

علمی- پژوهشی

## دینامیک حرکت یک حباب در کانال شیب‌دار در اعداد رینولدز محدود

عباس عینی<sup>۲</sup>امیره نوربخش<sup>۱\*</sup>

دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

(دریافت: ۱۴۰۱/۰۱/۲۶، بازنگری: ۱۴۰۱/۰۴/۱۰، پذیرش: ۱۴۰۱/۰۴/۳۱، انتشار: ۱۴۰۱/۰۶/۰۱)

DOR: <https://dorl.net/dor/20.1001.1.23223278.1401.11.1.9.1>

### چکیده

حرکت حباب‌ها روی سطوح شیب‌دار مانند کانال‌های شیب‌دار، دارای کاربردهای علمی و صنعتی بی‌شماری است. در پژوهش حاضر به بررسی و شبیه‌سازی سه‌بعدی حرکت عرضی یک حباب درون کانال شیب‌دار در جریان پواسل، با حضور نیروی گرانش پرداخته شده است. معادلات ناویر-استوکس که شامل کشش سطحی است، به صورت عددی به وسیله روش اختلاف محدود/ردیابی جبهه حل می‌شوند. این روش، ترکیبی از روش‌های تسخیر و ردیابی قطره است. نتایج شبیه‌سازی حاکی از آن است که سرعت بدون بعد در جهت جریان با افزایش عدد کاپیلاری افزایش می‌یابد؛ همچنین با افزایش شیب سطح، مقدار نیروی گرانش در راستای جریان ( $g_x$ ) افزایش و مقدار نیروی گرانش در جهت عمود بر جریان ( $g_z$ ) کاهش می‌یابد و حباب به مرکز کانال نزدیک‌تر می‌شود. در بررسی سرعت محوری حباب نسبت به زمان در زاویه‌های شیب سطح مختلف ( $\theta = 10, 25 \& 40$ )، مشاهده شد که با افزایش مقدار زاویه شیب، سرعت حباب افزایش می‌یابد.

**واژه‌های کلیدی:** حباب، روش اختلاف محدود/ردیابی جبهه، جریان پواسل، عدد کاپیلاری، زاویه شیب کانال، عدد فرود.

## Motion Dynamics of a Bubble in an Inclined Channel at Finite Reynolds Numbers

Nourbakhsh, A.<sup>2</sup>

Eini, A.

Bu-Ali Sina University, Hamadan, Iran

(Received: 2022/04/15, Revised: 2022/07/01, Accepted: 2022/07/22, Published: 2022/08/23)

### ABSTRACT

The movement of bubbles on inclined surfaces, such as inclined channels, has numerous scientific and industrial applications. In the present study, a three-dimensional study of the lateral motion of a bubble within an inclined channel due to the pressure gradient (Poiseuille flow) in the presence of gravity force is investigated. The Navier-Stokes equations are solved numerically using the finite difference/front tracking method. This method is a combination of drop capture and tracking methods. The results demonstrate that the dimensionless velocity in the flow direction is enhanced with the capillary number. Also, as the channel inclination angle increases, the amount of gravitational force in the direction of the flow ( $g_x$ ) increases and the amount of gravitational force in the direction perpendicular to the flow ( $g_z$ ) decreases, and the bubble becomes closer to the channel center. It is found that the axial velocity of the bubble increases with the channel inclination angle.

**Keywords:** Bubble, Finite Difference/Front Tracking Method, Poiseuille Flow, Capillary Number, Channel Inclination Angle, Froude Number.

۱- استادیار (نویسنده پاسخگو): [nourbakhsh@basu.ac.ir](mailto:nourbakhsh@basu.ac.ir)

۲- دانشجوی دکتری: [eniabbas@gmail.com](mailto:eniabbas@gmail.com)

This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license.

## فهرست علائم و اختصارات

## ۱ - مقدمه

سوسپانسیون جریان ذرات معلق، نظیر ذره صلب، حباب و قطره درون لوله‌ها و کانال‌ها موضوع بسیاری از تحقیقات تئوری، عددی و آزمایشگاهی بوده است. از کاربردهای صنعتی حباب می‌توان به خطوط انتقال نفت، مولدهای بخار و سیستم‌های خنک‌کننده اشاره نمود. مطالعاتی روی رفتار قطرات تحت جریان برشی ساده توسط تیلور [۱] در یک فاز پیوسته با نسبت ویسکوزیته‌های مشخص انجام گرفت. او حرکت قطره‌ها را در تغییر شکل‌های کوچک و اینرسی‌های ناچیز بررسی کرد و نتیجه گرفت که تعادل بین تنش‌های تغییر شکل ویسکوز و نیروهای تولیدشده به‌وسیله کشش سطحی می‌تواند باعث تغییر شکل قطره شود و در صورت قوی بودن نیروهای ویسکوز، قطره به دو یا چند تکه شکسته می‌شود. سگر و سیلبربرگ [۲]، به‌صورت آزمایشگاهی رفتار ماکروسکوپیک ذره جامد بدون حضور نیروی شناوری در جریان پواسل را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها دریافتند که نیروهای شعاعی باعث مهاجرت ذره به یک موقعیت تعادل (در محلی بین مرکز و دیواره) می‌شوند و عامل اصلی نیروهای ایجادکننده حرکت شعاعی، اینرسی سیال متحرک است. در تحلیل ذرات با شعاع‌های مختلف دریافتند که توزیع ذرات کوچک و بزرگ به‌طور قابل‌توجهی متفاوت از یکدیگر است و همچنین در مورد ذرات کروی که موازی با دیوار در حرکت‌اند به این نتیجه رسیدند که نیروی درگ (توسط یک جمله خطی از شعاع ذره) از مقاومت استوکس، فاصله می‌گیرد. نتایج تجربی کارنیس و گلدسمیت و میسن [۳] و [۴]، این نتیجه‌ها را تأیید کرد. آن‌ها حرکت قطره‌ها را در جریان داخل لوله، در اعداد رینولدز محدود به‌صورت تجربی ارزیابی کردند و دریافتند که اگر چسبندگی قطرات کم باشد، آن‌ها به سمت مرکز لوله مهاجرت می‌کنند، ولی قطرات با نسبت‌های چسبندگی بالا مثل ذرات جامد در فاصله بین دیوار و خط مرکزی لوله قرار خواهند گرفت. شبیه‌سازی سه‌بعدی حرکت یک قطره در جریان برشی ساده به‌وسیله کندی و همکاران [۵] در جریان استوکس، نشان داد که قطرات برای محدوده وسیعی از نسبت چسبندگی و عدد کاپیلاری، همیشه به سمت دور از دیواره، مهاجرت می‌کنند. حرکت یک قطره بدون نیروی شناوری بین دو صفحه موازی تحت جریان پواسل توسط نوربخش و مرتضوی [۶]، شبیه‌سازی شد. آن‌ها دریافتند که در اعداد

$a$	شعاع حباب
$b$	کوچک‌ترین فاصله سطح تا مرکز حباب
$Ca$	عدد کاپیلاری
$d$	قطر حباب
$D$	تغییر شکل تیلور
$\frac{D}{Dt}$	مشتق مادی
$f$	نیروی حجمی
$Fr$	عدد فرود
$g$	شتاب جاذبه
$H$	ارتفاع کانال
$L$	بزرگ‌ترین فاصله سطح تا مرکز حباب
$n$	بردار عمود بر سطح
$P$	فشار
$\nabla P$	گرادیان فشار
$Re_b$	عدد رینولدز حجمی
$u$	میدان سرعت
$U_c$	سرعت مرکز کانال
$x$	موقعیت اولری
$x'$	موقعیت لاگرانژی
$ds$	المان کوچک سطح مشترک

## علائم یونانی

$\alpha$	نسبت چگالی
$\beta$	تعیین‌کننده دو یا سه‌بعدی بودن جریان
$\delta$	تابع دلتا
$k$	انحنا
$\lambda$	نسبت چسبندگی
$\mu$	چسبندگی
$\mu_i$	چسبندگی سیال حباب
$\mu_o$	چسبندگی سیال بیرونی
$\rho$	چگالی
$\rho_i$	چگالی سیال حباب
$\rho_o$	چگالی سیال بیرونی
$\sigma$	کشش سطحی
$T$	زمان بی‌بعد شده
$\zeta$	اندازه بی‌بعد شعاع
$\theta$	زاویه شیب کانال

افزایش سرعت اندازه‌ها افزایش می‌یابند. صداقت‌کیش و مرتضوی [۱۳]، فرآیند جوشش فیلمی را روی هندسه‌های پیچیده به روش ردیابی جبهه بررسی کردند. آن‌ها دریافتند که فاصله بین دو استوانه تأثیر چندانی روی عدد ناسلت برای استوانه بالایی ندارد، درحالی‌که زاویه و قطر دو استوانه تأثیر قابل‌ملاحظه‌ای روی عدد ناسلت برای استوانه بالایی دارد. آن‌ها دریافتند که هر چه سطح جریان بیشتر باشد، آشفتگی جریان و در پی آن عدد ناسلت نیز افزایش می‌یابد. عدد ناسلت وابستگی زیادی به زاویه جهت‌گیری استوانه‌ها دارد که مقدار بیشینه آن در زاویه ۹۰ درجه اتفاق می‌افتد. نوربخش و سرایی [۱۴]، مطالعه عددی تأثیر شرایط مختلف جریان بر دینامیک برخورد قطرات بین دو صفحه متحرک مختلف‌الجهت را انجام دادند. آن‌ها دریافتند که کشش سطحی، یک ناحیه با فشار بالا در قطرات ایجاد می‌کند. هنگامی که قطرات از یکدیگر جدا می‌شوند یک ناحیه با گرادیان فشار شدید بین دو قطره ایجاد می‌شود. این گرادیان فشار یکی از عوامل درهم‌آمیختگی قطرات به هنگام جدا شدن است.

تحقیقات گذشته نشان می‌دهد که مطالعات زیادی در زمینه حرکت قطرات و حباب‌ها درون کانال افقی و عمودی توسط روش ردیابی جبهه انجام شده است، ولی کارهای اندکی در زمینه حرکت قطرات و حباب‌ها درون کانال شیب‌دار انجام شده است. در مقاله حاضر مهاجرت عرضی یک حباب در جریان پواسل با اعداد رینولدز محدود و درون کانال شیب‌دار، با در نظر گرفتن نیروی گرانش به‌صورت سه‌بعدی مورد بررسی قرار گرفته است و اثر پارامترهایی چون عدد کاپیلاری، اثر زاویه کانال، عدد فرود، نسبت چسبندگی و موقعیت اولیه حباب بررسی شده است. در واقع، می‌توان نوآوری‌های کار حاضر را به‌صورت زیر بیان نمود: اعمال نیروی گرانش و انجام شبیه‌سازی‌ها به‌صورت سه‌بعدی که به معنی در نظر گرفته شدن اثرات سه‌بعدی بر دینامیک حرکت حباب است.

## ۲ - معادلات حاکم و معرفی اعداد بدون بعد

معادله حاکم بر رفتار سوسپانسیون حباب‌های شکل‌پذیر در یک سیال دیگر توسط معادلات ناویر-استوکس بیان می‌شود [۱۵ و ۱۶]. در اینجا معادلات ناویر-استوکس در شکلی که

رینولدز محدود، قطره به موقعیت تعادلی بین مرکز و دیواره کانال مهاجرت می‌کند. افزایش عدد رینولدز و کاهش عدد کاپیلاری و نسبت چسبندگی، موقعیت تعادل را به دیواره کانال نزدیک‌تر می‌کند. سرعت قطره، با افزایش عدد کاپیلاری و نسبت چسبندگی افزایش می‌یابد. حرکت سوسپانسیون قطرات شکل‌پذیر در جریان برشی ساده در عدد رینولدز غیر صفر، توسط مرتضوی و همکاران [۷]، مطالعه شد. آن‌ها نشان دادند که سوسپانسیون قطرات، رفتار نازک‌برشی را نشان می‌دهد، اما این رفتار با افزایش عدد رینولدز، کاهش می‌یابد. نتایج شبیه‌سازی برخورد دو قطره در جریان برشی ساده به‌وسیله بیاره و مرتضوی [۸]، نشان داد که با کاهش اندازه قطرات، تغییر شکل آن‌ها کاهش می‌یابد. پورنادر و مرتضوی [۹]، تعامل وابسته به زمان بین دو قطره ویسکوز که تحت اثر نیروی شناوری در یک کانال عمودی حرکت می‌کردند را به‌صورت عددی و سه‌بعدی شبیه‌سازی کردند. آن‌ها اثرات پارامترهای بی‌بعد را در تخلیه فیلم سیال بین قطرات مورد مطالعه قرار دادند. اندازه قطرات متفاوت بود و قطره جلوتر نصف قطره عقبی بود. مشخص شد که نوع تخلیه سیال بین دو قطره به اعداد باند و نسبت ویسکوزیته وابسته است. آن‌ها متوجه شدند که در اعداد باند کوچک، تخلیه سریع سیال اتفاق می‌افتد و برای عدد باند بزرگ، تخلیه به‌صورت یکنواخت انجام می‌شود. تفرشی و مرتضوی [۱۰]، حرکت قطرات را در کانال شیب‌دار و به‌صورت دوبعدی بررسی کردند و دریافتند که با افزایش زاویه شیب سطح و افزایش نرخ برش نزدیک دیواره، چگالی قطرات نزدیک به دیواره کاهش می‌یابد. رضویه و مرتضوی [۱۱]، رابطه بین رفتار مایع مانند و جامد مانند برای قطرات معلق در جریان برشی را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها دریافتند موقعیتی که در آن جامد با رفتاری سیال مانند انتقال می‌یابد به پارامترهای جریان به‌ویژه عدد رینولدز حجمی ( $Re = \frac{\rho_0 G H^2}{\mu_0}$ ) بستگی دارد که با افزایش عدد رینولدز این موقعیت به کف کانال انتقال می‌یابد. شاهین و مرتضوی [۱۲]، تشکیل یک میکرو قطره در سیستم مایع غیرقابل انعطاف را با استفاده از روش ردیابی جبهه در سه بعد بررسی کردند. آن‌ها دریافتند که با افزایش چسبندگی، اندازه قطرات تشکیل‌شده افزایش می‌یابد و در اعداد وبر بالا، قطراتی با اندازه بزرگ‌تر تشکیل می‌شوند. سرعت هم بر اندازه قطرات تشکیل‌شده مؤثر است و با

سیال به کار می‌رود، ولی سطح مشترک توسط یک شبکه جداگانه با بعد پایین‌تر ردیابی می‌شود. در واقع، برخلاف روش‌های ردیابی جبهه که در آن‌ها هر فاز به‌طور جداگانه بررسی می‌شود، در اینجا همه فازها با هم و توسط یک دسته معادلات حاکم برای کل میدان جریان بررسی می‌شوند و خصوصیات مادی مختلف میدان‌هایی را تشکیل می‌دهند که به‌طور ناپیوسته‌ای در مرز یک فاز به فاز دیگر تغییر می‌کنند. در اینجا نیروهای سطحی به سطح مشترک اضافه می‌شوند. این روش تک‌سیالی توسط تریگواسون و همکارانش [۱۵] توسعه داده شده و با موفقیت در شبیه‌سازی سیستم‌های چند فاز می‌شود. برای شبیه‌سازی جریان حباب‌ها در درون کانال از یک گسسته‌سازی دو قسمتی و در واقع دو شبکه مجزا و روی هم استفاده شده است که معادلات به‌صورت اختلاف محدود/ردیابی جبهه گسسته شده است. از روش تصویرسازی مرتبه دوم برای میدان جریان روی یک شبکه ساکن جابه‌جا شده استفاده می‌شود. عبارات پخش و جابجایی هر دو به‌صورت اختلاف محدود مرکزی گسسته می‌شوند و از روش پیش‌بینی کننده-اصلاح کننده مرتبه دوم در گام برداری زمانی استفاده می‌شود. سطح مشترک بین دو سیال توسط یک سری نقاط علامت‌گذار مشخص بیان می‌شود و با استفاده از روش اسپلاین مرتبه دو یا مرتبه سه، انحناى سطح مشترک در هر نقطه به دست می‌آید. با استفاده از این روش و با پیدا کردن انحناى شبکه متحرک و توزیع آن روی شبکه ساکن، نیروی کشش سطحی قابل محاسبه است. تغییرات خواص فیزیکی سرتاسر مرز با تعیین یک میدان گرادیان روی مرز هموار می‌شود. سپس میدان گرادیان روی شبکه ساکن توزیع می‌شود و دیورژانس این میدان به‌وسیله حل کننده سریع پواسن برای به دست آوردن توابع مشخص کننده که مقادیر مختلفی برای هر سیال دارند، به دست می‌آید. سپس، میدان چگالی و چسبندگی با مقدار دادن به تابع مربوطه و با توجه به خواص حباب و سیال محیط محاسبه می‌شوند. در هر گام زمانی سطح مشترک بازسازی می‌شود تا مانع هر نوع پخش عددی شود. معادله بیضوی برای فشار هم به دو صورت حل می‌شود: اگر نسبت چگالی برابر یک باشد از حل کننده سریع

برای سیال حباب و سیال خارج معتبر باشد نوشته می‌شوند. این معادله به‌وسیله کشش سطحی که به دلیل وجود تابع  $\delta$  فقط در مرز حباب اثرگذار است، بیان می‌شود:

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u} = -\nabla p + \rho \cdot \mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u}) + \int \sigma k' \mathbf{n}' \delta^\beta (-x') ds' \quad (1)$$

معادله بقای جرم به‌صورت زیر است:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

در بررسی حاضر، سیال غیرقابل تراکم در نظر گرفته می‌شود و خواص سیال در طول زمان ثابت باقی می‌ماند.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3)$$

بنابراین:

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (4)$$

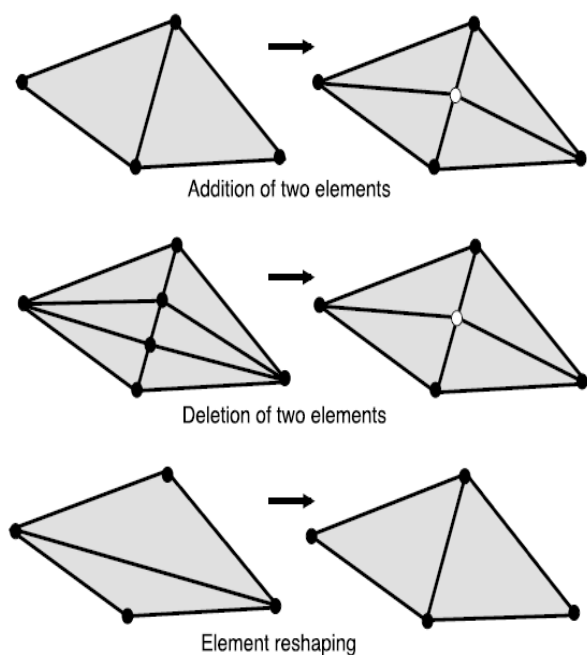
چسبندگی در هر سیال ثابت در نظر گرفته می‌شود:

$$\frac{D\mu}{Dt} = 0 \quad (5)$$

چگالی و چسبندگی سیال حباب با  $\rho_i$  و  $\mu_i$  و سیال محیط با  $\rho_o$  و  $\mu_o$  نشان داده می‌شود. شعاع حباب در شرایط اولیه که هنوز هیچ نیرویی به آن وارد نشده با  $a$  نشان داده می‌شود. اعداد بدون بعد حاکم بر جریان با بی‌بعدسازی معادله ناویر-استوکس به دست می‌آیند. این اعداد عبارت‌اند از عدد رینولدز حجمی،  $Re_b = \rho_o U_c H / \mu_o$ ، عدد کاپیلاری،  $Ca = U_c \mu_o / \sigma$ ، نسبت چسبندگی سیال درون حباب به سیال بیرونی  $\lambda = \mu_i / \mu_o$  نسبت چگالی سیال درون حباب به سیال بیرونی  $\alpha = \rho_i / \rho_o$ ، اندازه بی بعد شعاع حباب  $\zeta = a / H$ ، عدد فرود  $Fr = gH / U_c^2$ ، نرخ تغییر شکل حباب  $D = (L - b) / (L + b)$  و زمان بی بعد  $T = t U_c / H$ .

### ۳- روش عددی

روشی که در کار حاضر از آن استفاده می‌شود در واقع ترکیبی از روش تسخیر مستقیم جبهه و روش ردیابی جبهه است. در این روش یک شبکه با قاعده ساکن برای جریان



شکل (۱). بازسازی جبهه در حالت سه‌بعدی [۱۵]

#### ۴- نتایج

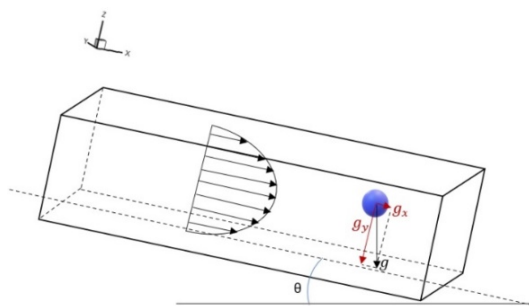
##### ۴-۱- اعتبار سنجی

برای اطمینان از صحت روش حل عددی، مقادیر به‌دست‌آمده برای موقعیت عرضی قطر نسبت به زمان و تغییر شکل تیلور نسبت به زمان با مرجع [۶] مقایسه شده‌اند. لازم به ذکر است که در اینجا برای اعتبارسنجی، شبیه‌سازی یک قطره در کانال افقی تحت جریان پواسل بدون در نظر گرفتن نیروی گرانش انجام شده است. در شکل ۲ مهاجرت عرضی قطر نسبت به زمان در شبیه‌سازی کار حاضر و مرجع [۶] نشان داده شده است. پارامترهای جریان در هر دو شبیه‌سازی  $\alpha = 1$ ,  $Ca = 0.5$ ,  $Re = 10$  است. شبکه مورد استفاده در هر دو شبیه‌سازی  $64 \times 32 \times 64$  است. همچنین تغییر شکل قطر در شبیه‌سازی کار حاضر و مرجع [۶] در شکل ۳ با پارامترهای جریان به صورت  $\lambda = 1$ ,  $Ca = 0.5$  &  $\alpha = 1$ ,  $Re = 10$  و شبکه محاسباتی  $64 \times 32 \times 64$  نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل‌های ۲ و ۳ مشاهده می‌شود، نتایج این تحقیق با نتایج گزارش شده در مرجع نامبرده انطباق بسیار خوبی دارد، بنابراین می‌توان به صحت و دقت نتایج به‌دست‌آمده در این شبیه‌سازی اطمینان نمود.

پواسن استفاده می‌شود و اگر این نسبت برابر یک نباشد از یک روش چند شبکه‌ای استفاده می‌شود.

در اینجا، یک شبکه ثابت و منظم برای جریان سیال در نظر گرفته شده ولی مرز توسط یک شبکه مجزا با اندازه کوچک‌تر ردیابی می‌شود. در این روش، هر فاز به صورت مجزا عمل می‌کند. بدین صورت که در ابتدا مرز هر حباب به صورت یک شبکه‌بندی لاگرانژی توسط یک سری نقاط ترسیم می‌شود و سپس شکل آن با استفاده از اسپلاین درجه ۳ به طول قوس یک چندضلعی تخمین زده می‌شود. سپس انحنای شیب مرز با مشتق‌گیری از بردار مکان هر طول قوس محاسبه می‌شود. ابتدا، سرعت مرز حباب به دست می‌آید و سپس موقعیت نقاط معرف مرز با استفاده از روش مرتبه اول به دست می‌آید و چون روش انتگرال‌گیری در بعد زمان روش پیش‌بینی کننده-اصلاح‌کننده است، انتگرال‌گیری در بعد زمان از مرتبه دوم است.

مسئله غیردائم است و سرعت در بعد زمان به صورت پله‌ای، به روز می‌شود. برای محاسبه قدم زمانی از شرط CFL استفاده می‌شود. همچنین، یک محدودیت برای گام زمانی توسط نیروی کشش سطحی وجود دارد. این محدودیت نیز در محاسبه گام زمانی اعمال می‌شود. هنگامی که جبهه حرکت می‌کند دچار تغییر شکل و کشیدگی می‌شود در نتیجه توازن المان‌ها در بخش‌هایی از جبهه به هم خورده و در قسمت‌هایی تعداد آن‌ها کم می‌شود، حال آن‌که در بخش‌های دیگر تعداد زیادی المان وجود دارد. برای از دست ندادن دقت، یا باید وقتی که فاصله نقطه‌ها زیاد می‌شود، المان‌هایی اضافه شوند یا نقاط باید به‌طور مجدد توزیع شوند. همچنین، معمولاً باید المان‌های خیلی کوچک را حذف کرد. علاوه بر کاهش تعداد کلی المان‌های جبهه و کاستن از زمان محاسبات، حذف المان‌های اضافی معمولاً از به وجود آمدن جنب‌وجوش‌های خیلی کوچک‌تر از اندازه شبکه جلوگیری می‌کند. شکل ۱ استراتژی معمول را نشان می‌دهد. اگر یک المان خیلی بزرگ باشد، ضلع بزرگ‌تر به دو بخش تقسیم می‌شود و این دو المان به چهار المان تقسیم می‌شوند.



شکل (۴). حرکت حباب در جریان پواسل درون کانال شیب‌دار و پروفیل سرعت مربوط به آن

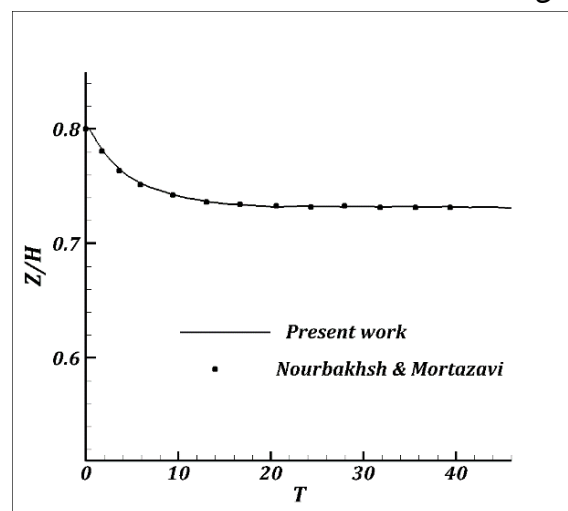
همان‌طور که در شکل پیدا است محور  $x$  موازی با جهت جریان و محور  $z$  به موازات گرادیان سرعت است. برای انجام شبیه‌سازی‌ها، یک حباب تغییر شکل‌پذیر درون کانالی شیب‌دار تحت جریان پواسل، با اعمال شتاب ثقل ثابت و در اعداد رینولدز محدود در نظر گرفته شده است. روش عددی مورد استفاده روش اختلاف محدود/دیدایی جبهه است. در این کار اثر عدد کاپیلاری، زاویه شیب نسبت به سطح افق، عدد فرود، نسبت چسبندگی و موقعیت اولیه حباب روی حرکت حباب بررسی شده است. برای انجام این شبیه‌سازی، نیروی گرانشی کل به دو مؤلفه نیروی گرانش در جهت جریان و نیروی گرانش عمود بر جریان تبدیل شده است [۱۰]. با توجه به ثابت بودن شتاب ثقل کلی ( $g$ )، با افزایش زاویه شیب از نیروی گرانش در جهت عمود بر جریان کاسته شده و بر نیروی گرانش در جهت جریان افزوده می‌شود.

#### ۳-۴- مطالعه شبکه

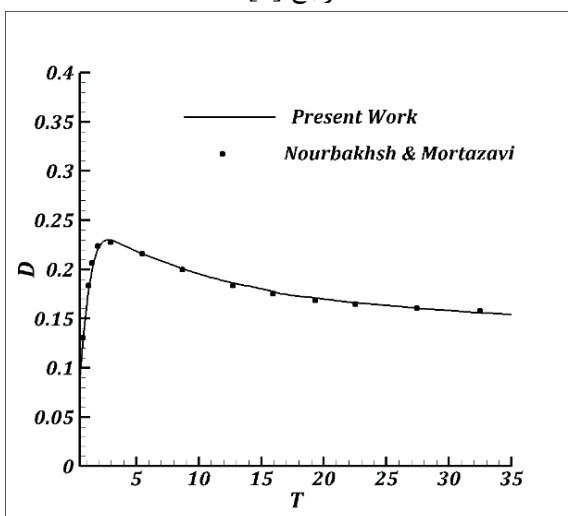
از آنجاکه حجم محاسبات ارتباط مستقیمی با اندازه شبکه دارد، ابتدا باید مناسب‌ترین اندازه شبکه محاسباتی را پیدا کرد و همچنین از دقت آن و همگرایی نتایج شبیه‌سازی اطمینان کافی حاصل شود. شبکه‌های مورد استفاده  $32 \times 16 \times 32$ ،  $48 \times 24 \times 48$  و  $64 \times 32 \times 64$  هستند. پارامترهای حاکم بر جریان به صورت  $\zeta = 0.125$ ،  $\lambda = 0.95$ ،  $Re = 20$ ،  $Ca = 0.1$ ،  $Fr = 0.2$  و  $\theta = 40$  تعریف می‌شوند. حباب از موقعیت اولیه  $Z/H = 0.85$  رها شده است. شکل ۵ مربوط به موقعیت عرضی بر حسب زمان بدون بعد است. از نتایج به دست آمده مشخص است که با ریزتر شدن شبکه‌ها، نتایج نیز دقیق‌تر می‌شوند، ولی به دلیل صرفه-جویی در زمان و دارا بودن دقت کافی، از شبکه  $64 \times 32 \times 64$  برای شبیه‌سازی در پژوهش حاضر استفاده شده است.

#### ۲-۴- شبیه‌سازی مهاجرت عرضی یک حباب در کانال شیب‌دار با در نظر گرفتن نیروی جاذبه

در کار حاضر، مهاجرت عرضی یک حباب در جریان پواسل و درون کانال شیب‌دار با در نظر گرفتن نیروی گرانش مورد بررسی قرار گرفته است. ارتفاع کانال  $H$ ، شعاع حباب  $a$  و ارتفاع کانال هشت برابر قطر حباب است. در نتیجه نسبت هندسی یا همان اندازه شعاع بدون بعد حباب  $\zeta = 0.125$  است. صفحه‌های بالا و پایین ساکن و صلب هستند. شرط مرزی پریودیک در جهت‌های  $x$  و  $y$  اعمال شده است. هندسه جریان و پروفیل سرعت در شکل ۴ نشان داده شده است.



شکل (۲). مقایسه حرکت عرضی قطره در کار حاضر و مرجع [۶]

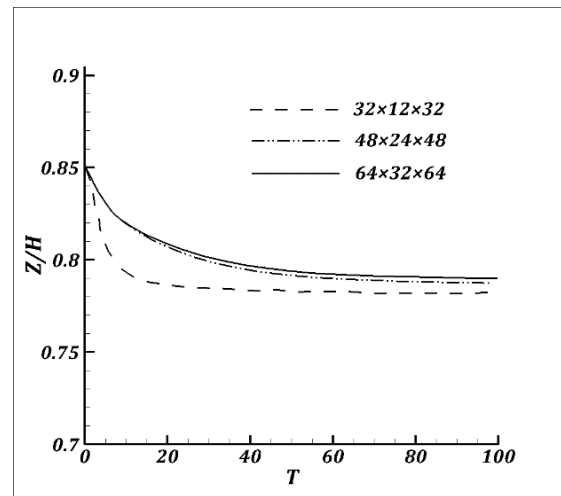


شکل (۳). مقایسه تغییر شکل قطره در کار حاضر و مرجع [۶]

که این اختلاف به دلیل تفاوت در کشیدگی پروفیل سرعت است. لازم به ذکر است که در نتایج ارائه شده منظور از سرعت محوری، سرعت محوری بدون بعد ( $U/U_c$ ) است، که  $U$  سرعت حباب و  $U_c$  سرعت مرکز کانال است و همچنین منظور از زمان، زمان بی‌بعد ( $T = tU_c/H$ ) است. مقدار عددی کمیت تغییر شکل حباب که توسط نرخ تغییر شکل تیلور به دست می‌آید، نسبت به زمان در شکل (۶-۵) نشان داده شده است. حباب‌ها از شکل اولیه که کروی هستند شروع به تغییر شکل کرده و به یک شکل نهایی خواهند رسید. از شکل (۶-۵) می‌توان فهمید که با افزایش مقدار عدد کاپیلاری، نرخ تغییر شکل حباب افزایش خواهد یافت که این موضوع به دلیل افزایش تنش‌های چسبندگی (ویسکوز) در طول مرز حباب است.

#### ۴-۵- اثر زاویه شیب کانال ( $\theta$ )

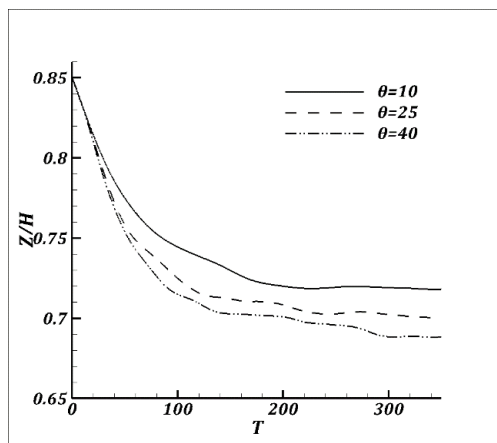
اثر زاویه شیب، با تغییر اندازه شیب کانال نسبت به افق مورد ارزیابی قرار گرفته است. از آنجاکه در کار حاضر، پارامترهای جریان به صورت  $Ca = 0.2$ ,  $\alpha = 0.95$ ,  $Re = \lambda = 0.95$ ,  $\zeta = 0.125$ ,  $a/H = 0.125$  و  $Z/H = 0.85$  در نظر گرفته شده است و نیز مقدار شتاب ثقل کلی ثابت است، با افزایش شیب سطح، مقدار نیروی گرانش در راستای جریان ( $g_x$ ) افزایش و همچنین مقدار نیروی گرانش عمود بر جریان ( $g_z$ ) کاهش می‌یابد. در شکل (۷-الف) موقعیت تعادلی حباب نسبت به زمان نشان داده شده است. با افزایش شیب کانال، حباب به مرکز کانال نزدیک‌تر می‌شود. در شکل (۷-ب) سرعت محوری حباب نسبت به زمان در زاویه‌های شیب مختلف ( $\theta = 10, 25 \& 40$ )، نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود با افزایش مقدار زاویه شیب، سرعت حباب افزایش می‌یابد. این نتیجه با نتایج مرجع [۱۰] سازگار است. در شکل (۷-ج) تغییر شکل حباب نسبت به زمان در زاویه‌های شیب مختلف ( $\theta = 10, 25 \& 40$ )، نشان داده شده است. همان‌گونه که در شکل مشاهده می‌شود، با افزایش شیب کانال، تغییر شکل حباب کاهش یافته است.



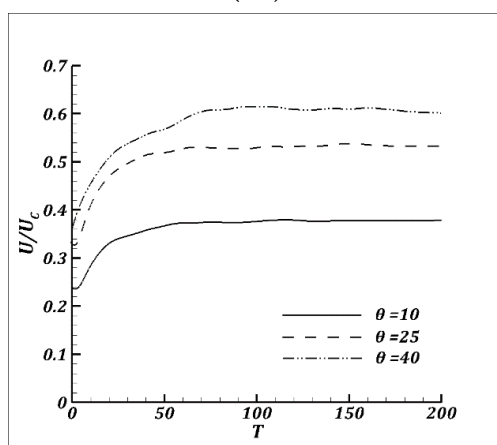
شکل (۵). تأثیر کیفیت شبکه بر روی موقعیت عرضی حباب

#### ۴-۴- اثر عدد کاپیلاری ( $Ca$ )

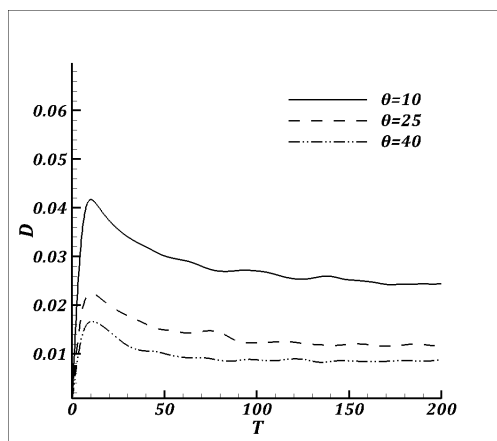
جهت بررسی نقش تغییر شکل حباب در اعداد رینولدز محدود، حرکت حباب با اعداد کاپیلاری مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. سه شبیه‌سازی در  $Ca = 0.2, 0.4, 0.6$  انجام شده است. شرایط موجود دیگر در جریان عبارت‌اند از:  $\alpha = \lambda = 0.95$ ,  $\zeta = 0.125$ ,  $Fr = 0.2$  و  $\theta = 40$ . اندازه شبکه محاسباتی  $64 \times 32 \times 64$  است. شکل (۶-الف) تغییر شکل حباب سه‌بعدی با عدد کاپیلاری را نشان می‌دهد. شکل (۶-ب) مهاجرت عرضی حباب بر حسب زمان بی‌بعد را نشان می‌دهد. با بیشتر شدن عدد کاپیلاری و شکل‌پذیری بیشتر، حباب بیشتر تمایل دارد در موقعیتی نزدیک‌تر به مرکز کانال به تعادل برسد. این پدیده ناشی از چرخش بیشتر حباب‌های شکل‌پذیر است که خود سبب ایجاد نیروی رانش دیواره بزرگ‌تری خواهد بود. در نسبت چگالی تقریباً یکسان، هرچه حباب کروی تغییر شکل بیشتری داشته باشد، تمایل بیشتری جهت رفتن به مرکز کانال خواهد داشت. شکل (۶-ج) سرعت محوری حباب‌ها را نسبت به موقعیت محوری آن‌ها نشان می‌دهد. با بیشتر شدن عدد کاپیلاری، سرعت محوری هم بیشتر می‌شود. در مقایسه با مرجع [۶] که شبیه‌سازی قطره برای کانال افقی، در جریان پواسل را نشان می‌دهد، مقدار سرعت بی‌بعد متفاوت است



(الف)



(ب)

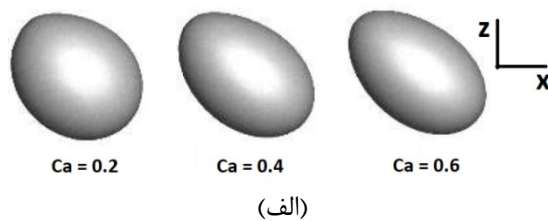


(ج)

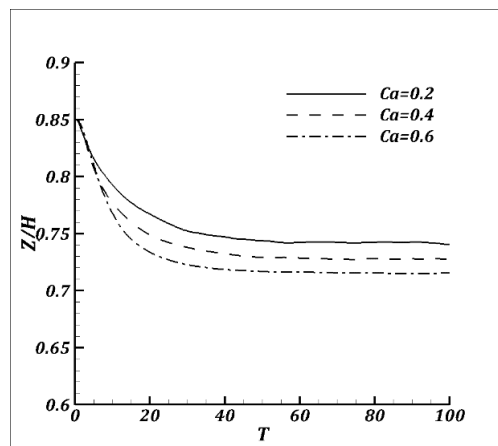
شکل (۷). الف) موقعیت عرضی حباب، ب) سرعت محوری حباب و ج) تغییر شکل حباب در زوایای شیب کانال مختلف

#### ۴-۶- اثر عدد فرود ( $Fr$ )

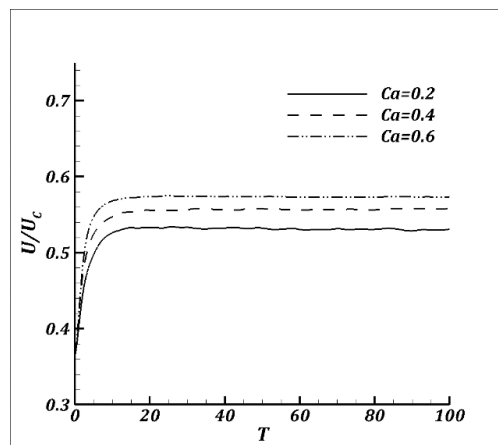
در این بخش اثر عدد فرود بر حرکت حباب با در نظر گرفتن مقادیر مختلف برای عدد فرود  $Fr = 0.2, 0.4$  بررسی می‌شود. پارامترهای جریان



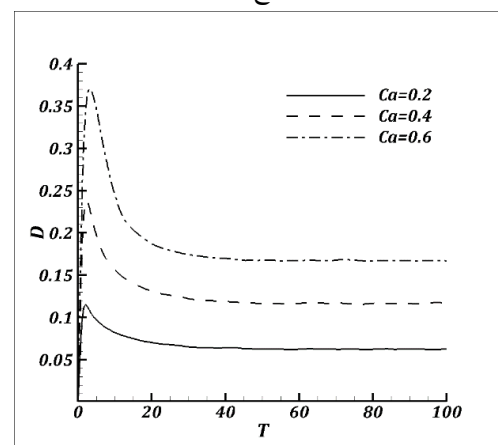
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

شکل (۶). الف) شکل حباب، ب) مهاجرت عرضی، ج) سرعت محوری و د) تغییر شکل به ازای کاپیلاری‌های مختلف



بسیار کمتر است. تغییر شکل حباب نیز با افزایش نسبت چسبندگی افزایش خواهد یافت. این افزایش در محدوده نسبت چسبندگی مورد بررسی بسیار کم است چراکه تابعیت تغییر شکل حباب از نسبت چسبندگی، زمانی که عدد کاپیلاری و در نتیجه آن کشش سطحی ثابت باشد، ناچیز خواهد بود. این موضوع در شکل (۹-ج) قابل مشاهده است. در دوره زمان گذرای ابتدایی، حباب‌ها به سرعت تغییر شکل می‌دهند و با گذشت زمان به شکل دائم می‌رسند و تغییر شکل آن‌ها بسیار کم خواهد بود که این نشان‌دهنده وابستگی کم تغییر شکل به نسبت چسبندگی است.

#### ۴-۸- اثر موقعیت اولیه حباب

مهاجرت عرضی حباب‌ها در موقعیت‌های ابتدایی مختلف، نسبت به زمان و برای  $Re = 20$ ,  $\alpha = 0.95$ ,  $Ca = 0.2$ ,  $Fr = 0.2$ ,  $\theta = 40^\circ$  در شکل ۱۰ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود موقعیت تعادل نهایی حبابی که در مرکز کانال رها شده است به دلیل وجود گرانش به سمت پایین منحرف شده است ولی در صورت عدم وجود نیروی گرانش، به علت تقارن مسئله، موقعیت تعادل نهایی حباب در مرکز کانال می‌بود [۱۶]. از شکل همچنین می‌توان دریافت حباب‌هایی که نزدیک دیواره رها شده‌اند به سمت مرکز کانال مهاجرت می‌کنند، اما حباب‌های رها شده در موقعیت اولیه نزدیک به مرکز، به سمت دیواره مهاجرت می‌کنند. مهاجرت به سمت مرکز به سبب دافعه دیواره است. از طرفی به دلیل انحنای پروفیل سرعت متوسط، حباب به سمت دیواره مهاجرت می‌کند. می‌توان این‌گونه استنباط کرد که نیروهای اعمالی بر حباب به تعادل خواهند رسید. همچنین مهاجرت عرضی حباب مستقل از موقعیت ابتدایی آن و سرعتش است؛ در نتیجه تمام حباب‌ها، بدون در نظر گرفتن موقعیت اولیه، در یک موقعیت نهایی بین دیواره و مرکز به تعادل می‌رسند. این پدیده همان اثر سگرسلیبرگ است. موقعیت تعادلی برای حباب‌هایی که در نیمه بالایی کانال رها شده‌اند در فاصله  $z/H = 0.25$  از دیواره بالایی قرار دارد.

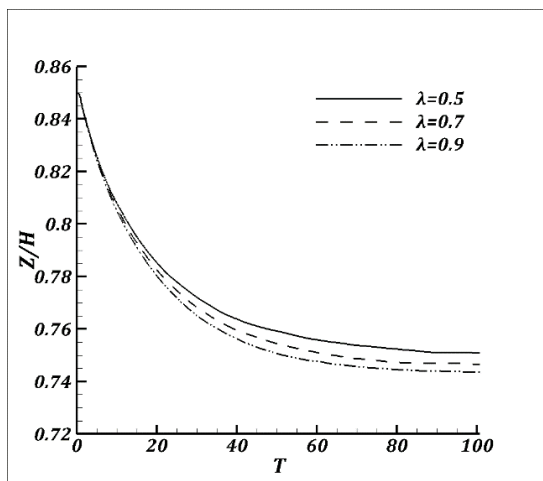
بسیار کمتر است. تغییر شکل حباب نیز با افزایش نسبت چسبندگی افزایش خواهد یافت. این افزایش در محدوده نسبت چسبندگی مورد بررسی بسیار کم است چراکه تابعیت تغییر شکل حباب از نسبت چسبندگی، زمانی که عدد کاپیلاری و در نتیجه آن کشش سطحی ثابت باشد، ناچیز خواهد بود. این موضوع در شکل (۹-ج) قابل مشاهده است. در دوره زمان گذرای ابتدایی، حباب‌ها به سرعت تغییر شکل می‌دهند و با گذشت زمان به شکل دائم می‌رسند و تغییر شکل آن‌ها بسیار کم خواهد بود که این نشان‌دهنده وابستگی کم تغییر شکل به نسبت چسبندگی است.

بسیار کمتر است. تغییر شکل حباب نیز با افزایش نسبت چسبندگی افزایش خواهد یافت. این افزایش در محدوده نسبت چسبندگی مورد بررسی بسیار کم است چراکه تابعیت تغییر شکل حباب از نسبت چسبندگی، زمانی که عدد کاپیلاری و در نتیجه آن کشش سطحی ثابت باشد، ناچیز خواهد بود. این موضوع در شکل (۹-ج) قابل مشاهده است. در دوره زمان گذرای ابتدایی، حباب‌ها به سرعت تغییر شکل می‌دهند و با گذشت زمان به شکل دائم می‌رسند و تغییر شکل آن‌ها بسیار کم خواهد بود که این نشان‌دهنده وابستگی کم تغییر شکل به نسبت چسبندگی است.

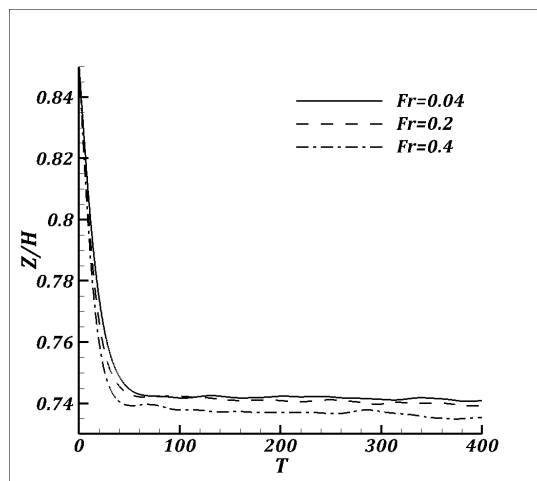
بسیار کمتر است. تغییر شکل حباب نیز با افزایش نسبت چسبندگی افزایش خواهد یافت. این افزایش در محدوده نسبت چسبندگی مورد بررسی بسیار کم است چراکه تابعیت تغییر شکل حباب از نسبت چسبندگی، زمانی که عدد کاپیلاری و در نتیجه آن کشش سطحی ثابت باشد، ناچیز خواهد بود. این موضوع در شکل (۹-ج) قابل مشاهده است. در دوره زمان گذرای ابتدایی، حباب‌ها به سرعت تغییر شکل می‌دهند و با گذشت زمان به شکل دائم می‌رسند و تغییر شکل آن‌ها بسیار کم خواهد بود که این نشان‌دهنده وابستگی کم تغییر شکل به نسبت چسبندگی است.

#### ۴-۷- اثر نسبت چسبندگی ( $\lambda$ )

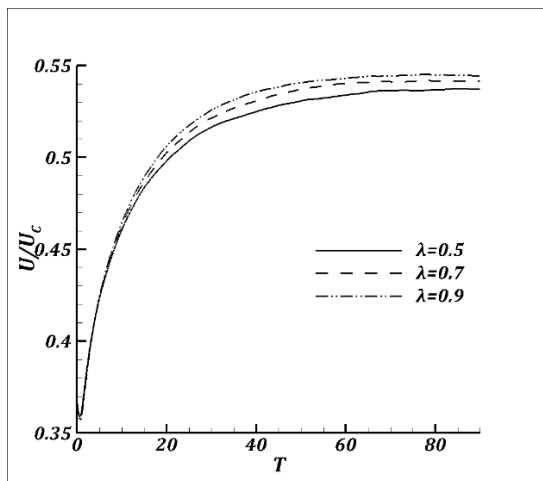
در این بخش، اثر نسبت چسبندگی در پارامترهای ثابت جریان  $Re = 20$ ,  $\alpha = 0.95$ ,  $Ca = 0.2$ ,  $Fr = 0.2$  و  $\theta = 40^\circ$ ، مورد بررسی قرار گرفته است. اندازه شبکه محاسباتی  $64 \times 32 \times 64$  است. شکل (۹-الف) نتایج شبیه‌سازی حرکت یک حباب را در مقادیر مختلف نسبت چسبندگی ( $\lambda = 0.9, 0.7 \& 0.5$ ) نمایش می‌دهد. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود طبق اثر سگرسلیبرگ، حباب تقریباً به صورت یکنواخت به سمت محل تعادلی حرکت می‌کند. با افزایش  $\lambda$ ، نرخ مهاجرت هم افزایش می‌یابد. نیروی رانش دیواره که یکی از مکانیزم‌های حرکت است با افزایش  $\lambda$  افزایش می‌یابد و حباب را سریع‌تر به سمت محل تعادلی حرکت می‌دهد. شکل (۹-ب) سرعت محوری مرکز حباب در راستای  $x$  در نسبت چسبندگی‌های مختلف ( $\lambda = 0.9, 0.7 \& 0.5$ ) نسبت به زمان را نمایش می‌دهد. با افزایش نسبت چسبندگی، سرعت محوری حباب افزایش خواهد یافت. در شکل (۹-ج) تغییر شکل حباب نسبت به زمان در نسبت‌های چسبندگی مختلف



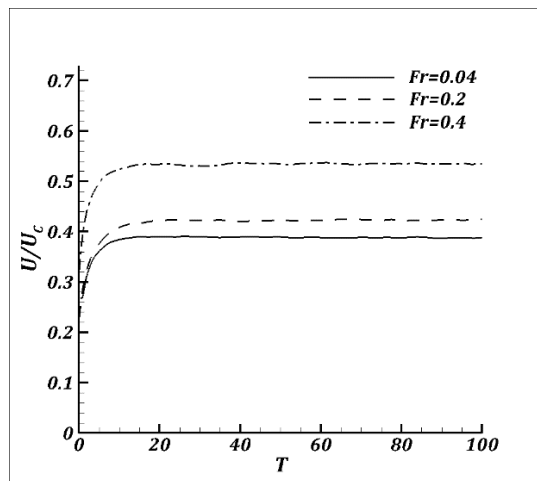
(الف)



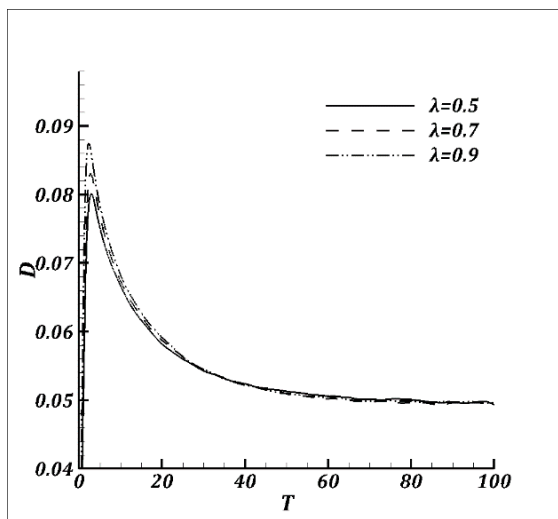
(الف)



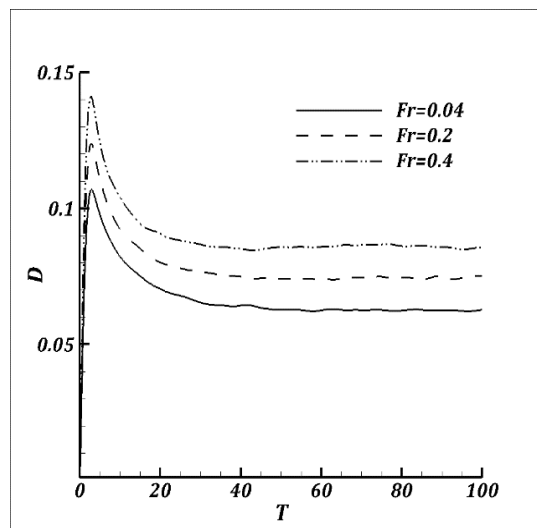
(ب)



(ب)



(ج)



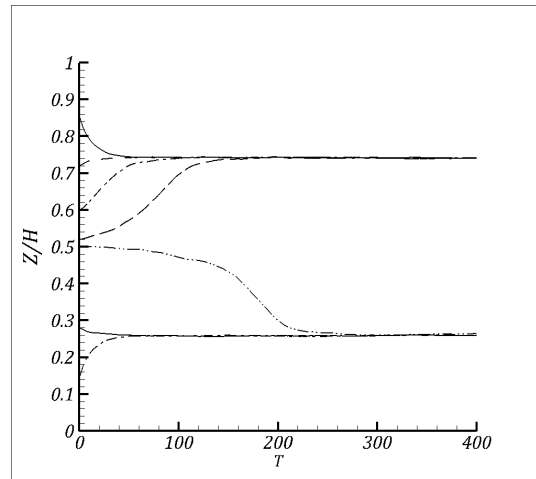
(ج)

شکل (۹). (الف) مهاجرت عرضی حباب، (ب) سرعت محوری حباب و (ج) تغییر شکل حباب در نسبت‌های چسبندگی مختلف

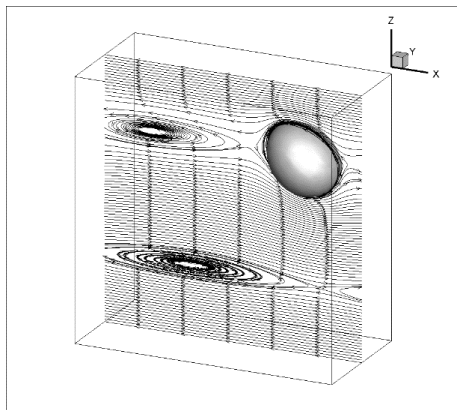
شکل (۸). (الف) موقعیت محوری حباب، (ب) سرعت محوری حباب در اعداد فرود مختلف و (ج) تغییر شکل حباب در اعداد فرود مختلف

لازم به ذکر است که حباب‌هایی که در نیمه بالایی رها می‌شوند در موقعیت تعادلی در همان نیمه بالایی کانال و برعکس، حباب‌هایی که در نیمه پایینی کانال رها شده‌اند، در همان نیمه پایینی کانال به تعادل می‌رسند.

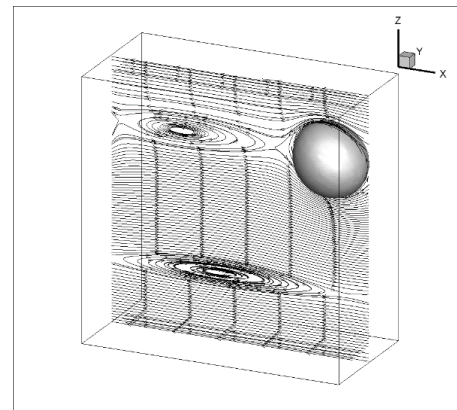
شکل ۱۱ نشان‌دهنده خطوط جریان در اعداد رینولدز مختلف است. رفتار حباب‌ها در اعداد رینولدز مختلف ارتباط مستقیمی با گردابه‌های ایجاد شده در پشت حباب‌ها دارد. با افزایش عدد رینولدز تأثیر اینرسی بیشتر شده ولی تأثیر چسبندگی کمتر می‌شود، در نتیجه جریان معکوس در پشت حباب‌ها بر جریان عبوری در کانال غالب می‌شود.



شکل (۱۰). مهاجرت عرضی حباب در موقعیت‌های اولیه مختلف



(ب)



(الف)

شکل (۱۱). خطوط جریان در الف)  $Re = 20$  و ب)  $Re = 40$

## ۵- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر مهاجرت عرضی یک حباب در جریان پواسل با اعداد رینولدز محدود و درون کانال شیب‌دار، با در نظر گرفتن نیروی گرانش به صورت سه بعدی مورد بررسی قرار گرفته است و اثر پارامترهایی چون عدد کاپیلاری، اثر زاویه شیب کانال، عدد فرود، نسبت چسبندگی و موقعیت اولیه حباب بررسی شده است. نتایج حاکی از آن است که سرعت بدون بعد در جهت جریان با افزایش عدد کاپیلاری، بیشتر می‌شود. همچنین نرخ مهاجرت حباب به سمت مرکز کانال با افزایش عدد کاپیلاری افزایش می‌یابد و حباب سریع‌تر و در زمان کوتاه‌تری به موقعیت تعادلی خود می‌رسد. منحنی‌های مربوط به تغییر شکل نشان می‌دهند که افزایش عدد کاپیلاری سبب افزایش تغییر شکل حباب می‌شود.

افزایش زاویه کانال، سبب افزایش سرعت محوری بی‌بعد حباب و همچنین کاهش تغییر شکل تیلور آن می‌شود. افزایش زاویه کانال باعث می‌شود که حباب در موقعیتی نزدیک‌تر به مرکز کانال قرار بگیرد. از آنجاکه با بزرگ‌تر شدن عدد فرود نیروی دافعه دیواره و در پی آن اثر روان‌سازی افزایش می‌یابد، حباب بیشتر به سمت مرکز کانال منحرف می‌شود و همچنین مقدار سرعت بی‌بعد و تغییر شکل آن افزایش می‌یابد. افزایش نسبت چسبندگی، سبب افزایش نیروی رانش دیواره (نیروی روغن کاری) می‌شود و در نتیجه نرخ مهاجرت حباب به موقعیت تعادلی بیشتر شده و در موقعیتی نزدیک‌تر به مرکز کانال به تعادل می‌رسد. با افزایش نسبت چسبندگی سرعت محوری نیز افزایش می‌یابد. وابستگی تغییر شکل حباب به نسبت چسبندگی

- Channel”, Transactions of Mechanical Engineering, Vol. 37, pp. 119-130, 2013.
11. Razavieh, A. and Mortazavi, S. “The Interface Between Fluid-like and Solid-like Behavior for Drops Suspended in two-phase Couette flow”, Acta Mechanica, Vol. 226, pp. 1105-1121, 2015.
  12. Shahin, H. and Mortazavi, S. “Three-Dimensional Simulation of Microdroplet Formation in a co-Flowing Immiscible Fluid System Using Front Tracking Method,” Journal of Molecular Liquids, Vol. 243, pp. 737-749, 2017.
  13. Sedaghatkish, A. and Mortazavi, S. “Simulation of film Boiling heat Transfer in Complex Geometries Using Front Tracking Method”, Journal of Applied Fluid Mechanics, Vol. 12, No. 3, pp. 931-946, 2018.
  14. Nourbakhsh, A. and Saraei, N. “Numerical study of the Effect of Different flow Conditions on the Dynamics of Droplet Collisions Between two Opposite Moving Plates”, Journal of Mechanical Engineering, Vol. 51, No. 4, pp. 473-482, 2022. (In Persian)
  15. Tryggvason, G., Bunner, B., Esmaeeli, A., Juric, D., Al-Rawahi, N., Tauber, W., Han, J., Nas, S. and Jan, Y.J. “Afront-Tracking Method for the Computations of Multiphase flow”, J. Computational Physics, Vol. 169, pp. 708-759, 2001.
  16. Unverdi, S.O. and Tryggvason, G. “Computations of Multi-fluid flows”, Physica, Vol. D60, pp. 70-83, 1992.
  17. Mohammadi Masiri, S., Bayareh, M., and Ahmadi Nadooshan, A. “Pairwise Intercation of drops in shear-thinning inelastic fluids”, Korea-Australia Rheology Journal, Vol. 31, pp. 25-34, 2019.
  18. Goodarzi, Z., Ahmadi Nadooshan, A., and Bayareh, M. “Numerical Investigation of off-Centre Binary Collision of Droplets in a Horizontal Channel”, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, Vol. 40(3), pp. 1-10, 2018.
  19. Bayareh, M., and Mortazavi, S. “Numerical Simulation of the motion of a Single Drop in a Shear flow at Finite Reynolds numbers”, Iranian Journal of Science and Technology Transaction B-Engineering, Vol. 33, pp. 441-452, 2009.
  20. Bayareh, M., and Mortazavi, S. “Effect of Density Ratio on the Hydrodynamic Interaction Between two Drops in Simple Shear flow”, Iranian Journal of Science and Technology Transaction B-Engineering, Vol. 35, pp. 121-132, 2011.
- خیلی کم می‌باشد و با افزایش نسبت چسبندگی تغییر شکل حباب اندکی افزایش می‌یابد. در بررسی اثر موقعیت اولیه حباب، مشاهده شد که حباب‌هایی که نزدیک دیواره رها شده‌اند به سمت مرکز کانال مهاجرت می‌کنند، اما حباب‌های رها شده در موقعیت اولیه نزدیک به مرکز، به سمت دیواره مهاجرت می‌کنند.
- ### ۷- مراجع
1. Taylor, G.I. “The Formation of Emulsions in Definable Fields of Flow”, Proc. Roy. Soc. A, Vol. 146, p. 501, 1934.
  2. Segre, G. and Silberberg, A. “Behaviour of Macroscopic Rigid Spheres in Poiseuille Flow, part2. Experimental Results and Interpretation”, J. Fluid Mech, Vol. 14, p. 136, 1962.
  3. Karnis, A., Goldsmith, H. L. and Mason, S. G. “The Kinetics of Flowing Dispersions. Part1. Concentrated Suspensions of Rigid particles”, J. Colloid. Interface. Sci, Vol. 22, pp. 531-553, 1966.
  4. Karnis, A., Goldsmith, H. L. and Mason, S. G. “The Flow of Suspensions Through Tubes. Inertial Effects”, J. Chem. Engng, Vol. 44, pp. 181-193, 1966.
  5. Kennedy, M. R., Pozrikidis, C. and Skalak, R. “Motion and Deformation of Liquid Drops, and the Rheology of Dilute Emulsions in Simple Shear flow”, Computers Fluids, Vol. 23, No. 2, pp. 251-278, 1994.
  6. Nourbakhsh, A. and Mortazavi, S.S. “A three-Dimensional Study of the Motion of a Drop in Plane Poiseuille Flow at Finite Reynolds Numbers”, Iranian J. Science and Technology, Transaction B: Engineering, Vol. 34, No. B2, pp. 179-196, 2010.
  7. Mortazavi, S.S., Afshar, Y. and Abbaspour, H. “Numerical simulation of two-Dimensional Drops Suspended in Simple Shear Flow at Nonzero Reynolds Numbers”, J. Fluids. Eng, Vol. 133, pp. 1-9, 2011.
  8. Bayareh, M. and Mortazavi, S.S. “Binary Collision of Drops in Simple Shear Flow at Finite Reynolds Numbers: Geometry and Viscosity Ratio Effects”, Advances in Eng. Software, Vol. 42, pp. 604-611, 2011.
  9. Pournader, O. and Mortazavi, S. “Three Dimensional in Tteraction of two Drops Driven By Buoyancy”, Computers and Fluids, Vol. 88, pp. 543-556, 2013.
  10. Tafreshi, M. M. and Mortazavi, S.S. “Numerical Simulation of Motion of Drops on an Inclined

