

تحلیل پایداری یک کنترلر چند حلقه حاوی رگولاتورهای فیدبک خروجی و اشباع برای موتور هوایپیماهای تجاری

امین ایمانی^{ID*}^۱

دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

(دریافت: ۱۴۰۱/۰۳/۲۷، بازنگری: ۱۴۰۱/۰۴/۲۶، پذیرش: ۱۴۰۱/۰۵/۱۰)

DOR: <https://dor.net/dor/20.1001.1.23223278.1401.11.1.11.3>

چکیده

یک روش کارآمد جهت کنترل موتور هوایپیماهای تجاری ساختار چندحلقه Min-Max است. در این مقاله، یک کنترلر Min-Max با ساختار سوئیچینگ و حاوی رگولاتورهای فیدبک خروجی وتابع اشباع روی نرخ جریان سوخت برای یک موتور توربوفن طراحی می‌شود. علاوه بر عملکرد مطلوب، تحلیل پایداری یک مسئله مهم در فرآیند طراحی کنترلر برای موتورهای هوایی است. به دلیل رفتار سوئیچینگ Min-Max، پایداری تک تک حلقه‌ها پایداری کل سیستم را تضمین نمی‌کند؛ بنابراین یک روش جهت تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته ارائه می‌شود. برای این منظور، عملگرهای Min و Max وتابع اشباع با معادلهای غیرخطی آن‌ها جایگزین شده و ساختار سیستم کنترلی به شکل متعارف سیستم لور تبدیل می‌شود. سپس شرایط برای پایداری مجانبی استخراج شده و با استفاده از روش ارائه شده، اثبات پایداری مجانبی برای سیستم حلقه بسته انجام می‌گیرد. در یک شبیه‌سازی با مدل غیرخطی از یک موتور توربوفن، عملکرد کنترلر Min-Max طراحی شده در برآوردن تراست و مدیریت قیود با روش Min-Max/SMC مقایسه می‌شود.

کلیدواژه‌ها: موتور توربوفن تجاری، ساختار سوئیچینگ Min-Max، رگولاتور فیدبک خروجی، تابع اشباع غیرخطی، پایداری مجانبی.

Stability Analysis of a Multi-loop Controller Containing Output Feedback Regulators and a Saturation Function for Commercial Aircraft Engines

Imani, A.^{ID}

Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran

(Received:2022/06/17, Revised: 2022/07/17, Accepted: 2022/08/01, Published: 2022/08/23)

ABSTRACT

An efficient approach to control the engine of a commercial aircraft is the Min-Max multi-loop structure. In this paper, a Min-Max controller with a switching structure containing output feedback regulators and a saturation function on the fuel flow rate is designed for a turbofan engine. In addition to desirable performance, the stability analysis is an important issue in the process of controller design for aero-engines. Because of the switching behavior of the Min-Max approach, the stability of each single loop by itself does not ensure the stability of the whole system. Therefore, a procedure is provided to analyze the stability of the closed loop system. For this purpose, the Min and Max operators and the saturation function are replaced by their nonlinear equivalents and the structure of the control system is converted to the canonical configuration of the Lure's system. Then, the conditions for asymptotic stability are extracted and using the presented approach, an asymptotic stability proof is achieved for the closed loop system. In a simulation study with the nonlinear model of a turbofan engine, the performance of the designed Min-Max controller in the thrust attainment and limitation management is compared with the Min-Max/SMC technique.

Keywords: Commercial turbofan engine, Min-Max switching structure, Output feedback regulator, Nonlinear saturation function, Asymptotic stability.

Max، تجزیه و تحلیل پایداری است. با توجه به ماهیت سوئیچینگ الگوریتم Min-Max، پایداری تک حلقه‌ها لزوماً پایداری کل سیستم را تضمین نمی‌کند. مطالعات اندکی به این موضوع پرداخته‌اند. پایداری یک سیستم حلقه بسته شامل یک متغیر کنترل شده و یک خروجی محدود با یک کنترل کننده Min-Max حاوی جبران کننده‌های خطی توسط لوپز و مارتین [۱۰] و گلانفلدر و شوفلبرگ [۱۱] مورد مطالعه قرار گرفته است. در تحقیق دیگری، پایداری غیر مجانبی یک طرح مشابه با جبران کننده‌های خطی توسط جوهانسون [۱۲] با استفاده از ابزارهای سیستم‌های تکه‌ای خطی و توابع لیپاپانوف چندگانه تحلیل شده است. ریچتر [۱۳] نیز پایداری مجانبی ساختار Min-Max حاوی رگولاتورهای مود لغشی^۱ و بدون اشباع ورودی را به شیوه‌ای پیچیده با استفاده از توابع لیپاپانوف و تکنیک‌های مجموعه ناوردا^۲ اثبات کرد، سپس استراتژی Min-Max/SMC را برای کنترل یک موتور توربوفن با نسبت کنارگذر بالا اعمال نمود [۱۴]. در سال‌های اخیر، ایمانی و منتظری [۱۵] یک روش جامع برای بررسی پایداری ساختار حاوی رگولاتورهای فیدبک حالت ارائه کردند و در تحقیقی پایداری کنترلر Min-Max حاوی رگولاتورهای فیدبک حالت و تابع اشباع را بررسی نمودند [۱۶]؛ اما تاکنون هیچ روشی برای تجزیه و تحلیل پایداری ساختار Min-Max حاوی چندین رگولاتور فیدبک خروجی و تابع اشباع برای کنترل موتور هوایی نشده است، در حالی که این ساختار در تحقیقات معتبری برای کنترل موتور هوایی بکار گرفته شده است [۱۷ و ۱۸].

در این مقاله، یک کنترلر انتخاب‌گر Min-Max با چندین رگولاتور فیدبک خروجی برای یک مدل موتور توربوفن طراحی می‌شود. یک سیستم خطی به دست آمده از یک مدل غیرخطی سطح جزء^۳ به عنوان سیستم در نظر گرفته شده و رگولاتورها با استفاده از روش‌های فیدبک خروجی طراحی می‌شوند. یک بلوك اشباع نیز برای جلوگیری از افزایش یا کاهش بیش از حد نرخ جریان سوخت در نظر گرفته شده تا احتمال وقوع پدیده خطرناک سرج کمپرسور و خاموشی محفظه احتراق را کاهش دهد. سپس

۱- مقدمه

سیستم کنترل موتور هواییما باید تراست مورد درخواست خلبان را در شرایط مختلف پرواز به نحو دقیق و ایمنی تأمین نماید. دستیابی به چنین عملکردی برای موتور هواییما به دلیل وجود محدودیت‌های ساختاری و فیزیکی مانند حداکثر سرعت روتور، حداکثر دمای توربین و همین‌طور محدودیت‌های عملکردی موتور مانند حداقل و حداکثر فشار استاتیکی محفظه احتراق، حداقل حاشیه سرج کمپرسور و موارد مشابه پیچیده است [۱]. بعضی محدودیت‌ها مربوط به حالت پایا هستند و عملکرد موتور را در وضعیت پایا محدود می‌کنند بعضی دیگر محدودیت‌های دینامیکی هستند که عملکرد موتور را در وضعیت گذرا مقید می‌کنند. کنترلر انتخاب‌گر Min-Max یک طرح کنترلی است که برای موتور هوایی‌های تجاری بکار گرفته می‌شود [۲ و ۳]. در این روش متغیر کنترل شده اصلی (یعنی نماینده تراست) و هر کدام از متغیرهای مقید موتور یک رگولاتور جداگانه دارند و سیگنال کنترلی به گونه‌ای عمل می‌کند که الزامات گذرا و پایا را تأمین نموده و متغیرهای مقید را در محدوده مجاز نگه دارد [۴-۶]. یکی از مزایای ساختار Min-Max آن است که سیستم‌های فیدبک در هر زمان به صورت جداگانه عمل می‌کنند بنابراین رگولاتورها می‌توانند به صورت جداگانه با استفاده از روش‌های کنترلی مختلف طراحی شوند. از آنجایی که سوئیچ بین رگولاتورها تنها زمانی اتفاق می‌افتد که خروجی یکی از رگولاتورهای غیرفعال، خروجی رگولاتور فعل را قطع کند، لذا یک مشخصه مفید دیگر ساختار Min-Max تغییر بدون جهش رگولاتورها است که منجر به ناپیوستگی ناگهانی در متغیر کنترل شده نمی‌شود. علاوه بر موتورهای هواییما و موتورهای توربین گاز صنعتی [۷ و ۸]، ساختار مدیریت قیود Min-Max را می‌توان برای فرآیندهای صنعتی اعمال کرد که در آن‌ها خروجی اصلی بین نقاط تنظیم کنترل می‌شود و مجموعه‌ای از خروجی‌های سیستم باید بین محدودیت‌های موردنظر نگه داشته شوند [۹].

علیرغم استفاده زیاد از سیستم‌های کنترل Min-Max رگولاتورهای خطی در موتورهای هواییما، بررسی رفتار دینامیکی چنین ساختاری تنها در تحقیقات کمی انجام شده است. یک مسئله مهم در طراحی کنترل کننده- Min-

¹ Sliding mode

² Invariant set

³ Component level

مدل سازی و تحلیل سیستم‌های ترمودینامیکی (T-MATS) ارائه شده توسط مرکز تحقیقات گلن ناسا (GRC) استفاده می‌کند. T-MATS یک نرمافزار متن باز است که مدل‌سازی ترمودینامیکی موتور توربین گاز را ساده می‌کند [۲۳]. در این نرمافزار از تکنیک تعادل انرژی و نقشه‌های اجزاء برای توصیف سیستم توربوماشینی غیرخطی استفاده می‌شود. برای هر جزء موتور یک بلوک جدآگانه وجود دارد. بلوک‌های اجزاء شامل: بلوک محیطی که برای تعیین شرایط ورودی موتور با توجه به ارتفاع و عدد ماخ استفاده می‌شود، بلوک کمپرسور که برای محاسبه خروجی‌های کمپرسور و توان موردنیاز با استفاده از نقشه کمپرسور استفاده می‌شود، یک بلوک محافظه احتراق که دمای ورودی توربین را با توجه به مقدار جریان سوخت تعیین می‌کند، بلوک توربین که شرایط گاز خروجی توربین و همچنین توان تحولی را محاسبه می‌کند، بلوک نازل که برای تعیین میزان تراست و شرایط خروجی استفاده می‌شود؛ و بلوک شفت که از تفاوت بین قدرت کمپرسور و توربین و سرعت فعلی محور برای تعیین دینامیک روتور استفاده می‌کند.

مدل غیرخطی حول یک نقطه کاری (ارتفاع 0° ، ماخ 0° و میزان سوخت برابر با $W_f = 1.112 \text{ kg/s}$) با استفاده از روش‌های شناسایی سیستم برای طراحی کنترل کننده خطی شده است. برای این منظور، یک سیگنال غنی به فرم^۲ APRBS با حداکثر دامنه 0.2 kg/s برای ورودی جریان سوخت تعریف شده و به مدل غیرخطی ترمودینامیکی در نقطه کاری اعمال شده است. سپس خروجی‌های لازم استخراج شده و با استفاده از داده‌های ورودی خروجی و جعبه‌ابزار شناسایی سیستم^۳ نرمافزار MATLAB، ماتریس‌های مدل خطی تعیین شده‌اند. تطبیق مدل خطی به دست آمده و مدل غیرخطی بیش از ۹۵٪ است.

مدل خطی سیستم با ورودی یکپارچه^۴ به شرح زیر است:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ \dot{u} &= u_r \\ y_i &= C_i x + D_i u \end{aligned} \quad (1)$$

² Amplitude-modulated Pseudo Random Binary Sequence (APRBS)

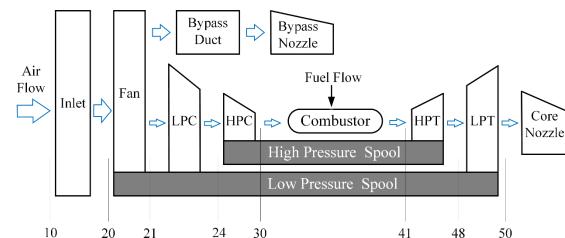
³ System Identification Toolbox

⁴ Integrated input

برای اولین بار پایداری سیستم حلقه بسته با کنترلر Min-Max حاوی رگولاتورهای فیدبک خروجی و تابع اشباع تحلیل می‌شود. برای این منظور، ساختار سیستم کنترلی به یک پیکربندی متعارف تبدیل شده و شرط پایداری مجانبی مشخص می‌گردد. پس از آن، پایداری مجانبی سیستم کنترلی تضمین شده و عملکرد کنترل Min-Max چند رگلاتوری با روش Min-Max/SMC مقایسه می‌شود.

۲- مدل موتور توربوفن

موتورهای جت اساساً بر اساس چرخه ترمودینامیکی ژول-برايتون کار می‌کنند. شکل ۱ اجزای مختلف یک موتور توربوفن دومحوره را نشان می‌دهد. پنج جزء دور عبارت‌اند از: فن، کمپرسور فشار پایین (LPC) و توربین فشار پایین (LPT) بر روی محور فشار بالا (HPT) بر روی محور فشار بالا. موتور توربوفن مورد مطالعه در این مقاله در کلاس تراست 30000 lbf (134 kN) با نسبت کنارگذر $5/5$ ، نسبت فشار کلی^۱ (OPR) برابر 34 و دبی جرمی هواي ورودی kg/s 427 است. سرعت طراحی برای فن و محور هسته به ترتیب 5000 rpm و 14460 rpm است [۲۰ و ۱۹].

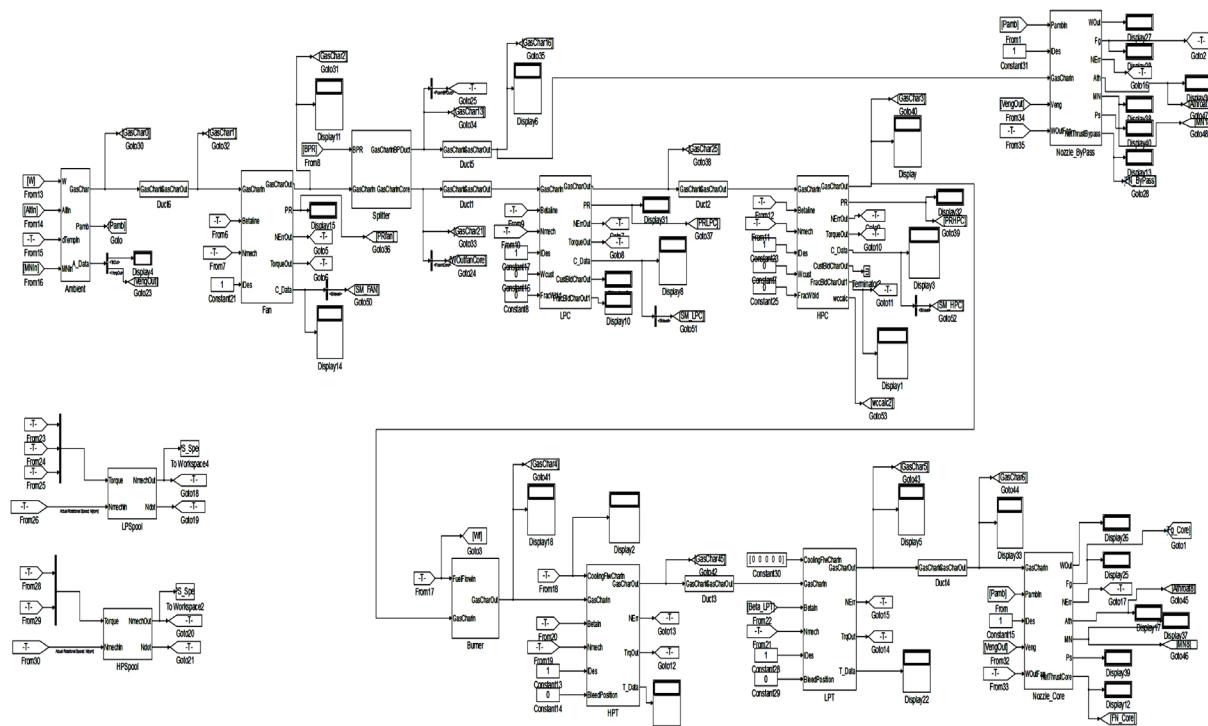


شکل (۱). شماتیک یک موتور توربوفن دومحوره

مدل سازی موتورهای توربین گاز نقش بسزایی در ارزیابی عملکرد و طراحی سیستم کنترل دارد. یک مدل سطح جزء ترمودینامیکی [۲۱ و ۲۲] که بر اساس اصول کار MATLAB/Simulink توربین گاز کار می‌کند، در محیط پیاده‌سازی شده و به عنوان مدل موتور غیرخطی استفاده می‌شود. داده‌های مدل با داده‌های موجود از موتور CFM56-5B و همین‌طور مدل توسعه‌یافته در نرمافزار Gasturb 10 صحبت‌سنگی شده است. شکل ۲ تصویر مدل موتور را نشان می‌دهد. این مدل از جعبه‌ابزار برای

¹ Overall Pressure Ratio (OPR)

که $x = \begin{bmatrix} \Delta N_f & \Delta N_c \end{bmatrix}^T$ بردار متغیرهای حالت شامل نمو سرعت فن و نمو سرعت هسته بر حسب rpm است.



شکل (۲). تصویر مدل موتور در محیط MATLAB-Simulink

در نظر گرفته می‌شوند [۳]. برای این هدف، در هر شرایط پرواز (ارتفاع، ماخ و دما)، سیستم کنترل موتور، فرمان دریچه گاز خلبان را از یک مقدار تراست موردنظر به یک سرعت فن یا نقطه تنظیم EPR تبدیل می‌کند [۲۴ و ۳]. برای جلوگیری از خرابی مکانیکی قطعات دوار، سرعت هسته باید محدود شود. دمای ورودی توربین فشار بالا یک متغیر از بالا مقید برای جلوگیری از خرابی بخش‌های با دمای بالا است. این متغیر را نمی‌توان به طور قابل اعتمادی اندازه‌گیری کرد و دمای خروجی HPT یعنی T-48 به طور کلی به عنوان یک جایگزین برای اهداف کنترل در نظر گرفته می‌شود [۱۷]. میزان این محدودیت‌ها با توجه به مشخصات فیزیکی اجزای موتور تعیین می‌شود. به منظور جلوگیری از فشار بیش از حد محفظه احتراق، فشار استاتیک احتراق (Ps3) به عنوان یک متغیر از بالا مقید در نظر گرفته می‌شود. همچنین، برای جلوگیری از خاموشی محفظه احتراق در حالت پایا و برای حفظ عملکرد پایدار موتور در حالت دور آرام، این پارامتر باید یک متغیر از پایین مقید باشد [۲]. ممکن است در حین کاهش ناگهانی سرعت موتور در حالت گذرا، پدیده خطرناک سرج برای کمپرسور فشار پایین و همین‌طور خاموشی محفظه احتراق اتفاق بیافتد. به منظور جلوگیری از این شرایط، حد پایینی برای نرخ جریان سوخت توسطتابع اشباع تعریف شده است که نرخ

$u = \Delta W_f$ نمو جریان سوخت به عنوان ورودی کنترلی بر حسب kg/s است. y نمو خروجی‌ها شامل سرعت محور فشار پایین، سرعت محور فشار بالا، فشار استاتیکی خروجی کمپرسور و دمای خروجی توربین فشار بالا هستند.

ماتریس‌های مدل به صورت زیر است:

$$A = \begin{bmatrix} -1.55 & 0.0405 \\ -0.1221 & -1.798 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2395 \\ 5656 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = [1 \ 0], \quad D_1 = 0$$

$$C_2 = [0 \ 1], \quad D_2 = 0$$

$$C_3 = [7.05 \ 1.07] \times 10^{-3}, \quad D_3 = 6.227$$

$$C_4 = [-7.82 \ -0.78] \times 10^{-2}, \quad D_4 = 450.5$$

$$C_5 = [7.05 \ 1.07] \times 10^{-3}, \quad D_5 = 6.227$$

۳- الزامات کنترل و ساختار Min-Max چند رگولاتوری

الزامات کنترلی متعددی در سیستم موتور هواپیما وجود دارد. مهم‌ترین الزامات در اینجا شرح داده می‌شود. مقدار تراست پارامتر اصلی کنترل شده برای موتورهای هواپیما است، در حالی که این متغیر را نمی‌توان به طور قابل اعتمادی اندازه‌گیری کرد؛ بنابراین، پارامتر سرعت فن یا نسبت فشار موتور که فشار خروجی توربین فشار پایین تقسیم بر فشار ورودی موتور است ($P50/P20$)^۱ و ارتباط زیادی با مقدار تراست دارد، عموماً برای کنترل غیرمستقیم تراست

^۱ Engine Pressure Ratio (EPR)

یک از رگولاتورهای حد پایین بزرگ‌تر است؛ بنابراین دستور تراست موردنظر نیز محقق می‌شود.

عمل انتگرالی برای دستیابی به حلقه‌های کنترلی نوع ۱ برای تنظیم بدون انحراف و کاهش اثرات اغتشاش استفاده می‌شود [۲۵]. رگولاتورهای سرعت فن و خروجی‌های مقید از بالا (یعنی N_c , $Ps3_{max}$, $T-48$) به انتخاب گر Min متصل می‌شوند، در حالی که رگولاتور متغیر مقید از پایین $Ps3_{min}$ به انتخاب گر Max متصل است. فرض بر این است که رگولاتور کنترل تراست K_1 یک جبران‌کننده دینامیکی است و رگولاتورهای مربوط به متغیرهای مقید (یعنی K_2, \dots, K_5) ضرایب ثابت هستند. در بخش بعدی، روشی برای تجزیه و تحلیل پایداری سیستم کنترل $Min-Max$ ارائه می‌شود و سپس عملکرد کنترل‌کننده ارزیابی می‌گردد.

۴- تحلیل پایداری سیستم کنترلی

به منظور بررسی پایداری طرح سوئیچینگ $Min-Max$ ، ساختار سیستم کنترلی (شکل ۳) به فرم متعارف سیستم لور^۱ تبدیل می‌شود. سپس شرط پایداری مطلق سیستم حلقه بسته مشخص می‌شود. ابتدا، بر اساس شکل ۴، یک پیکربندی مجدد انجام شده و رگولاتورهای ثابت به فیدبک منتقل می‌شوند. در پیکربندی جدید، $r'_i = r_i K_i$ ، for $i=1, \dots, 4$ و همچنین $Max = \frac{G'_i(s)}{s}$ ، for $i=1, 2, \dots, l$ حاوی بیش از دو ورودی به انتخاب گرهای دو-ورودی تجزیه می‌شوند. شکل ۵ این تجزیه را نشان می‌دهد. انتخاب گرهای Max و Min با غیرخطی‌های معادل خود جایگزین می‌شوند. شکل ۶ انتخاب گرهای Min و Max و معادلهای آن‌ها را نشان می‌دهد. مطابق شکل (۶-a)، برای تعیین معادل Min داریم:

$$u_s = \min \{ (r' - x), u \} = u + \min \{ r' - x - u, 0 \} \quad (3)$$

با استفاده از مشخصه عملگر Min که $\min(a, b) = -\max(-a, -b)$ ، معادله (۳) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$u_s = u - \max \{ (x + u - r'), 0 \} \quad (4)$$

که خروجی معادل Min است (شکل ۶-b). معادل Max به روی مشابه مشخص می‌شود. مطابق شکل ۶-c)، داریم:

$$u_s = \max \{ (r' - x), u \} = u + \max \{ r' - x - u, 0 \} \quad (5)$$

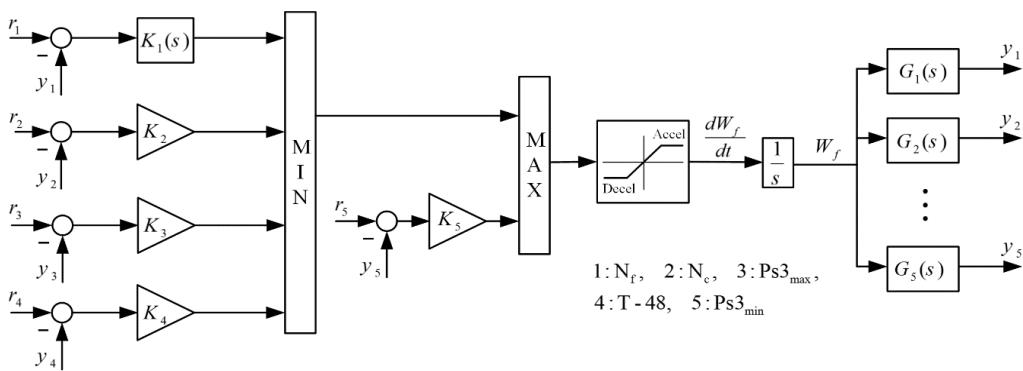
کاهش سوخت را محدود می‌کند.تابع اشباع همچنین یک حد بالایی بر روی نرخ جریان سوخت ایجاد می‌کند که سرعت جریان سوخت را در شرایط شتاب مثبت محدود می‌کند تا از وقوع سرج برای کمپرسور فشار بالا و همچنین از تنش بیش از حد روتور جلوگیری کند [۱۸ و ۱۷].

در این پژوهش، کنترل کننده موتور باید فرمان سرعت فن موردنظر را به عنوان نماینده تراست برآورده کند و متغیرهای مقید زیر را در محدوده خود در حالت پایا و گذرا حفظ کند:

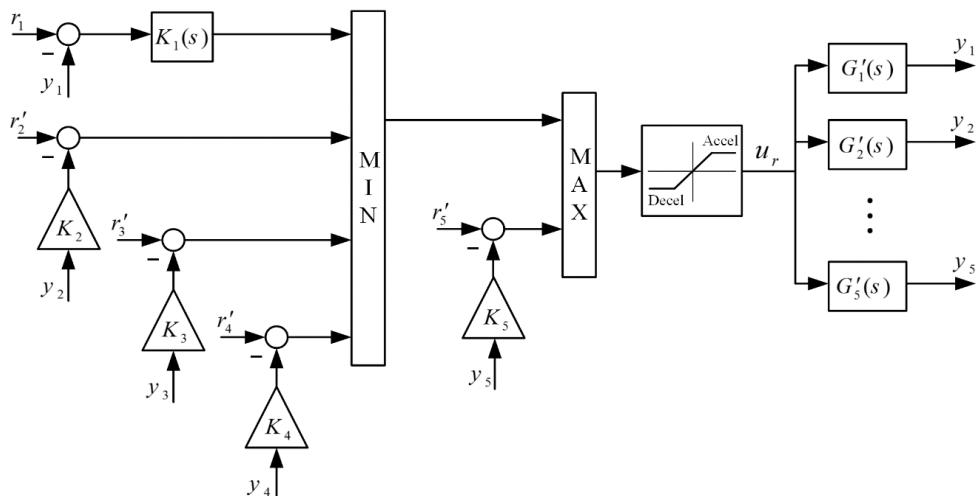
$$\begin{cases} \Delta N_c (y_2 \leq r_2) \\ \Delta Ps3_{max} (y_3 \leq r_3) \\ \Delta T - 48 (y_4 \leq r_4) \\ \Delta Ps3_{min} (y_5 \geq r_5) \\ \frac{dW_f}{dt} (u_{r_{min}} \leq u_r \leq u_{r_{max}}) \end{cases} \quad (2)$$

یک سیستم چند رگولاتوری $Min-Max$ حاوی رگولاتورهای فیدبک خروجی و تابع اشباع برای موتور توربوفن طراحی شده است. شکل ۳ معماری سیستم کنترل را با ورودی یکپارچه نشان می‌دهد. هر یک از محدودیت‌های فیزیکی و عملیاتی موتور یک رگولاتور جداگانه دارد. هر رگولاتور یک نرخ جریان سوخت تولید می‌کند که قید مربوطه را حفظ کند. جریان سوخت به دست آمده از رگولاتور اصلی و هر یک از رگولاتورهای مربوط به قیود حد بالا به انتخاب گر Min وارد می‌شود. حداقل جریان سوخت انتخاب شده مربوط به رگولاتوری است که متغیر آن نزدیک‌ترین به حد مجاز است؛ بنابراین، از هیچ‌یک از حدود بالا تجاوز نمی‌شود. در مرحله بعد، خروجی رگولاتورهای مربوط به قیود حد پایین با هم مقایسه می‌شوند. خروجی انتخاب گر Min و هر یک از رگولاتورهای حد پایین به عملگر Max وارد می‌شود. در این شرایط، حدکث سیگنال انتخاب می‌شود و این تضمین {می‌کند که از هیچ‌یک از حدود پایین تجاوز نمی‌شود؛ بنابراین، خروجی ساختار $Min-Max$ سیگنال نرخ جریان سوختی است که تضمین می‌کند که هیچ‌یک از محدودیت‌های فیزیکی و عملیاتی نقض نمی‌شود [۲]. با این حال، زمانی که موتور به گونه‌ای کار می‌کند که متغیرهای مقید از قیود دور باشند، خروجی رگولاتور اصلی که برای مدیریت تراست استفاده می‌شود کمتر از سیگنال‌های تولیدشده توسط هر یک از رگولاتورهای حد بالایی است و همچنین از سیگنال‌های تولیدشده توسط هر

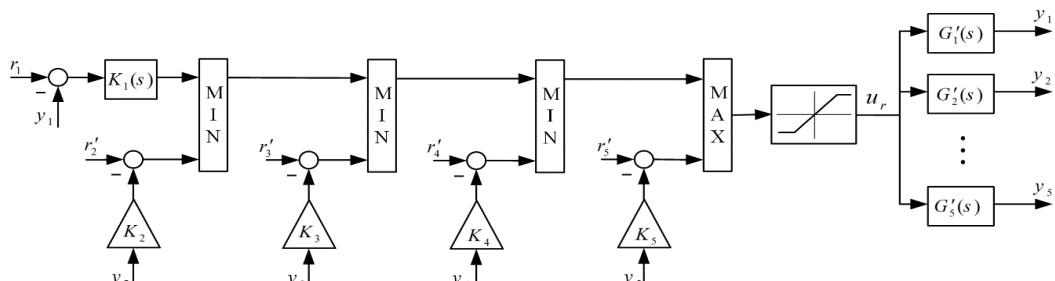
^۱ Lure's system



شکل (۳). کنترلر Min-Max



شکل (۴). پیکربندی مجدد ساختار Min-Max



شکل (۵). جداسازی ساختار Min-Max

عنصر اشباع نیز با معادل حاوی ناحیه مرده^۱ مطابق شکل ۷ جایگزین می‌شود. برای دستیابی به این معادل، بلوک اشباع به صورت یک منطق برتری^۲ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$u_r = \min \{ \max(u_{r\min}, u_s), u_{r\max} \} \quad (7)$$

با استفاده از ویژگی عملگر Max که $\max(a, b) = -\min(-a, -b)$ معادله (۷) به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$u_s = u - \min \{ (x + u - r'), 0 \} \quad (8)$$

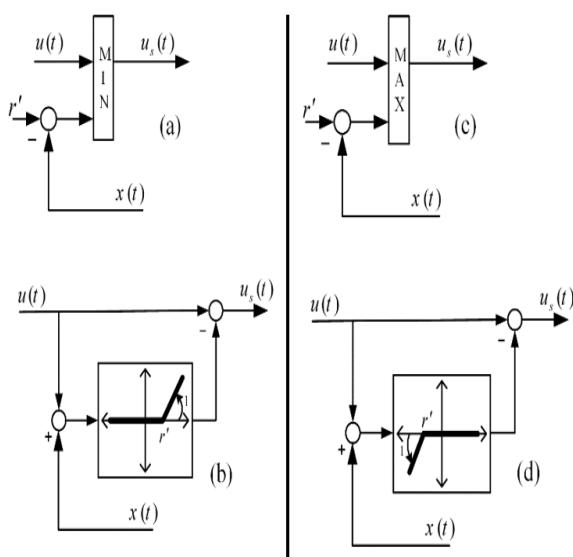
که خروجی معادل Max (شکل ۶) است.

¹ Dead Zone

² Override Logic

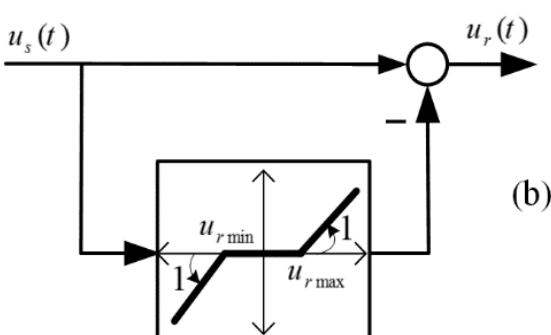
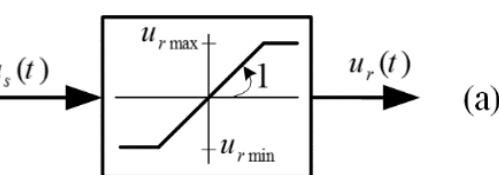
(۱۰)، دینامیک بین t_i و z_i تعیین می‌شود. بر این اساس، سیستم کنترل شکل (۸) به فرم جدید شکل ۹ تبدیل می‌شود که ماتریس دینامیکی $H(s)$ عبارت است از:

$$H(s) = \begin{bmatrix} G'_1 K_2 - G'_1 K_1 & \dots & G'_1 K_2 - G'_1 K_1 \\ G'_1 K_3 + 1 & G'_3 K_3 - G'_1 K_1 & \dots & G'_3 K_3 - G'_1 K_1 \\ G'_1 K_4 + 1 & G'_4 K_4 + 1 & G'_4 K_4 - G'_1 K_1 & \dots & G'_4 K_4 - G'_1 K_1 \\ G'_1 K_5 + 1 & G'_5 K_5 + 1 & G'_5 K_5 + 1 & G'_5 K_5 - G'_1 K_1 & G'_5 K_5 - G'_1 K_1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -G'_1 K_1 \end{bmatrix} \quad (13)$$



شکل (۶). انتخاب‌گر Min (a)، معادل انتخاب‌گر Min (b)، Max (c)، معادل انتخاب‌گر Max (d).

انتخاب‌گر Min (a)، معادل انتخاب‌گر Min (b)



شکل (۷). بلوک اشباع (a) و معادل آن (b)

بنابراین با استفاده از خاصیت انتخاب‌گر Max که $\max(a, b) = -\min(-a, -b)$ داریم:

$$\begin{aligned} u_r &= \min \left\{ \max \left(\underbrace{u_{r\min}}_{+u_s - u_s}, u_s \right), u_{r\max} \right\} \quad (8) \\ &= \min \left\{ u_s + \max(u_{r\min} - u_s, 0), u_{r\max} \right\} \\ &= \min \left\{ u_s - \min(u_s - u_{r\min}, 0), u_{r\max} \right\} \\ &= u_s + \min \left\{ -\min(u_s - u_{r\min}, 0), u_{r\max} - u_s \right\} \end{aligned}$$

اکنون با استفاده از ویژگی عملگر Min که $\min(a, b) = -\max(-a, -b)$ ، معادله (۸) به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$u_r = u_s - \max \left\{ \min(u_s - u_{r\min}, 0), u_s - u_{r\max} \right\} \quad (9)$$

که برابر خروجی معادل اشباع (شکل ۷-b) است.

بر این اساس، همان‌طور که در شکل ۸ نشان داده شده است، نمای جدیدی از ساختار کنترل Min-Max به دست آمده است. به منظور استفاده از راهکارهای مسئله لور دینامیک بین خروجی‌های t_i و ورودی‌های z_i مربوط به توابع استاتیکی تعیین می‌شود [۲۶]. از این‌رو، با استفاده از

شکل ۸، داریم:

$$\begin{cases} z_1 = -y_1 K_1 + y_2 K_2 \\ z_2 = -y_1 K_1 + y_3 K_3 - t_1 \\ z_3 = -y_1 K_1 + y_4 K_4 - t_1 - t_2 \\ z_4 = -y_1 K_1 + y_5 K_5 - t_1 - t_2 - t_3 \\ z_5 = -y_1 K_1 - t_1 - t_2 - t_3 - t_4 \end{cases} \quad (10)$$

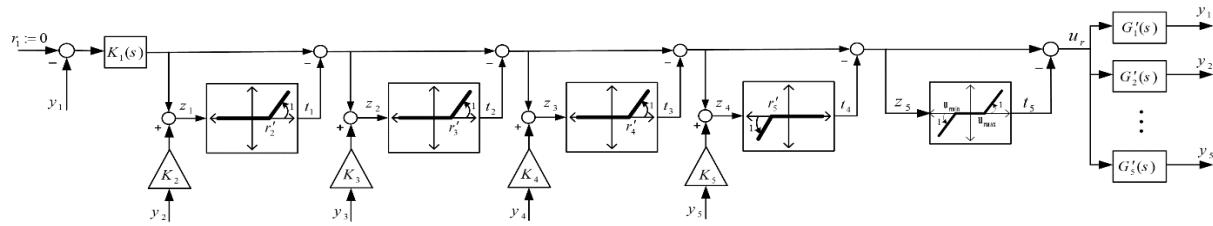
تابع تبدیل سیستم ارتباط بین خروجی‌های y_i و u_r را نشان می‌دهد:

$$y_i = G'_i(s) u_r, \quad \text{for } i=1,2,\dots,5 \quad (11)$$

نرخ ورودی کنترلی نیز با استفاده از شکل ۸ به صورت زیر مشخص می‌شود:

$$u_r = -y_1 K_1 - t_1 - t_2 - \dots - t_5 \quad (12)$$

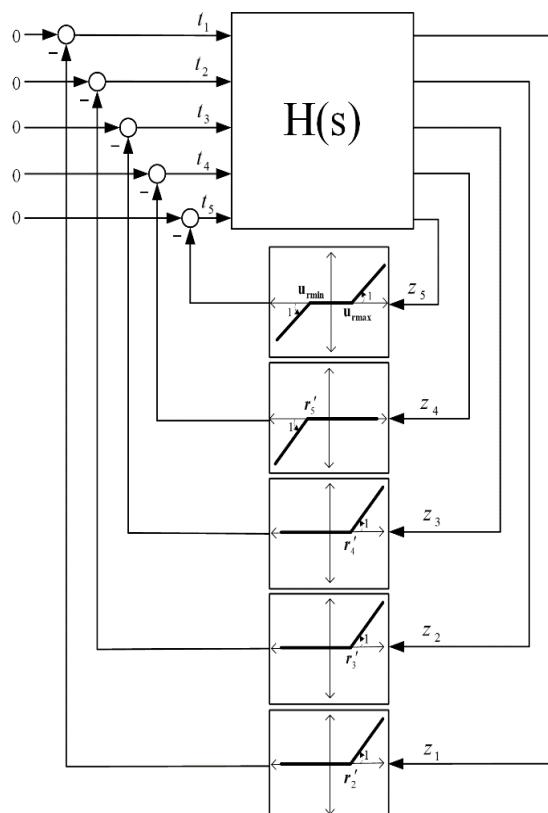
با استفاده از معادلات (۱۱) و (۱۲)، y_i ها بر اساس متغیرهای t_i تعیین می‌شوند، با جایگذاری y_i در معادلات



شکل (۸). نمای جدید از سیستم کنترلی Min-Max

بسته در پیکربندی سیستم لور (مطابق شکل ۹) پایدار مطلق^۳ یا پایدار مجانی کلی^۴ است اگر $A + \Gamma_2 H^T [I + \Gamma_1 H]^{-1} A^T$ اکیداً مثبت حقیقی^۵ باشد.

اگر شرط قطاع (۱۵) برای همه $Z \in R^p$ برآورده نشود، پایداری مجانی برای یک زیرمجموعه محاسبه اراضی شرط اکیداً مثبت حقیقی، لم زیر در نظر گرفته شده است:



شکل (۹). سیستم حلقه بسته در یک فرم متعارف جهت تحلیل پایداری

پیکربندی جدید که به عنوان سیستم لور شناخته می‌شود شامل یک بلوک چند متغیره دینامیکی و بلوک‌های غیرخطی استاتیکی در فیدبک [۲۶] است و تجزیه و تحلیل پایداری آن راحت‌تر است. معیار دایره چند متغیره برای تجزیه و تحلیل پایداری پیکربندی جدید اعمال می‌شود.

قضیه [۲۶]: معیار دایره چند متغیره

فرض کنید که:

- $H(s)$ یک ماتریس مربعی با عناصر تابع تبدیل سره است که تحقق کمینه زیر را دارد:

$$\begin{cases} \dot{X} = A'X + B'T \\ Z = C'X + D'T \end{cases} \quad (14)$$

که (A', B', C', D') ماتریس‌های تحقق، $X \in \mathbb{R}^q$ بردار حالت است و $T, Z \in \mathbb{R}^p$ به ترتیب بردار ورودی و خروجی هستند.

استاتیکی است که به صورت محلی در Z لیپشیتز^۱ هستند. همچنین این بردار شرط قطاع^۲ را به شرح زیر برآورده می‌کند:

$$[\Phi(Z) - \Gamma_1 Z]^T [\Phi(Z) - \Gamma_2 Z] \leq 0 \quad \text{for } \forall Z \in R^p \quad (15)$$

که Γ_1 و Γ_2 ماتریس‌های قطری حقیقی هستند که قطاع‌های احاطه‌کننده غیرخطی‌های استاتیکی را تعریف می‌کنند و $(\Gamma = \Gamma_2 - \Gamma_1 = \Gamma^T > 0)$. مبدأ $X = 0$ یک نقطه تعادل سیستم (۱۴) برای تمام غیرخطی‌هایی است که شرط قطاع (۱۵) را برآورده می‌کند. آنگاه سیستم حلقه

^۳ Absolute Stable

^۴ Globally Asymptotically Stable

^۵ Strictly Positive Real

^۱ Lipschitz

^۲ Sector

(۰) Φ به دست می‌آید. با استفاده از لم مکمل شور^۳ [۲۸] معادله ریکاتی (۱۶) را می‌توان به عنوان یک مسئله امکان‌سنجی LMI فرموله کرد، بنابراین ماتریس $P > 0$ باید نامஸلوی زیر را برآورده کند:

$$\begin{bmatrix} A'^T P + PA' & PB' - C'^T \Gamma_2 \\ B'^T P - \Gamma_2 C' & -2I - \Gamma_2 D' - D'^T \Gamma_2 \end{bmatrix} < 0 \quad (۱۷)$$

در بخش بعدی، پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته با کنترلر Min-Max طراحی شده بررسی می‌شود.

۵- شبیه‌سازی و تحلیل نتایج

رگولاتورهای Min-Max به گونه‌ای طراحی می‌شوند که هر حلقه کنترلی پایدار باشد. همچنین سیستم چند رگولاتوری باید عملکرد رضایت‌بخشی در تعقیب دستور تراست و حفظ قیود داشته باشد؛ بنابراین، رگولاتورها به صورت زیر مدنظر قرار می‌گیرند:

$$K_1(s) = \frac{0.0009(0.5s+1)}{0.02s+1}, \quad K_2 = 0.0006, \quad (۱۸)$$

$$K_3 = 0.1, \quad K_4 = 0.005, \quad K_5 = 0.1$$

فرض بر این است که نرخ جریان سوخت بین $0.5kg / s^2$ و $0.5kg / s^2$ است و حدود مربوط به خروجی‌های مقید به صورت زیر هستند:

$$r_2 = 563rpm, \quad r_3 = 3.95bar, \quad (۱۹)$$

$$r_4 = 70K, \quad r_5 = -4.3bar$$

برای تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته، سیستم خطی معادل $H(s)$ بر اساس رابطه (۱۳) به صورت زیر مشخص می‌شود:

$$H(s) = \frac{\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{15} \\ h_{21} & \ddots & & \\ \vdots & & & \\ h_{51} & \cdots & & h_{55} \end{bmatrix}}{s^4 + 53.35s^3 + 224.1s^2 + 349.4s + 204.1} \quad (۲۰)$$

[۲۷]: لم

فرض کنید $F(s)$ یک ماتریس تابع تبدیل با تحقق کمینه^۱ زیر باشد:

$$F(s) \sim \min \left[\frac{M}{Q} \middle| \frac{N}{W} \right]$$

آنگاه عبارات زیر معادل هستند:

(۱) M یک ماتریس هورویتز^۲ است و $F(s)$ اکیداً مثبت حقیقی است.

(۲) $W + W^T > 0$ و ماتریس‌های معین مثبت P و R وجود دارد، $M^T P + PM + (Q - N^T P)^T (W + W^T)^{-1} (Q - N^T P) + R = 0$ به طوری که بر اساس فرم توابع استاتیکی در شکل ۹، ماتریس Γ_1 به صورت ماتریس صفر تعریف می‌شود؛ بنابراین، برای تضمین پایداری مجانبی، کافی است که $[I + \Gamma_2 H]$ اکیداً مثبت حقیقی باشد. با استفاده از تحقق کمینه $H(s)$ ، یعنی رابطه (۱۴)، تحقق کمینه برای $[I + \Gamma_2 H]$ به صورت زیر تعیین می‌شود.

$$[I + \Gamma_2 H] \sim \min \left[\frac{A'}{\Gamma_2 C'} \middle| \frac{B'}{I + \Gamma_2 D'} \right]$$

حال با استفاده از عبارات لم، اگر شرایط زیر برقرار باشد، آنگاه $[I + \Gamma_2 H]$ اکیداً مثبت حقیقی بوده و شرط دایره چند متغیره برآورده می‌شود:

(۱) ماتریس A' هورویتز باشد

$$2I + \Gamma_2 D' + D'^T \Gamma_2 \quad (۲)$$

(۳) ماتریس‌های متقاضن مثبت معین P و R وجود داشته باشند که معادله ریکاتی زیر را برآورده کنند:

$$A'^T P + PA' + [\Gamma_2 C' - B'^T P]^T [2I + \Gamma_2 D' + D'^T \Gamma_2]^{-1} [\Gamma_2 C' - B'^T P] + R = 0 \quad (۱۶)$$

بنابراین، پایداری مجانبی سیستم کنترل حول مبدأ $X = 0$ تضمین می‌شود. علاوه بر این، تابع لیپاپنوف $V = X^T P X$ برای ارتباط متقابل فیدبک منفی و $H(s)$ و

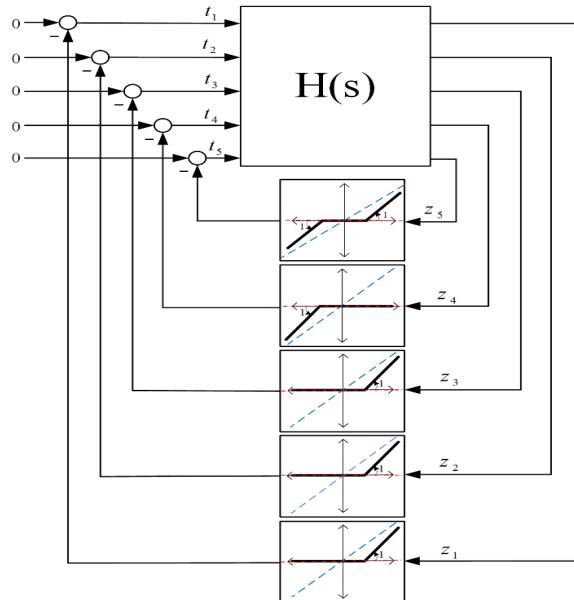
^۳ Schur Complement Lemma

^۱ Minimal Realization

^۲ Hurwitz Matrix

توابع استاتیکی داریم $t_i = 0$, for $i = 1, 2, \dots, 5$. حال با توجه به روابط (۱۱) و (۱۲)، یعنی $y_1 = G'_1(s) u_r$ و $u_r = -y_1 K_1(s) - t_1 - t_2 - \dots - t_5$ در طول رژیم حالت پایا ($t \rightarrow \infty$)، خروجی اصلی به صفر می‌کند ($y_1 \rightarrow 0$). این نشان‌دهنده پایداری مجانبی سیستم کنترل است. اصلی در حول نقطه تعادل آن است.

شکل ۱۰ وضعیت قطاع‌های انتخاب‌شده را نشان می‌دهد. طبق تعریف قطاع‌ها (۲۲)، مرزهای قطاع‌ها توابع غیرخطی استاتیکی را بسیار دور از مبدأ قطع می‌کنند، بنابراین سیستم حلقه بسته پایدار مطلق با یک ناحیه جذب بزرگ است.



شکل (۱۰). تعریف سکتورهای برای تحلیل پایداری

یک مطالعه شبیه‌سازی برای ارزیابی عملکرد کنترلر Min-Max طراحی شده با رگولاتورهای فیدبک خروجی در نظر گرفته شده است. عملکرد کنترلر با روش شناخته شده Min-Max مقایسه شده است. در روش Max/SMC، طبق مدل خطی (۱) و متغیر لغزشی ($s_i = y_i - r_i$)، قانون کنترل برای هر رگولاتور به صورت زیر مشخص می‌شود [۱۳]:

$$u_{ri} = -\frac{1}{D_i}(C_i(Ax + Bu) + \eta_i \text{sign}(s_i)) \quad (24)$$

ماتریس‌های فضای حالت یک تحقق کمینه $H(s)$ به صورت زیر مشخص می‌شوند:

$$\begin{aligned} A' &= \begin{bmatrix} -38.0726 & -22.0405 & 10.6299 & 8.9811 \\ -8.3239 & -7.3693 & 5.1672 & -1.8711 \\ 6.0886 & 1.4671 & -2.6504 & -1.6585 \\ 20.4495 & 10.9436 & -6.4760 & -5.2557 \end{bmatrix} \\ B' &= \begin{bmatrix} 2.3122 & 2.3122 & 2.3122 & 2.3122 & 2.3122 \\ 1.5373 & 1.5373 & 1.5373 & 1.5373 & 1.5373 \\ -0.6814 & -0.6814 & -0.6814 & -0.6814 & -0.6814 \\ -0.6907 & -0.6907 & -0.6907 & -0.6907 & -0.6907 \end{bmatrix} \\ C' &= \begin{bmatrix} 0.2924 & -0.5149 & 0.3032 & -0.4665 \\ 0.3951 & -0.2090 & 0.0346 & -0.0781 \\ 0.4091 & 0.7699 & -0.7407 & 0.5526 \\ 0.3951 & -0.2090 & 0.0346 & -0.0781 \\ -0.1209 & -0.0005 & 0.7898 & -1.1851 \end{bmatrix} \\ D' &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

ماتریس‌های Γ_1 و Γ_2 جهت تعریف قطاع‌ها عبارت‌اند از:

$$\Gamma_1 = 0 \times I_5, \quad \Gamma_2 = 0.91 \times I_5 \quad (22)$$

که I_5 ماتریس یکه 5×5 است. بر اساس شرایط استخراج شده برای تحلیل پایداری، A' هورویتز و $2I + \Gamma_2 D' + D'^T \Gamma_2$ مثبت معین است. همچنین یک ماتریس مثبت معین P از حل مسئله امکان‌سنجی (۱۷) به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$P = \begin{bmatrix} 0.1999 & 0.1488 & -0.4016 & 0.4941 \\ 0.1488 & 0.7860 & -0.6208 & 0.7449 \\ -0.4016 & -0.6208 & 1.1307 & -1.3091 \\ 0.4941 & 0.7449 & -1.3091 & 1.6186 \end{bmatrix} \quad (23)$$

بنابراین، سیستم کنترل به طور مجانبی در اطراف $X = 0$ پایدار است و تابع لیپانوف $V = X^T P X$ برای سیستم حلقه بسته به دست می‌آید. بر اساس رابطه سیستم (۱۴) و ماتریس‌های تحقق (۲۱)، در نقطه تعادل $X = 0$ ، داریم $Z = 0$. از این‌رو، در این شرایط، با در نظر گرفتن

تعریف این متغیر ساختگی در جدول ۱ ارائه شده است؛ بنابراین، هیچ تضمینی برای متغیر سرعت فن وجود ندارد که بیش از حد مجاز نباشد. شکل ۱۲ پاسخ سرعت هسته را نشان می‌دهد. مقداری گذر از قید در خروجی روش Min-Max/SMC در زمان ۱۰ ثانیه وجود دارد. این امر به دلیل عدم وجود حلقه کنترل برای N_c در این روش است. پاسخ خروجی‌های محدود Ps_3 و $T-48$ به ترتیب در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ نشان داده شده است. دو کنترل کننده محدودیت‌ها را به طور مؤثر برآورده می‌کنند. جریان سوخت به عنوان ورودی کنترلی نیز در شکل ۱۵ نشان داده شده است. شکل ۱۶ نرخ ورودی‌های کنترلی را برای حلقه‌های کنترل Min-Max در طول تعقیب سناریوی مطلوب نشان می‌دهد که روند سوئیچینگ و فیدبک فعال را در هر مرحله زمانی (۵-۱۶ s) در نقشه‌های پاسخ موتور در بازه زمانی (۵-۱۶ s) در نقشه‌های HPC و LPC به ترتیب در شکل‌های ۱۷ و ۱۸ نشان داده شده است. مسیر پاسخ موتور شامل یک فرآیند شتاب‌گیری مثبت و رسیدن به یک نقطه کاری و سپس یک فرآیند شتاب‌گیری منفی و رسیدن به نقطه کاری اولیه است. در طی حرکت گذرا مسیر پاسخ موتور از خطوط کاری حالت پایا فاصله می‌گیرد و هرچه قدر شتاب موتور بیشتر باشد این فاصله‌گیری بیشتر است. با توجه به شکل ۱۷، کمپرسور LPC با شتاب‌گیری مثبت از خط سرج دور می‌شود و با شتاب‌گیری منفی به این خط نزدیک می‌شود. این امر برای کمپرسور HPC بر عکس است و کمپرسور HPC با شتاب‌گیری مثبت به خط سرج نزدیک می‌شود (شکل ۱۸). با توجه به مسیر پاسخ موتور در این دو شکل، کمپرسور HPC بیش از LPC در معرض وقوع پدیده سرج قرار دارد، اما کنترل‌ها از حدود مربوط به حاشیه سرج LPC و HPC محافظت می‌کنند.

که η_i یک ثابت مثبت است. قانون ورودی کنترل (۲۴) نشان می‌دهد که خروجی‌های دارای $D=0$ در تعریف $y = Cx + Du$ ، نمی‌توانند مستقیماً در ساختار Min-Max/SMC در نظر گرفته شوند؛ بنابراین، سرعت هسته N_c که یک متغیر محدود برای جلوگیری از خرابی مکانیکی بخش‌های دور است، در این ساختار رگولاتور ندارد. پارامترهای روش Min-Max/SMC در جدول ۱ آورده شده است. تمام مفروضات این روش برقرار هستند، به عنوان مثال، ماتریس A غیرتکین است، همه خروجی‌ها حداقل فاز هستند و ماتریس‌های $(A_{eq,i} = A - \frac{BC_i}{D_i})$ دارای مقادیر ویژه با قسمت‌های حقیقی منفی هستند.

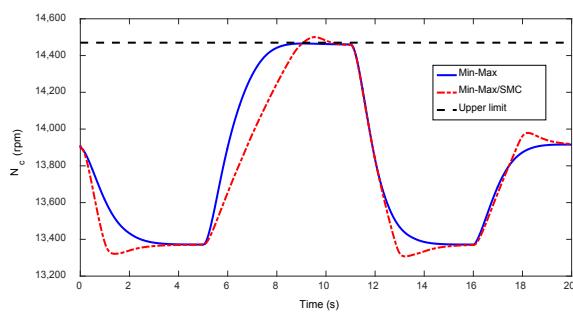
جدول (۱). پارامترهای روش Min-Max/SMC

C_1	D_1	η_1	η_3	η_4	η_5
[۰/۰۰۳۹ - ۰/۰۰۱]	۱	۲	۲	۱۲۰	۵

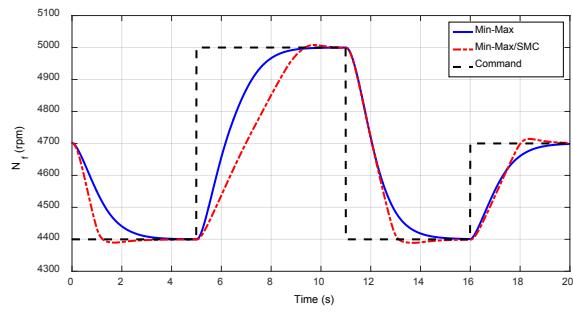
یک سناریوی کلی برای ارزیابی عملکرد کنترل کننده Min-Max طراحی شده در تعقیب نماینده تراست و مدیریت قیود تعریف شده است. شبیه‌سازی با مدل سطح جزء غیرخطی انجام شده و از یک نقطه کاری شروع می‌شود. پاسخ سیستم در تعقیب سرعت فن مطلوب در شکل ۱۱ نشان داده شده است. پاسخ Max/SMC دارای مقداری فراجهش^۱ و فروجهش^۲ است. این اشکال به دلیل استفاده از یک متغیر ساختگی در این روش برای کنترل سرعت فن است. برای خروجی اصلی ΔN_f به عنوان متغیر حالت اول، $D=0$ بنابراین قانون کنترل (۲۴) را نمی‌توان مستقیماً اعمال کرد. از این‌رو، یک خروجی محدود ساختگی برای کنترل غیرمستقیم سرعت فن در نظر گرفته شده است [۱۳]. ضرایب C_1, D_1 برای

^۱Overshoot

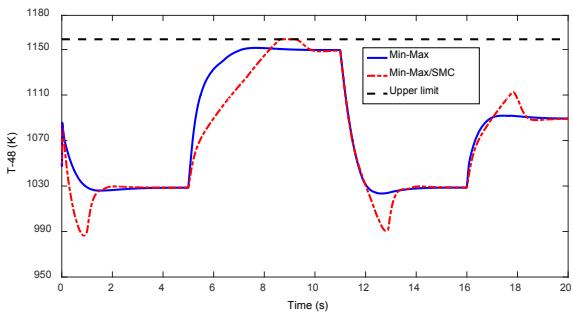
^۲Undershoot



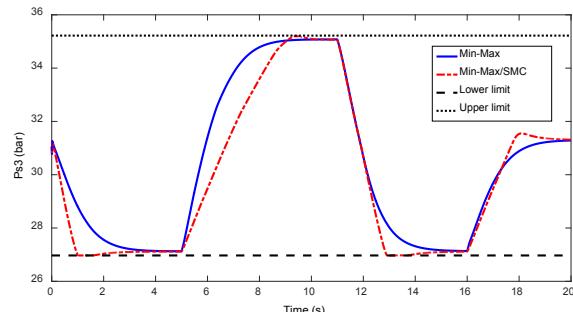
شکل (۱۲). پاسخ خروجی محدود



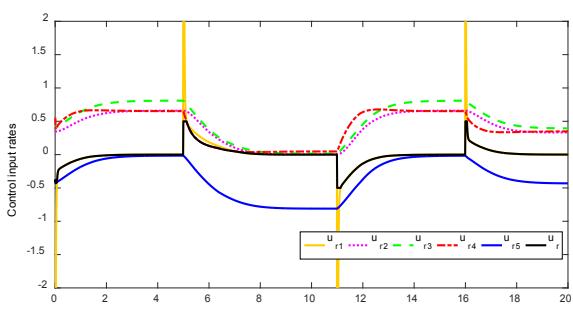
شکل (۱۱). پاسخ سرعت فن به عنوان نماینده تراست



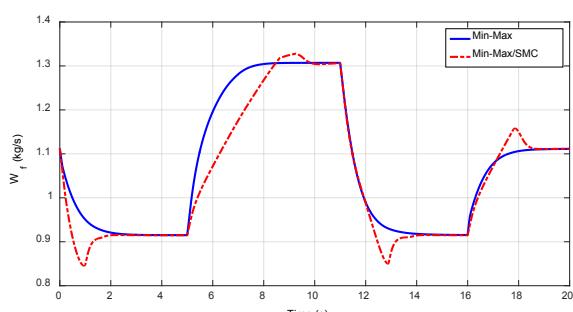
شکل (۱۴). پاسخ خروجی محدود



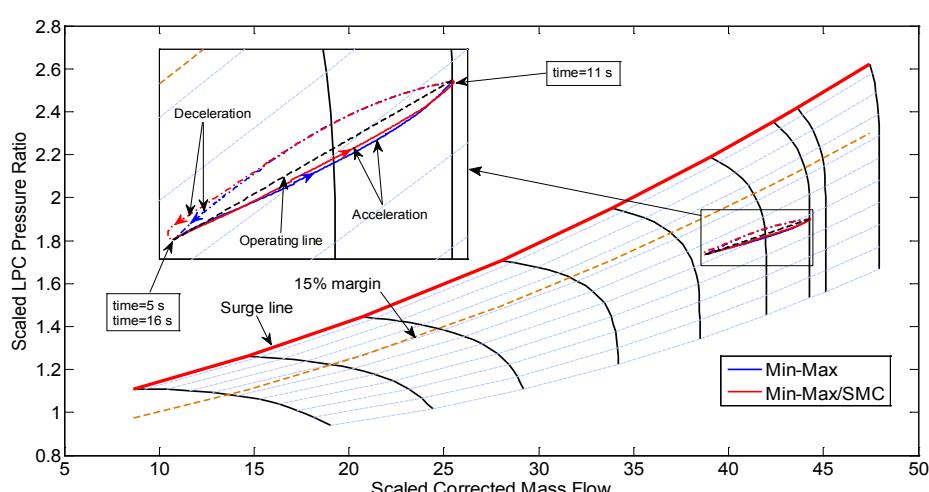
شکل (۱۳). پاسخ خروجی محدود



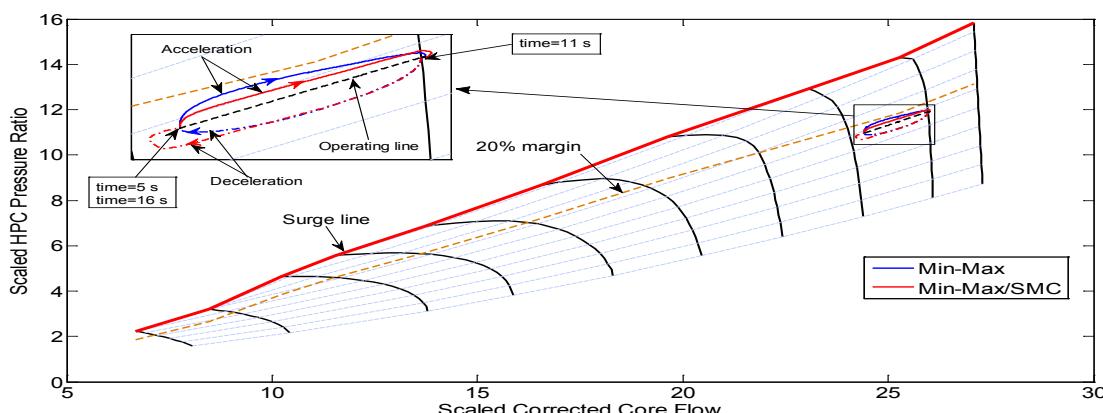
شکل (۱۶). نزد ورودی کنترل کنترلر Min-Max



شکل (۱۵). مقایسه ورودی‌های کنترلر



شکل (۱۷). نمایش شتابگیری موتور روی نقشه LPC



شکل (۱۸). نمایش شتاب‌گیری موتور روی نقشه HPC

با توجه به نتایج، کنترلر Min-Max با رگولاتورهای فیدبک خروجی، تعقیب سرعت فن را به نحو مطلوبی انجام داده و از خروجی‌های مقید محافظت می‌کند؛ بنابراین، علاوه بر تضمین پایداری مجانبی سیستم کنترل، عملکرد کنترلر Min-Max حاوی رگولاتورهای فیدبک خروجی رضایت‌بخش است و از طرفی پیچیدگی‌ها و محدودیت‌های رویکرد Min-Max/SMC را ندارد.

2012-217814, Glenn Research Center, Cleveland, Ohio, 2012.

3. Garg, S. "Aircraft Turbine Engine Control Research at NASA Glenn Research Center", NASA/TM-2013-217821, Glenn Research Center, Cleveland, Ohio, 2013.

4. Imani, A., and Montazeri-Gh, M. "Improvement of Min-Max Limit Protection in Aircraft Engine Control: An LMI Approach", J. Aerosp. Sci. Technol. Vol. 68, pp. 214-222, 2017. Controller Structure", J. Control, Automat. Electr. Systs. Vol. 30, pp. 27-40, 2019.

5. Neto, A. H., and Yoneyama, T. "A Novel Approach for Stall Prevention and Rotation Speed Limiting in a Min-Max

6. Liu, X., Luo, C., and Xiong, L. "Compensators Design for Bumpless Switching in Aero-Engine Multi-Loop Control System", Asian J. Control, Published Online, 2021.

7. Mohammadi, S.J., Miran-F, S.A., Jafari, S., and Nikolaidis, T. "A Scientometric Analysis and Critical Review of Gas Turbine Aero-Engines Control: from Whittle Engine to More-Electric Propulsion", J. Meas. Control, Vol. 54, No. 5, pp. 935-966, 2021.

8. Mohammadi, E., and Montazeri-Gh, M. "Active Fault Tolerant Control with Self-Enrichment Capability for Gas Turbine Engines", J. Aerosp. Sci. Technol. Vol. 56, pp. 70-89, 2016.

9. Seborg, D.S., Edgar, T.F., Mellichamp, D.A., and Edgar, T.F. "Process Dynamics and Control", 3rd ed., John Wiley & Sons, Inc, New Jersey, US, 2011.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک کنترل کننده Min-Max با رگولاتورهای خروجی و اشباع نرخ جریان سوخت برای یک موتور توربوفن با نسبت کنارگذر بالا طراحی شد. در این راستا، یک مدل خطی از یک مدل سطح جزء غیرخطی تعیین شده و رگولاتورهای ساختار Min-Max به‌گونه‌ای طراحی شدند که حلقه‌های کنترلی به صورت جداگانه پایدار بوده و عملکرد رضایت‌بخشی داشته باشند. طرح دارای ساختار Min-Max سوئیچینگ است و پایداری تک‌تک حلقه‌ها لزوماً پایداری کل سیستم را تضمین نمی‌کند. به منظور بررسی پایداری کل سیستم، فرم سیستم کنترلی به پیکربندی متعارف سیستم لور تبدیل شد و شرایط پایداری مجانبی تعیین گردید. سپس پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته تضمین شده و پاسخ سیستم در تعقیب تراست و مدیریت قیود مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج شبیه‌سازی با مدل ترمودینامیکی غیرخطی، عملکرد مطلوب کنترلر Min-Max را در مقایسه با روش Min-Max/SMC نشان می‌دهد.

۷- مراجع

1. Csang, J.T., May, R.D., Guo, T.H., and Litt, J. "The Effect of Modified Control Limits on the Performance of a Generic Commercial Aircraft Engine", NASA/TM—2012-217261, Glenn Research Center, Cleveland, Ohio, 2012.
2. May, R.D., and Garg, S. "Reducing Conservatism in Aircraft Engine Response Using Conditionally Active Min-Max Limit Regulators", NASA/TM—

20. Montazeri-Gh, M., Hosseini, S.M., and Imani, A. "Min-Max Controller Design for Double Shaft Unmixed Turbofan Engine's Thermodynamic Model", *Aerosp. Mech.* J., Vol. 15, No. 2, pp. 17-32, 2019. (In Persian)
21. Walsh, P.P., and Fletcher, P. "Gas Turbine Performance", 2nd ed., Blackwell Science, UK, 2004.
22. Montazeri-Gh, M., Ehteshami, M., and Imani, A. "Multivariable Model Predictive Control Design for a Turbofan Engine and Performance Comparison with a Min-Max Controller", *J. Fluid Mech. and AeroDyn.*, Vol. 8, No. 1, pp. 161-176, 2019. (In Persian)
23. Zinnecker, A.M., Chapman, J.W., Lavelle, T.M., and Litt, J. S. "Development of a Twin-Spool Turbofan Engine Simulation Using the Toolbox for Modeling and Analysis of Thermodynamic Systems (T-MATS)", NASA/TM—2014-218402, Glenn Research Center, Cleveland, Ohio, 2014.
24. Chapman, J.W., and Litt, J.S. "Control Design for an Advanced Geared Turbofan Engine", NASA/TM—2017-219569, Glenn Research Center, Cleveland, Ohio, 2017.
25. Richter, H. "Advanced Control of Turbofan Engines", Springer, New York, US, 2012.
26. Khalil, H.K. "Nonlinear Control", Pearson Education, London, UK, 2015.
27. Haddad, W.M., and Bernstein, D.S. "Explicit Construction of Quadratic Lyapunov Functions for the Small Gain, Positivity, Circle, and Popov Theorems and Their Application to Robust Stability. Part I: Continuous-Time Theory", *Int. J. Robust Nonlin.* Vol. 3, No. 4, pp. 313-339, 1993.
28. Scherer, C.W., and Weiland, S. "Linear Matrix Inequalities in Control", Delft University of Technology, Netherlands,
10. Lopez, A.A., and Martin, J.A. "Using Multivariable Nonlinear Stability Theory for Override Control Systems"; In: *Eur. Control Conf.*, Karlsruhe, Germany, 31 August–3 September 1999.
11. Glattfelder, A.H., and Schaufelberger, W. "Control Systems with Input and Output Constraints", Springer, London, UK, 2003.
12. Johansson, M. "Piecewise Linear Control Systems. In *Lecture Notes in Control and Information Sciences*", Vol. 284., Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, Germany, 2003.
13. Richter, H. "A Multi-Regulator Sliding Mode Control Strategy for Output-Constrained Systems", *Automatica*, Vol. 47, No. 10, pp. 2251-2259, 2011.
14. Richter, H. "Multiple Sliding Modes with Override Logic: Limit Management in Aircraft Engine Controls", *AIAA J. Guid. Control Dyn.* Vol. 35, No. 4, pp. 1132-1142, 2012.
15. Imani, A., and Montazer-Gh, M. "Stability Analysis of Override Logic System Containing State Feedback Regulators and its Application to Gas Turbine Engines", *Eur. J. Control*, Vol. 52, pp. 97-107, 2020.
16. Imani, A., and Montazer-Gh, M. "A Multi-loop Switching Controller for Aircraft Gas Turbine Engine with Stability Proof", *Int. J. Control Autom. Syst.*, Vol. 17, No. 6, pp. 1359-1368, 2019. 2004.
17. DeCastro, J.A., Litt, J.S., and Frederick, D.K. "A Modular Aero-Propulsion System Simulation of a Large Commercial Aircraft Engine", NASA/TM—2008-215303, Glenn Research Center, Cleveland, Ohio, 2008.
18. Litt, J., Frederick, D., and Guo, T.H. "The Case for Intelligent Propulsion Control for Fast Engine Response", NASA/TM—2009-215668, Glenn Research Center, Cleveland, Ohio, 2009.
19. Imani, A., and Montazeri-Gh, M. "A Min-Max Selector Controller for Turbofan Engines with Improvement of Limit Management and Low Computational Burden", *T. I. Meas. Control*, Vol. 41, No. 1, pp. 36-44, 2018.

