} B = 0.8 \alpha_g^{1.28} \ for \alpha_g \le 0.85 \\ B = 0.8 \alpha_g^{2.65} \ for \alpha_g > 0.85 \end{cases}$$
(10)

معادله ممنتم برای فاز جامد:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s) + \nabla (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s \vec{v}_s) = -\alpha_s \nabla P - \nabla P_s + \nabla \vec{v}_s + \alpha_s \rho_s \vec{g} + K_{sg} (\vec{v}_s - \vec{v}_g)$$
(Δ)

که در عبارت فوق Pفشار مشترک بین دو فاز، $\overline{\tau}_{s}$ تانسور تنش فاز گاز، $\overline{\tau}_{s}$ تانسور تنش فاز جامد، \overline{g} شتاب جاذبه زمین، K_{gs} ضریب مبادله ممنتم بین دو فاز و P_{s} فشار فاز جامد می باشند.

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_{g} &= \alpha_{g} \mu_{g} \left(\nabla \bar{v}_{g} + \nabla \bar{v}_{g}^{T} \right) + \\ \alpha_{g} \left(\lambda_{g} - \frac{2}{3} \mu_{g} \right) \nabla \bar{v}_{g} \stackrel{=}{I} \end{aligned} \tag{(5)} \\ = \\ \bar{\tau}_{s} &= \alpha_{s} \mu_{s} \left(\nabla \bar{v}_{s} + \nabla \bar{v}_{s}^{T} \right) + \end{aligned}$$

$$\alpha_{s} \left(\lambda_{s} - \frac{2}{3} \mu_{s} \right) \nabla . \vec{v}_{s} \vec{I}$$
^(Y)

لزجت تودهای فاز گاز، μ_g لزجت برشی فاز گاز، λ_s لزجت λ_g تودهای فاز جامد و μ_s لزجت برشی فاز جامد میباشند.

۳–۳– مدلهای پسا گاز–جامد

این بخش به بررسی روابط و معادلات سه مدل پسا مورداستفاده در این پژوهش می پردازد.

۳–۳–۱– ضریب پسا مدل گیداسپاو

یکی از مدلهای پسا که در این پژوهش مورداستفاده قرار گرفته است، مدل پسا گیداسپاو میباشد. این پسا از ترکیب معادلات ون-یو و ارگان^۱ به دست میآید [۱۹].

$$K_{gs} = \frac{3}{4} C_D \frac{\alpha_s \alpha_g \rho_g \left| \vec{v}_s - \vec{v}_g \right|}{d_s} \alpha_g^{-2.65} \qquad (A)$$

در رابطه فوق، C_D ضریب پسا و d_s قطر ذرات فاز جامد می
باشند.

¹ Ergun

۳-۳-۳- ضریب پسا مدل ون-یو

ضریب مبادله ممنتم بین دو فاز گاز–جامد در مدل ون-یو بهصورت زیر محاسبه میشود [۲۱]:

$$K_{gs} = \frac{3}{4} C_D \frac{\alpha_s \alpha_g \rho_g \left| \vec{v}_s - \vec{v}_g \right|}{d_s} \alpha_g^{-2.65} \qquad (18)$$

كە:

$$C_{D} = \frac{24}{\alpha_{g} R e_{s}} \Big[1 + 0.15 (\alpha_{g} R e_{s})^{0.687} \Big] \quad (1Y)$$

۳-۴- فشار جامد

فشار جامد در معادله انتقال ممنتم فاز جامد به صورت زیـر تعریف می شود:

$$P_{s} = \alpha_{s} \rho_{s} \theta_{s} + 2\rho_{s} \left(1 + e_{ss}\right) \alpha_{s}^{2} g_{0,ss} \theta_{s} \qquad (1 \wedge)$$

در رابطه فوق، e_{ss} ضریب برخورد بین ذرات را نشان میدهد، وقتی این ضریب برابر با یک باشد برخورد بهطور کامل الاستیک است. ولی وقتی این ضریب برابر با صفر باشد برخورد پلاستیک است. $g_{0,ss}$ تابع توزیع شعاعی e_{s} و $_{s}$ دمای دانه ای متناسب با انرژی جنبشی نوسانی حرکت ذرات می باشد.

۳-۵- تابع توزيع شعاعي

این تابع زمانی که فاز جامد دانهای باشد، احتمال برخورد بین ذرات را تصحیح میکند [۲۲].

$$g_{0,ss} = \left[1 - \left(\frac{\alpha_s}{\alpha_{s,max}}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1}$$
(19)

$$\alpha_{s,max} = 0.63$$
 در رابطه بالا مقدار

۳-۶- تنش برشی جامد

تانسور تنش ذرات جامد براثر تبادل ممنتم بین ذرات براثر چرخش یا برخورد ذرات به وجود میآید. تانسور تنش ذرات جامد شامل لزجت برشی^۲ و لزجت تودهای^۳ میباشد. لزجت

- ¹ Radial Distribution Function
- ² Shear Viscosity

$$\mu_s = \mu_{s,col} + \mu_{s,kin} \tag{(7.)}$$

$$\mu_{s,col} = \frac{4}{5} \alpha_s \rho_s d_s g_{0,ss} \left(1 + e_{ss}\right) \left(\frac{\theta_s}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \alpha_s \qquad (\Upsilon)$$

$$\mu_{s,kin} = \frac{\alpha_s \rho_s d_s g_{0,ss} (\theta_s \pi)^{\frac{1}{2}}}{6(3 - e_{ss})} \begin{bmatrix} 1 + \\ \frac{2}{5}(1 + e_{ss}) \\ (3e_{ss} - 1) \\ \alpha_s g_{0,ss} \end{bmatrix}$$
(77)

۳-۷- لزجت تودهای

لزجت تودهای نشاندهنده مقاومت ذرات جامد دانهای در برابر انقباض و انبساط است [۲۴]:

$$\lambda_{s} = \frac{4}{3} \alpha_{s} \rho_{s} d_{s} g_{0,ss} \left(1 + e_{ss}\right) \left(\frac{\theta_{s}}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}$$
(YY)

۳-۸- دمای دانهای ذرات

دمای دانه ای $heta_s$ فاز جامد با انرژی جنبشی ذرات رابطه دارد. معادله انتقال از تئوری جنبشی به دست میآید و بـه شـکل زیر بیان میشود:

$$\frac{3}{2} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_s \rho_s \theta_s) + \nabla . (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s \theta_s) \right] = \left(-P_s \overline{\overline{I}} + \overline{\overline{\tau}}_s \right) : \nabla \vec{v}_s + \nabla . \left(k_{\theta_s} \nabla \theta_s \right)$$
(14)
$$-\gamma \theta_s + \varphi_{gs}$$

⁴ Collisional Viscosity

⁵ Kinematic Viscosity

³ Bulk Viscosity

در رابطـه (۲۴)، $\nabla \vec{v}_s : (-P_s \overline{I} + \overline{\tau}_s)$ انـرژی تولیـدی توسط تانسور تنش جسم جامد، $\nabla \theta_s \nabla \theta_s$ نفوذ، $\gamma \theta_s$ اضمحلال انرژی ناشی از برخورد و φ_{gs} مبادله انرژی بین دو فـاز گـاز و جامد میباشند.

برای بسترسیال آرام و متراکم میتوان از جملههای نفوذ و جابهجایی صرفنظر کرد:

$$\left(-P_{s}\overline{\overline{I}}+\overline{\overline{\tau}}_{s}\right):\nabla\overline{v}_{s}-\gamma\theta_{s}+\varphi_{gs}=0$$
(YΔ)

همچنین دو جمله سمت راست معادله بالا را میتوان به شکل زیر نوشت:

$$\gamma \theta_{s} = \frac{12(1 - e_{ss}^{2})g_{0,ss}}{d \pi^{\frac{1}{2}}} \alpha_{s}^{2} \rho_{s} \theta_{s}^{\frac{3}{2}}$$
(79)

$$\varphi_{gs} = -3K_{gs}\theta_s \tag{(YY)}$$

۴- شرایط مرزی بسترسیال حبابی گاز-جامد

در مرز ورودی رآکتور بسترسیال، هوا بدون ذرات با سرعت یکنواخت (۰/۵۵۰ m/s،۰/۵۷۵ m/s) در بازه ۲/۲ برابر حداقل سرعت سیالیت تا ۲/۴ حداقل سرعت سیالیت که از رابطه سن خوزه و همکاران [۲۵] محاسبه شده است از کف رآکتور وارد بستر می شود، بنابراین در ورودی، کسر حجمی فاز جامد برابر با صفر می باشد. در دیوارها برای فاز گاز از شرط مرزی بدون لغزش و برای فاز جامد از شرط مرزی لغزش جانسون و جکسون [۲۶] استفاده شده است که رابطه آن را به شکل زیر می توان نوشت:

$$v_{sw} = -A \frac{\partial v_{sw}}{\partial n} \tag{(YA)}$$

ضریب لغزش A تـابعی از ضـریب برخـورد آیینـهای بـه شکل زیر تعریف میشود:

$$A = \frac{6\mu_s \alpha_{s,max}}{\sqrt{3}\pi \varphi \rho_s \varepsilon_s g_{0,ss} \sqrt{\theta}}$$
(۲۹)

در این پژوهش از ضریب برخورد آیینهای برابـر بـا یـک مطابق با پژوهش لوها و همکاران [۶] اسـتفاده شـده اسـت. ضریب برخورد بین ذرات جامد نیز ۰/۸۵ در نظر گرفته شده

است. در خروجی رآکتور از شرط مرزی فشار خروجی (فشار اتمسفر) استفاده شده است. نیروهای بین دو فاز گاز-جامد شامل نیروهای پسا، برا^۲ و جرم مجازی^۳ می باشند. در بسیاری از مقالات، اشارهشده است که نیروی برا بـرای ذرات با قطر بزرگ غالب می باشد؛ اما هنگامی که قطر ذرات بسیار کوچک تر از فاصله بین ذرات باشد، در نظر گرفتن نیروی برا مناسب نیست؛ بنابراین از اثر نیروی برا برای بسترسیال یرشده با ذرات بسیار کوچک صرفنظر می شود. همچنین در مقالات اشارهشده است که با توجه به این که در بسترسیال حبابی ذرات جامد با یکدیگر برخورد/ تماس پیدا می کنند و مسیر آزاد یکذره بسیار کوتاه است، از اثر نیرو برا صرفنظر می شود [۲۹، ۲۸، ۲۷ و ۳۰]. همچنین با توجه به این که چگالی فاز جامد بسیار بزرگتر از چگالی فاز گاز میباشد از نیروی جرم مجازی نیز صرفنظر شده است [۲۷ و ۳۰]؛ بنابراین تنها نیروی تأثیر گذار بین دو فاز که نقش مهمی را ايفا مي كند نيروي يسا مي باشد.

۵- روش حل معادلات حاکم بر بسترسیال حبابی گاز-جامد

در این تحقیق برای هم بسته کردن[†] سرعت و فشار از الگوریتم سیمپل^۵ و برای فرموله کردن جریان ناپایا از مرتبه دوم ضمنی^۶ استفاده شده است. جهت گسسته سازی کسر حجمی و ممنتم، الگوریتم کوییک^۷ به کاربرده شده است. مدتزمان شبیه سازی ۲۰۵ و مدتزمان متوسط گیری زمانی در این پژوهش ۲۵۶ (۲۵ تا ۳۰۶) می باشد. در این پژوهش برای همگرایی و پایداری بهتر از گام زمانی پرژوهش برای همگرایی و پایداری بهتر از گام زمانی باقیمانده ها بین دو تکرار روی ۲۰۰۱ تنظیم شده است. تمام شبیه سازی های این پژوهش در حالت موازی با پردازنده هشت هسته ای اینتل زئون ایکس ۵۵۷۰ با فرکانس ۲٫۹۳ گیگاهرتز^۸ و با رم ۸ گیگ انجام شده است.

- ⁵ Simple
- ⁶ Second Order Implicit Sheme

⁸ Intel Zeon X5570 2.93GHz

² Lift Force

³ Virtual Mass

⁴ Coupling

⁷ Quick

							
	نوع اجرا						
زمان اجرا	قطر ذرات (µm)	مدل پسا	سرعت هوا (m/s)	شماره اجرا			
۵۰ ساعت و ۱۰ دقیقه	۵۰۰	گيداسپاو		١			
۴۸ ساعت و ۱۵ دقیقه	۵۳۰			٢			
۵۶ ساعت و ۴۰ دقیقه	۵۷۰		•/\\\	٣			
۵۴ ساعت و ۵ دقیقه	۶		·γωχγ	۴			
۴۹ ساعت و ۴۰ دقیقه		شملال- ابراین		۵			
۵۲ ساعت و ۳۰ دقیقه	۵۳۰	ون-يو		۶			
۵۷ ساعت و ۵ دقیقه		1.1.5	۰/۵۷۵	٧			
۵۸ ساعت و ۲۰ دقیقه		ليداسپاو	•/۵۵·	٨			

جدول (۱). مدتزمان هر اجرای پژوهش حاضر

۶- مطالعه استقلال از شبکه

در جهت مطالعه استقلال جوابهای حل عددی از تعداد و اندازه شبکه، از سه شبکه با اندازههای مختلف استفاده شده است. یک شبکه درشت با اندازه ۲۰ برابر قطر ذره، یک شبکه متوسط با اندازه ۱۰ برابر قطر ذره و یک شبکه ریز با اندازه ۵ برابر قطر ذره موردمطالعه قرار گرفته است. متوسط زمانی سرعت ذرات جامد در ارتفاعm ۰/۱۷ نسبت به کف بستر برای سه شبکه در شکل ۲ رسم شده است. شکل نشان میدهد، میزان اختلاف متوسط زمانی سرعت ذرات شن سیلیس در دو شبکه ریـز و درشـت حـدود ۲۲ درصـد می باشد. در حالی که با ریز تر کردن شبکه و استفاده از شبکه محاسباتی متوسط، این اختلاف به کمتر از ۵ درصد می سد. همان طور که مشاهده می شود اختلاف قابل توجهی بین دو شبکه ریز و متوسط موردمطالعه وجود ندارد؛ بنابراین در این پژوهش از شبکه متوسط با اندازه ۱۰ برابر قطر ذره استفاده می شود. همچنین بسیاری از محققین از اندازه شبکه مشابهی در پژوهشهای مرتبط با بسترسیال استفاده کردهاند.



۷- اعتبارسنجی پژوهش

پیش از پرداختن به مطالعه اثر اندازه قطر ذرات، مدلهای مختلف پسا و اندازه سرعت هوای ورودی، لازم است اعتبارسنجی نسبت به کارهای قبلی صورت پذیرد. بدین منظور، از نتایج ارائهشده توسط لوها و همکاران^۱ [۱۴] استفاده گردیده است. در شکل (۳–الف) و (۳–ب)، جهت اعتبارسنجی نتایج این پژوهش، متوسط زمانی سرعت ذرات جامد در ارتفاع ۱۹۴/۰ و ۱۵۸/۰ نسبت به کف بستر با نتایج لوها و همکاران [۱۴] مورد مقایسه قرار گرفته است. هندسه و شرایط مرزی مسئله مشابه شرایط پژوهش [۱۴] است. حداکثر اختلاف بین نتایج حدود ۸/۸٪ میباشد.

۸- نتایج مطالعه بسترسیال حبابی گاز –جامد

۸-۱- بررسی اثر تغییر اندازه قطر ذرات جامد بر روی توزیع متوسط زمانی سرعت ذرات جامد

در این بخش از تحقیق، اثر تغییر اندازه قطر ذرات بر روی توزیع متوسط زمانی سرعت ذرات جامد مطالعه شده است. برای بررسی این ویژگی، هوا با سرعت یکنواخت ۱۳۸۷ سرعت می مورداستفاده در ۱۳۵۸ وارد بستر می شود. مدل پسا مورداستفاده در این قسمت، مدل پسا گیداسپاو می باشد. چهار نوع قطر ذره با اندازههای (۲۰۰ μm ۵۰۰ μm، ۵۰۰ μm) و (۴-ب) توزیع منفی) ذرات جامد در دیوارها کاهش مییابد. شکلهای (۴–الف) و (۴–ب) نشان میدهند حداکثر سرعت ذرات جامد در نزدیکی هسته بستر و حداقل سرعت نیز در حوالی دیوارهای بستر رخ میدهد. سرعت در نزدیکی دیوارهای بستر به دلیل تجمع ذرات کاهش مییابد. نتایج نشان میدهد، ذرات جامد در حوالی دیوارها به سمت پایین و در هسته بستر به سمت بالا حرکت میکنند و در نتیجه جریان گردابی به وجود میآید. حداقل و حداکثر سرعت ذرات جامد در ارتفاعهای m ۱/۱ و m ۱۵/۸ نسبت به کف بستر برای مقادیر مختلف قطر ذرات در جدول ۲ نشان داده شده است. متوسط زمانی سرعت ذرات جامد را در ارتفاعهای ۱۸/۰ و ۸۸ می دهند. مشاهده می شود توزیع متوسط زمانی سرعت ذرات جامد برای هر چهار قطر با اندازههای مختلف مشابه می باشد. همچنین، ذرات با قطر ۲۰۰ سیشترین و ذرات با قطر ۲۰۰ س کمترین متوسط سرعت را در هسته بستر دارا می باشند؛ بنابراین با افزایش اندازه قطر ذرات، به تدریج متوسط زمانی سرعت ذرات کاهش می یابد. به این دلیل که هر چه اندازه قطر ذرات کوچک تر باشد، بیشتر تحت تأثیر انتقال ممنتم بین دو فاز گاز –جامد و سرعت هوا قرار می گیرند. هر چه ارتفاع نسبت به کف بستر کمتر شود، متوسط زمانی سرعت رو به بالا (سرعت مثبت) ذرات جامد به طور تقریبی در هسته بستر افزایش و متوسط سرعت رو به پایین (سرعت



شکل (۳). الف) متوسط زمانی سرعت محوری ذرات جامد در امتداد شعاعی در ارتفاع ۰/۱۴m نسبت به کف بستر، ب) متوسط زمانی سرعت محوری ذرات جامد در امتداد شعاعی در ارتفاع ۰/۱۵m نسبت به کف بستر در مطالعه حاضر



شکل (۴): الف) اثر تغییر قطر ذرات بر روی متوسط زمانی سرعت محوری ذرات جامد در امتداد شعاعی در ارتفاع ۱ m /۰ نسبت به کف بستر ب) اثر تغییر قطر ذرات بر روی متوسط زمانی سرعت محوری ذرات جامد در امتداد شعاعی در ارتفاع۱۵ m /۰ نسبت به کف بستر در مطالعه حاض





شکل **Δ** توزیع رنگی متوسط زمانی سرعت ذرات جامد را برای چهار قطر (μα ،۶۰۰ μα ،۵۷۰ μα ،۵۰۰ سرعت ذرات نشان می دهد. توزیع رنگی متوسط زمانی سرعت ذرات جامد برای هر چهار قطر با اندازههای مختلف تقریباً مشابه می باشد. حداکثر سرعت ذرات در مرکز بستر به دلیل تجمع کمتر ذرات و حداقل سرعت در دیوارها به دلیل تجمع بیشتر ذرات رخ می دهد. هر چه قطر ذره کوچکتر باشد، تمایل به تجمع در دیوارهای بستر افزایش می یابد. همچنین با کاهش قطر ذرات، سرعت رو به پایین (سرعت منفی) و

سرعت رو به بالا (سرعت مثبت) ذرات افزایش مییابد.



جدول (۲). حداقل و حداکثر سرعت ذرات جامد

حداکثر سرعت ذرات (m / s)		حداقل سرعت ذرات (m/s)		قطر ذرات
h=0.15m	h=0.1m	h=0.15m	h=0.1m	(µm)
•/7741	•/7841	-•/٣٩١ ٨	-•/۳۵۵۴	۵۰۰
•/1888	•/۲۵۷•	-•/٣٩۶۴	-•/٣۵Y•	۵۳۰
•/١٣٢۵	•/7141	-•/٣۵٨٨	-•/٣•۴۵	۵۷۰
•/\\\	•/197•	-•/٢٩۵٧	-•/۲۵۳۴	۶۰۰



شکل (۵). الف) توزیع رنگی متوسط زمانی سرعت ذرات با قطر ۵۰۰ μm به توزیع رنگی متوسط زمانی سرعت ذرات با قطر ۵۳۰ μm ج) توزیع رنگی متوسط زمانی سرعت ذرات با قطر μm ۵۷۰ د) توزیع رنگی متوسط زمانی سرعت ذرات با قطر ۶۰۰ μm

در کف بستر دارا میباشند. با افزایش اندازه قطر ذرات، ذرات بیشتر تحت تأثیر نیروی گرانش و لختی قرار می گیرند و به طبع آن کسر حجمی ذرات در نزدیکی کف بستر افزایش مییابد. با افزایش اندازه قطر ذرات از μm ۵۰۰ تا افزایش مییابد. با درصد تجمع ذرات جامد در کف بستر افزایش مییابد. همچنین باگذشت زمان، ذرات با قطر بزرگتر تمایلشان نسبت به رسوب و چسبیدن به کف بستر نیز افزایش مییابد. همچنین با افزایش اندازه قطر ذرات،

توزیع رنگی متوسط زمانی کسر حجمی ذرات جامد در شکل ۶ توزیع رنگی متوسط زمانی کسر حجمی ذرات جامد برای چهار نوع قطر مختلف (Αν۰ μm، ۶۰۰ μm، μm ۵۰۰ μm قطر ذرات، تغییرات چشم گیری بر روی متوسط کسر حجمی ذرات جامد مشاهده می شود. ذرات با قطر ۶۰۰ μm بیشترین و ذرات با قطر Δ۰۰ μm

۸-۲- بررسی اثر تغییر اندازه قطر ذرات جامد بر روی

ارتفاع بستر کاهش مییابد؛ به این دلیل که ذرات با قطر بزرگتر به نیروی پسا بیشتری برای انبساط بسترسیال نیاز دارند. با افزایش اندازه قطر ذرات از μm ۵۰۰ تا πκ ۶۰۰ ۸۰ ۹/۵٪ ارتفاع بستر کاهش مییابد.





(ب)

شکل (۷). الف) اثر تغییر قطر ذرات بر روی متوسط زمانی کسر حجمی ذرات جامد در امتداد شعاعی در ارتفاع m ۰/۱ نسبت به کف بستر، ب) اثر تغییر قطر ذرات بر روی متوسط زمانی کسر حجمی ذرات جامد در امتداد شعاعی در ارتفاع m ۰/۱۵ نسبت به کف بستر در مطالعه حاضر







شکل (۶). الف) توزیع رنگی متوسط زمانی کسر حجمی ذرات با قطر Δ۰۰ μm ب توزیع رنگی متوسط زمانی کسر حجمی ذرات با قطر Δ۳۰ μ۳ د) توزیع رنگی متوسط زمانی کسر حجمی ذرات با قطر Δ۷۰ μ۳ د) توزیع رنگی متوسط زمانی کسر حجمی ذرات با قطر ۶۰۰ μm

شکل ۷ توزیع متوسط زمانی کسر حجمی ذرات جامد را در ارتفاعهای ۲/۱۳ و ۲/۱۵ نسبت به کف بستر برای چهار قطر مختلف (Δ۳۰ μm ۵۷۰ μm، ۵۳۰ ستر ذرات با قطر نشان می دهد. مشاهده می شود در هسته بستر ذرات با قطر بیشترین کسر حجمی را دارا می باشند؛ بنابراین، هر چه اندازه قطر ذرات جامد افزایش پیدا کند، متوسط کسر حجمی ذرات جامد در

۸-۳- بررسی اثر تغییر اندازه قطر ذرات جامد بر روی توزیع متوسط زمانی دمای دانهای ذرات جامد

شکل ۸ توزیع متوسط زمانی دمای دانهای ذرات جامد را در ارتفاع ۰/m ۱۵ نسبت به کف بستر برای چهار قطر مختلف (۵۲۰ μm ،۵۷۰ μm) نشان مے دهـد. توزیع دمای دانهای برای هر چهار قطر با اندازههای (۵۲۰ μm، ۵۳۰ μm) تقریباً مشابه (۵۰۰ μm) تقریباً مشابه می باشد. مشاهده می شود، متوسط زمانی دمای دانه ای ذرات جامد در حوالی دیوارها نسبت به هسته بستر بیشتر میباشد و هر چه از هسته بستر به سـمت دیوارها پـیش مـیرویـم دمای دانهای افزایش می یابد. توزیع دمای دانهای ذرات در حوالی هسته بستر تقریباً به صورت تخت می باشد. ذرات با قطر ۶۰۰ μm بیشترین و ذرات با قطر ۵۰۰ μm کمترین دمای دانهای را دارا میباشند؛ بنابراین با افزایش اندازه قطـر ذرات، دمای دانهای نیز بهطور تقریبی افزایش می ابد. با افزایش دمای دانهای ذرات جامد، سرعت ذرات جامد نیز کاهش می یابد؛ بنابراین سرعت ذرات با دمای دانهای رابطه عکس دارد.



شکل (۸). اثر تغییر قطر ذرات بر روی متوسط زمانی دمای دانهای ذرات جامد در امتداد شعاعی در ارتفاع ۰/۱۵m نسبت به کف بستر در مطالعه حاضر

۸-۴- بررسی اثر مدل پسا بـر روی توزیـع متوسـط زمانی سرعت ذرات جامد

نیروی پسا بر روی رفتار هیدرودینامیک جریان بسترسیال نقش مهمی را ایفا میکند. در این بخش به بررسی اثر

مدلهای پسا (گیداسپاو، شملال–اُبراین و ون-یو) بر روی توزیع متوسط زمانی سرعت و کسر حجمی ذرات جامد در بسترسیال حبابی گاز-جامد پرداخته میشود. شکلهای (۹-الف) و (۹-ب) توزیع متوسط زمانی سرعت ذرات جامد را در ارتفاعهای ۰/۱۴ m و ۰/۱۴ نسبت به کف بستر برای سه مدل پسا (گیداسیاو، شملال-أبراین و ون-یو) نشان مىدهند. اين مطالعه نشان مىدهد، مدل پسا شملال–أبراين از تطابق خوبی با نتایج پژوهش [۳۱] برخوردار است. در هسته بستر، مدل پسا گیداسپاو حداکثر سرعت رو به بالا (سرعت مثبت) ذرات را نسبت به سایر مدل های پسا پیشبینی میکند. همچنین در نزدیکی دیوارهای بستر، مدل پسا ون-يو حداكثر سرعت رو به پايين (سرعت منفي) ذرات را نسبت به سایر مدلهای پسا پیشبینی می کند. توزيع متوسط زمانی سرعت ذرات جامد در مدل پسا شملال-اُبراین در حوالی هسته بستر تقریباً به صورت تخت ولی در مدلهای پسا گیداسپاو و ون-یو به صورت سهمی می باشد. ذرات جامد در هسته بستر دارای سرعت رو به بالا (سرعت مثبت) و در دیوارها دارای سرعت رو به پایین (سرعت منفی) میاشند؛ بنابراین در بسترسیال حبابی جریان گردایی پدید میآید. در شکل (۹–الف) در مدل پسا گیداسیاو در فواصل ۰/۰۳۸ m m -۰/۰۳۸ و ۰/۰۴۲ نسبت به مرکـز بسـتر (x=۰)، در مـدل پسـا شـملال-ابـراین در فواصل ۲۰/۰۴۰ m و ۰/۰۴۰ نسبت به مرکز بستر (x=۰) و در مدل پسا ون-یـو در فواصـل ^m ۰/۰۴۱ و ۰/۰۴۱ و ۰/۰۴۱ نسبت به مرکز بستر (x=۰) جریان برگشتی رخ میدهد و ذرات دارای سرعت رو به پایین (سرعت منفی) میباشند. همچنین در شکل (۹-ب) در مدل پسا گیداسپاو در فواصل -۰/۰۳۶ m سـبت (x=۰)، در (x=۰)، در مدل پسا شملال-ابراین در فواصل ۰/۰۳۹ m -۰/۰۳۹ و ۰/۰۳۹ نسبت به مرکز بستر (x=•) و در مدل پسا ون-یو در فواصل ۰/۰۴۰ m و ۰/۰۳۸ نسبت به مرکز بستر (x=۰) جریان برگشتی رخ میدهد و ذرات دارای سرعت رو به پایین (سرعت منفی) می باشند. مدل پسا شملال –اُبراین متوسط سرعت ذرات جامد را در نزدیکی دیوارها حدود ۱۵ درصد بیشتر نسبت به سایر مدل های پسا پیشبینی میکند.

همچنین مدل پسا شملال-ابراین متوسط سرعت ذرات جامد را در حوالی هسته بستر حدود ۳۷ درصد نسبت به مدل پسا ون-یو و حدود ۴۲ درصد نسبت به مدل پسا گیداسپاو کمتر پیشبینی میکند.



(الف)



(ب)

شکل (۹). الف) اثر مدل پسا بر روی متوسط زمانی سرعت محوری ذرات جامد در امتداد شعاعی در ارتفاع ۰/۱۴ m نسبت به کف بستر، ب) اثر مدل پسا بر روی متوسط زمانی سرعت محوری ذرات جامد در امتداد شعاعی در ارتفاع ۱۵ m ۰/۱۵ m

۸-۵- بررسی اثر مدل پسا بـر روی توزیـع متوسـط زمانی کسر حجمی ذرات جامد

شکلهای (۱۰-الف) و (۱۰-ب) توزیع متوسط زمانی کسر حجمی ذرات جامد را در ارتفاعهای m ۰/۱۵ و v/۱۷ نسبت به کف بستر برای سه مدل پسا (گیداسپاو، شملال-اُبراین و ون-یو) نشان میدهند. توزیع متوسط زمانی کسر حجمی ذرات جامد در هر سه مدل یسا (گیداسیاو، شملال-أبراين و ون-يو) تقريباً مشابه مي باشد. مدل پسا شملال-أبراین بیشترین متوسط کسر حجمی ذرات جامد و مدل پسا ون-یو کمترین متوسط کسر حجمی ذرات جامد را در حوالي هسته بستر پيش بيني مي کنند. همچنين مدل پسا ون-یو متوسط کسر حجمی ذرات جامد را در دیوارهای بستر نسبت به سایر مدلهای پسا کمتر پیشبینی میکند. همچنین شکل (۱۰-ج) توزیع کسر حجمے ذرات جامد را در ارتفاع ۰/۱۵ m نسبت به کف بستر در ثانیه ۳۰ برای سه مدل یسا (گیداسپاو، شملال-ابراین و ون-یو) نشان میدهد. مشاهده می شود، بیشترین کسر حجمی ذرات جامد در مركز بستر توسط مدل پسا شملال-ابراین و كمترین كسر حجمي توسط مدل يسا گيداسياو پيش بيني مي شود.

شکل **۱۱** توزیع متوسط زمانی کسر حجمی ذرات جامد را برای سه مدل پسا (گیداسپاو، شملال–اُبراین و ون-یو) در امتداد ارتفاع مرکز بستر نشان میدهد. بیشترین تجمع کسر حجمی ذرات در کف بستر رخ میدهد و بافاصله گرفتن از کف بستر، کسر حجمی ذرات کاهش مییابد. به این دلیل که بیشترین تجمع و رسوب ذرات در کف بستر اتفاق میافتد. مدل پسا شملال–اُبراین بیشترین تجمع ذرات و پیشبینی میکنند. کسر حجمی ذرات جامد در مدل پسا ون-یو در ارتفاع بالاتری نسبت به کف بستر در مقایسه با دو مدل پسا دیگر به صفر میرسد؛ بنابراین در مدل پسا ون-یو انبساط بستر نسبت به سایر مدلهای پسا بیشتر میباشد.



شکل (۱۱). اثر مدل پسا بر روی متوسط زمانی کسر حجمی ذرات جامد در امتداد ارتفاع مرکز بستر در مطالعه حاضر

۸-۶- بررسی اثر تغییر سرعت هوای ورودی به بسـتر بر روی توزیع متوسط زمانی سرعت ذرات جامد

شـکلهـای (۱۲-الـف) و (۱۲-ب) توزیع متوسط زمانی سرعت ذرات جامد را در ارتفاعهای ۰/۱۲ و ۰/۱۵ m نسبت به کف بستر برای سه سرعت هوای ورودی (۱/۵۵۰ m / s، ۰/۵۷۵ m / s، ۰/۵۸۷ m / s) نشــــان میدهند. توزیع متوسط زمانی سرعت ذرات جامد برای هـر سه سرعت هوای ورودی مشابه میباشد. افزایش سرعت هـوا اثر قابل توجهی بر روی متوسط سرعت ذرات جامد دارد. هـر چه سرعت هوای ورودی به بستر بیشتر شود، ذرات جامد با سرعت بیشتری به سمت بالای بستر حمل میشوند و در نتیجه متوسط سرعت رو به بالا (سرعت مثبت) در حوالی هسته بستر و سرعت رو به پایین (سرعت منفی) ذرات جامد در دیوارها افزایش مے یابد؛ بنابراین، هنگامی که سرعت هـوای ورودی برایـر بـا ۰/۵۸۷ m/s باشـد، ذرات جامـد از بیشترین سرعت مثبت در مرکز بستر و بیشترین سرعت منفی در دیوارها برخوردار میباشند؛ به این دلیل که هر چه سرعت هوای ورودی بیشتر باشد، ذرات جامد بیشتر تحت تأثير انتقال ممنتم بين دو فاز گاز-جامد قرار می گيرند. ذرات جامد در هر سه سرعت هوای ورودی (m / s / ۰/۵۸۷ m). ۰/۵۷۵ m / s، ۰/۵۷۵ m / s) در هسته بستر دارای سرعت رو به بالا (سرعت مثبت) و در حوالی دیوارها دارای سرعت رو به پایین (سرعت منفی) میباشند و در نتیجه جریان گرداہے بے وجود مے آیے۔ با افزایش سے عت ہوا از



ارتفاع n/۱۵ m نسبت به کف بستر در ثانیه ۳۰

۰/۵۵۰ m / s بـه s / m/۵۸۷ متوسـط زمـانی سـرعت ذرات در حـوالی هسـته بسـتر حـدود ۴۰ درصـد افـزایش مییابد.





شکل (۱۲). الف) اثر سرعت هوای ورودی بر روی متوسط زمانی سرعت محوری ذرات جامد در امتداد شعاعی در ارتفاع ۰/۱۲ m نسبت به کف بستر، ب) اثر سرعت هوای ورودی بر روی متوسط زمانی سرعت محوری ذرات جامد در امتداد شعاعی در ارتفاع ۱۵ m ۰/۱۵ m

۸-۷- بررسی اثر تغییر سرعت هوای ورودی بر روی توزیع متوسط زمانی کسر حجمی ذرات جامد شکلهای (۱۳-الف) و (۱۳-ب) توزیع متوسط زمانی کسر حجمی ذرات جامد را در ارتفاعهای ۱۵۳ و ۱۷۱۷ و ۰/۱۷۳

نسبت به کف بستر برای سه سرعت هوای ورودی (Nav m / s ، ۰/۵۸۵ m / s) نشیان میدهند. توزیع متوسط زمانی کسر حجمی ذرات جامد برای هر سه سرعت هوای ورودی مشابه میباشد. مشاهده میشود، با افزایش سرعت هوای ورودی، متوسط کسر حجمی ذرات جامد کاهش مییابد؛ به این دلیل که با افزایش سرعت هوا، متوسط سرعت ذرات جامد افزایش مییابد و با افزایش سرعت ذرات جامد تراکم و تجمع ذرات کاهش مییابد.





(ب)

شکل (۱۳). اثر سرعت هوای ورودی بر روی متوسط زمانی کسر حجمی ذرات جامد در امتداد شعاعی در ارتفاع ۰/۱۵ m نسبت به کف بستر، ب) اثر سرعت هوای ورودی بر روی متوسط زمانی کسر حجمی ذرات جامد در امتداد شعاعی در ارتفاع ۰/۱۷ نسبت به کف بستر در مطالعه حاضر

افزایش می یابد. این مطالعه نشان داد، با افزایش سرعت هوا از ۸۵۰ m / ۶ / ۰/۵۵۰ به ۲ / ۵۸۷ m / ۰، متوسط زمانی سرعت ذرات در حوالی هسته بستر حدود ۴۰ درصد افزایش می یابد. همچنین با افزایش سرعت هوای ورودی متوسط زمانی کسر حجمی ذرات جامد کاهش می یابد.

۱۰- مراجع

- Van Wachem, B.G.M., Schouten, J.C., Van den Bleek, C.M., Krishna, R., and Sinclair, J.L. "Comparative Analysis of CFD Models of Dense Gas–Solid Systems", AIChE J. Vol. 47, No. 5, pp. 1035-1051, 2001.
- Behjat, Y., Shahhosseini, S., and Hashemabadi, S.H. "CFD Modeling of Hydrodynamic and Heat Transfer in Fluidized Bed Reactors", Int. Commun. Heat Mass Transf. Vol. 35, No. 3, pp. 357-368, 2008.
- Passalacqua, A., and Marmo, L. "A Critical Comparison of Frictional Stress Models Applied to the Simulation of Bubbling Fluidized Beds", Chem. Eng. Sci. Vol. 64, No. 12, pp. 2795-2806, 2009.
- Loha, C., Chattopadhyay, H., and Chatterjee, P.K. "Assessment of Drag Models in Simulating Bubbling Fluidized Bed Hydrodynamics", Chem. Eng. Sci. Vol. 75, pp. 400-407, 2012.
- Zinani, F., Philippsen, C.G., and Indrusiak, M.L.S. "Numerical Study of Gas–Solid Drag Models in a Bubbling Fluidized Bed", Part. Sci. Technol. Vol. 36, No. 1, pp. 1-10, 2018.
- Wang, L., Xie, X., Wei, G., and Li, R. "Numerical Simulation of Hydrodynamic Characteristics in a Gas–Solid Fluidized Bed", Part. Sci. Technol. Vol. 35, No. 2, pp. 177-182, 2017.
- Varghese, M.M., and Vakamalla, T.R. "Effect of Turbulence Model on the Hydrodynamics of Gas–Solid Fluidized Bed", RTFDR. pp. 47-61, 2022.
- 8. Nasr.Esfahani, M., Rahimi, R., and Hosseini, S.H. "Investigation of Fluidized Bed Hydrodynamics Using CFD", NICEC11. Tehran, Iran, 1385. (In Persian)
- Lindborg, H., Lysberg, M., and Jakobsen, H.A. "Practical Validation of the Two-Fluid Model Applied to Dense Gas–Solid Flows in Fluidized Beds", Chem. Eng. Sci. Vol. 62, No. 21, pp. 5854-5869, 2007.

در این تحقیق به اثر تغییر اندازه قطر ذرات، مدل های پسا و سرعت هوای ورودی بر روی عملکرد ذرات گروه گلـدارت B در بسترسیال حبابی گاز-جامد با استفاده از روش حجم محدود و رویکرد جریان دوفازی اویلرین در ترکیب با انـرژی جنبشی دانهای ذرات پرداخته شد. اثر تغییر اندازه قطر ذرات بر روی توزیع متوسط زمانی کسر حجمی و توزیع متوسط زمانی سرعت ذرات جامد بررسی شد. نتایج نشان داد، قطر ذرات اثر قابل توجهی بر روی رفتار هیدرودینامیک بسترسیال دارد. با افزایش اندازه قطر ذرات، متوسط سـرعت روبهبالا (سرعت مثبت) در هسته بستر و متوسط سرعت رو به پایین (سرعت منفی) در دیوارها کاهش می یابد، به این دلیل که هر چه قطر ذرات کوچکتر باشد بیشتر تحت تأثیر تبادل ممنتم بين دو فاز گاز-جامد قرار مي گيرند. همچنين بزرگی متوسط سرعت ذرات جامد در ارتفاعات پایین تر (نزدیک به کف بستر) افزایش می یابد. با افزایش اندازه قطر ذرات از ۵۰۰ μm تا ۱۴٬۶۰۰ μ۲ درصد تجمع ذرات جامد در کف بستر افزایش می یابد. با افزایش اندازه قطر ذرات از Δ۰۰ μm تا ۶۰۰ /۹/۵ /۱ ارتفاع بستر کاهش مے یابد. توزيع متوسط زماني سرعت وكسر حجمي ذرات جامد با استفاده از سه مدل يسا (گيداسياو، شملال-أبراين و ون-يو) محاسبه و با یک دیگر مقایسه شده است. در نتیجه این مقایسه، یسا شملال –اُبراین به خوبی نتایج آزمایشگاهی را ییش بینی می کند. مدل یسا شملال –اُبراین متوسط سے عت ذرات جامد را در نزدیکی دیوارها حـدود ۱۵ درصـد بیشـتر نسبت به سایر مدلهای پسا پیشبینی میکند. همچنین مدل یسا شملال-ابراین متوسط سرعت ذرات جامد را در حوالی هسته بستر حدود ۳۷ درصد نسبت به مدل پسا ون-یو و حدود ۴۲ درصد نسبت به مدل پسا گیداسیاو کمتر ییش بینی می کند. توزیع متوسط زمانی سرعت ذرات جامد در پسا شملال-اُبراین در حوالی هسته بستر تقریباً بهصورت تخت ولی در مدلهای پسا گیداسپاو و ون-یو بهصورت سهمی میباشد. متوسط زمانی کسر حجمی ذرات جامـد در مدل پسا شملال-اُبراین بیشتر از سایر مدلهای پسا پیشبینی می شود. افزایش سرعت هوا اثر قابل توجهی بر روی متوسط سرعت ذرات جامد دارد، با افزایش سرعت

هوای ورودی، متوسط سرعت ذرات جامد در هسته بستر

۹- نتیجهگیری

- Syamlal, M., and O'Brien, T.J. "Computer Simulation of Bubbles in a Fluidized Bed", AICHE Symp. Ser. Vol. 85, No. 1, pp. 22-31, 1989.
- Wen, C.Y. "Mechanics of Fluidization", Chem. Eng. Prog. Symp. Ser. Vol. 62, pp. 100-111, 1966.
- 22. Ogawa, S., Umemura, A., and Oshima, N. "On the Equations of Fully Fluidized Granular Materials", ZAMP. Vol. 31, No. 4, pp. 483-493, 1980.
- 23. Syamlal, M., Rogers, W., and OBrien, T.J. "MFIX Documentation Theory", United States, 1993.
- Lun, C.K.K., Savage, S.B., Jeffrey, D.J., and Chepurniy, N. "Kinetic Theories for Granular Flow: Inelastic Particles in Couette Flow and Slightly Inelastic Particles in a General Flow Field", J. Fluid Mech. Vol. 140, pp. 223-256, 1984.
- San Jose, M. J., Olazar, M., Benito, P. L., and Bolbao, J. "Hydrodynamics and Expansion of Fluidized Beds of Coarse Particles", Trans. Inst. Chem. Eng. vol. 73A, pp. 473-479, 1995.
- Johnson, P.C., and Jackson, R. "Frictional– Collisional Constitutive Relations for Granular Materials, with Application to Plane Shearing", J. Fluid Mech. Vol. 176, pp. 67-93, 1987.
- 27. Inc, ANSYS. "ANSYS FLUENT 12.0 (theory Guide)", United States, 2009.
- Kuwagi, K., Utsunomiya, H., Shimoyama, Y., Hirano, H., and Takami, T. "Direct Numerical Simulation of Fluidized bed with Immersed Boundary Method"; The 13th Int. Conf. fluidization eng. Gyeong-ju, Korea, 2010.
- Hoomans, B. P. B. "Granular Dynamics of Gas-Solid Two-Phase Flows", Universiteit Twente, Netherlands, 2000.
- Peltola, J. "Dynamics in a Circulating Fluidized Bed: Experimental and Numerical Study", MS thesis, Tampere University of Technology, Faculty of Automation, Mechanical and Material Technology, 2009.
- Jung, J., Gidaspow, D., and Gamwo, I.K. "Measurement of Two Kinds of Granular Temperatures, Stresses, and Dispersion in Bubbling Beds", Ind. Eng. Chem. Res. Vol. 44, No. 5, pp. 1329-1341, 2005.

- Benyahia, S., Syamlal, M., and O'Brien, T.J. "Study of the Ability of Multiphase Continuum Models to Predict Core-Annulus Flow", AIChE J. Vol. 53, No. 10, pp. 2549-2568, 2007.
- Guo, Y., Deng, B., Ge, D., and Shen, X. "CFD Simulation on Hydrodynamics in Fluidized Beds: Assessment of Gradient Approximations and Turbulence Models", Heat Mass Transfer. Vol. 51, No. 8, pp. 1067-1074, 2015.
- Khezri, R., Wan Ab Karim Ghani, W. A., Masoudi Soltani, S., Awang Biak, D. R., Yunus, R., Silas, K., and Rezaei Motlagh, S. "Computational Fluid Dynamics Simulation of Gas–Solid Hydrodynamics in a Bubbling Fluidized-Bed Reactor: Effects of Air Distributor, Viscous and Drag Models", Processes. Vol. 7, No. 8, 2019.
- Loha, C., Chattopadhyay, H., and Chatterjee, P.K. "Euler-Euler CFD Modeling of Fluidized Bed: Influence of Specularity Coefficient on Hydrodynamic Behavior", Particuology. Vol. 11, No. 6, pp. 673-680, 2013.
- Loha, C., Chattopadhaya, H., and Chatterjee, P.K. "Effect of Coefficient of Restitution in Euler–Euler CFD Simulation of Fluidized-Bed Hydrodynamics", Particuology. Vol. 15, pp. 170-177, 2014.
- Kshetrimayum, K.S., Park, S., Han, C., and Lee, C.J. "EMMS Drag Model for Simulating a Gas–Solid Fluidized Bed of Geldart B Particles: Effect of Bed Model Parameters and Polydisperity", Particuology. Vol. 51, pp. 142-154, 2020.
- Verma, V., Padding, J.T., Deen, N.G., and Kuipers, J.A.M. "Effect of Bed Size on Hydrodynamics in 3-D Gas–Solid Fluidized Beds", AIChE J. Vol. 61, No. 5, pp. 1492-1506, 2015.
- Ghasemi, H., Amini, Hassan., and Khayat, Morteza. "Experimental Study of Solid Particle Mixing in a Fluidized Bed Using Image Processing Method", Fluid Mech Aero J. Vol. 3, No. 1, 1393. (In Persian)
- Gelderbloom, S.J., Gidaspow, D., and Lyczkowski, R.W. "CFD Simulations of Bubbling/Collapsing Fluidized Beds for Three Geldart Groups", AIChE J. Vol. 49, No. 4, pp. 844-858, 2003.
- Gidaspow, D., Bezburuah, R., and Ding, J. "Hydrodynamics of Circulating Fluidized Beds: Kinetic Theory Approach", Illinois Inst of Tech. Chicago, USA, 1991.