

# عدد ناسلت برای جریان سیال آرام تراکم‌پذیر در ناحیه ورودی یک لوله داغ

رحیم شمس‌الدینی<sup>۲</sup>

بهادر ابولپور<sup>۱\*</sup>

دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان، ایران

دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۲/۰۵؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۸/۲۸)

## چکیده

حل بسیاری از مسائل مهم صنعتی نیاز به دانستن مقادیر ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی یک یا چند جریان سیال در تجهیزات، سیستم‌ها یا لوله‌های مختلف دارند. در مطالعه حاضر، یک مدل عددی برای شبیه‌سازی جریان سیال تراکم‌پذیر در قسمت ورودی یک لوله داغ با زوایای مختلف نسبت به افق ایجاد شده است. در این ناحیه، لایه‌های مرزی هیدرودینامیکی و حرارتی جریان سیال در حال توسعه هستند. با توجه به آشفتگی جریان سیال در اثر برهمکنش جریان حرارت و سیال در داخل این لوله، از مدل آشفته سه‌بعدی برای این شبیه‌سازی استفاده شد. برای این منظور، معادلات پیوستگی، ناویر-استوکس تراکم‌پذیر، مدل استرس رینولدز، و معادلات انرژی آشفته و تراکم‌پذیر به صورت هم‌زمان حل شده‌اند. سپس با استفاده از مجموعه‌ای از اجزای عددی به وسیله مفاهیم طراحی آزمایش و روش‌های بهینه‌سازی، یک فرمول پیش‌بینی برای عدد ناسلت برای این جریان‌ها به دست آمده است. در نهایت توانایی این فرمول با استفاده از مجموعه‌ای از داده‌های آزمایشگاهی مورد بررسی قرار گرفته است.

**واژه‌های کلیدی:** عدد ناسلت، جریان تراکم‌پذیر، جریان آرام، منطقه ورودی، لوله داغ

## Nusselt Number for Laminar Flow in Entrance Zone of a Hot Tube

Abolpour, B.  
Sirjan University of  
Technology, Sirjan, Iran

Shamsoddini, R.  
Sirjan University of  
Technology, Sirjan, Iran

(Received: 25/April/2022 ;Accepted 19/ November/2022 )

## ABSTRACT

Solving many important industrial problems requires knowing the values of the displacement heat transfer coefficient of one or more fluid streams in different equipment, systems or pipes. In this study, a numerical model has been developed to simulate compressible fluid flow at the inlet of a hot pipe with different angles to the horizon. In this area, the hydrodynamic and thermal boundary layers of the fluid flow are developing. Due to the turbulence of fluid flow due to the interaction of heat and fluid flow inside this pipe, three-dimensional turbulent model was used for this simulation. For this purpose, continuity equations, compressible Navier-Stokes, Reynolds stress model, and turbulent and compressible energy equations are solved simultaneously. Then, using a series of numerical runs through the concepts of experimental design and optimization methods, a prediction formula for the Nusselt number for these flows has been obtained. Finally, the ability of this formula has been investigated using a set of laboratory data.

**Keywords:** Nusselt Number, Compressible Flow, Laminar flow, Entrance Zone, Hot Tube

## فهرست علائم و اختصارات

## ۱- مقدمه

یکی از پرکاربردترین تجهیزات در اکثر فرایندهای صنعتی، مبدل‌های حرارتی هستند. این مبدل‌ها در شکل‌ها و کاربردهای متنوعی طراحی و استفاده می‌شوند، اما هدف اصلی در استفاده از آنها انتقال انرژی میان سیالات مختلف می‌باشد. مجموعه‌ای از این مبدل‌ها دارای ساختار استوانه‌ای جهت عبور سیال می‌باشند. در این ساختارها، سیال عبوری از درون لوله داخلی، توسط انتقال حرارت با جداره لوله تحت ورود و یا خروج شار حرارتی قرار گرفته و در اثر این انتقال، دمای آن کاهش و یا افزایش می‌یابد. در مجموعه‌ای از فرایندها که هدف گرم کردن جریان گاز عبوری از درون یک لوله است، توسط شار ثابت و یا متغیری از انرژی حرارتی که توسط دیواره لوله تأمین می‌گردد، به این هدف دست پیدا می‌کنند. در چنین سیستم‌هایی شدت انتقال حرارت به پارامترهای عملیاتی و ساختاری مختلفی وابسته است که بهینه‌سازی نرخ انتقال حرارت در چنین سیستم‌هایی بدون تسلط بر مفاهیم انتقال حرارت و مکانیک سیالات امکان‌پذیر نمی‌باشد.

شاه و لندن [۴] تعداد زیادی از نتایج مطالعات عددی در زمینه جریان سیال و انتقال حرارت در ناحیه ورودی کانال‌های مختلف، با شرایط مرزی حرارتی مختلف، مانند مرز با دمای ثابت و یا با شار حرارتی ثابت، جمع‌آوری کرده‌اند. لی و گاریملا [۵] عملکرد انتقال حرارت جریان سیال در ناحیه توسعه یافته حرارتی درون میکرو کانال‌های مستطیلی با شرایط مرزی حرارتی شار ثابت، مورد مطالعه عددی قرار داده‌اند. در این مطالعه، اثر نسبت ابعاد کانال مختلف برای پیش‌بینی عدد ناسلت محلی و متوسط در نظر گرفته شده است. این اثر، با مش‌های ظریف‌تر، توسط اسمیت و نوچتو [۶] نیز مورد مطالعه قرار گرفته است و روابط جدیدی برای محاسبه عدد ناسلت پیشنهاد شد. رنکسزبولوت و نیازمند [۷] انتقال حرارت در یک جریان سیال آرام در ناحیه ورودی کانال‌های دوزنقه‌ای با دمای دیواره ثابت مورد مطالعه قرار داده‌اند. آنها دریافتند که عدد رینولدز بر عدد ناسلت در نزدیکی ورودی کانال تأثیر می‌گذارد و این اثر به تدریج در جهت جریان کاهش می‌یابد. مک هیل و گاریملا [۸] مطالعاتی در مورد میکرو کانال‌های دوزنقه‌ای انجام داده‌اند و ضرایب انتقال حرارت را برای

$a$	ضریب ثابت فرمول $uN_{predicted}$
$b$	توان‌های $DL$ در فرمول $uN_{predicted}$
$C_p$	ظرفیت حرارتی سیال در فشار ثابت که با استفاده از معادله $(J.kg^{-1}.^{\circ}C^{-1})$ چندجمله‌ای piecewise محاسبه شده
$d$	قطر لوله $(m)$
$DL$	پارامترهای بدون بعد ( یعنی $Pr$ , $Re$ , $Gr$ و $\frac{d}{x}$ و $\frac{\mu}{\mu_w}$ )
$g$	شتاب گرانش $(m.s^{-2})$
$G_r$	عدد گراشف
$h$	ضریب انتقال حرارت همرفتی $(W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1})$
$L$	طول لوله $(m)$
$k$	ضریب انتقال حرارت رسانا سیال $(W.m^{-1}.^{\circ}C^{-1})$ که با استفاده از تئوری جنبشی گاز محاسبه شده [2]
$Nu$	عدد ناسلت
$Nu_{Model}$	$Nu$ که با مدل ریاضی به دست آمده
$Nu_{Predicted}$	$Nu$ که با فرمول به دست آمده پیش‌بینی شده
$P$	فشار سیال $(Pa)$
$Pr$	عدد پرانتل
$Re$	عدد رینولدز
$q$	شار حرارتی دیوار $(W)$
$T$	دمای سیال $(^{\circ}C)$
$T_w$	دمای دیوار $(^{\circ}C)$
$u$	جزء بردار سرعت سیال $(m.s^{-1})$
$x$	موقعیت محوری در منطقه توسعه $(m)$
$\alpha$	زاویه لوله $(^{\circ})$
$\beta$	ضریب انبساط حرارتی سیال $(^{\circ}C^{-1})$ که برابر با چگالی گازهای ایده‌آل است
$\mu$	ویسکوزیته سیال $(Pa.s^{-1})$ که با استفاده از فرمول ساترلند [3]
$\mu_w$	ویسکوزیته سیال $(Pa.s^{-1})$ در دمای دیواره
$\rho$	چگالی سیال $(Kg.m^{-3})$ که با استفاده از تئوری گاز ایده‌آل محاسبه شده

بررسی شده‌اند. از روش طراحی آزمایش و الگوریتم بهینه‌سازی برای به حداقل رساندن شبیه‌سازی‌های مورد نیاز برای پوشش مناسب اثرات این عوامل بر  $Nu_{Predicted}$  و همچنین حداکثر برآزش این مقادیر پیش‌بینی‌شده با  $Nu_{Model}$  استفاده شده است.

## ۲- روش‌شناسی

مدل ریاضی تأیید شده قبلی برای بررسی بر همکنش جریان‌های حرارت و سیال در داخل یک لوله داغ عمودی با استفاده از داده‌های تجربی [۲] برای به دست آوردن  $Nu$  در ناحیه توسعه یافته هیدرودینامیکی و ناحیه درحال توسعه حرارتی این لوله با شرایط و زوایای حرارتی متفاوت، در مطالعه قبلی ما [۳] ارائه شده است. با توجه به تلاطم حاصل از بر همکنش جریان حرارت و سیال در داخل این لوله، از مدل آشفته سه‌بعدی برای این شبیه‌سازی استفاده شد. لوله مدل‌سازی شده در مطالعه حاضر دارای  $d=1$  cm و  $L=120$  cm است که در آن ۶۰ سانتیمتر اول دارای یک  $T_w$  یا  $q$  ثابت است و ۶۰ سانتی‌متر دیگر آدیاباتیک (برای حذف اثرات پایانی در مطالعه ما) است. این لوله با استفاده از یک شبکه مثلثی یکنواخت با حدود یک میلیون مش، مش‌بندی شد. سلول‌های محاسباتی چهاروجهی جریان سیال با خواص متغیر تراکم‌پذیر بوده است. از این‌رو، معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \bar{u}_i) = 0 \quad (1)$$

معادلات میانگین ناویر-استوکس تراکم‌پذیر:

(۲)

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \rho \bar{u}_i \bar{u}_j + \bar{P} \delta_{ij} - \mu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \rho \bar{u}_i \bar{u}'_j \right] = \rho g_i$$

مدل استرس رینولدز:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho \bar{u}_k \bar{u}'_i \bar{u}'_j) &= - \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \rho \bar{u}'_j \bar{u}'_k + \bar{P}' (\delta_{kj} \bar{u}'_i + \delta_{ik} \bar{u}'_j) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \mu \frac{\partial}{\partial x_k} (\bar{u}'_i \bar{u}'_j) \right] + \bar{P}' \left( \frac{\partial \bar{u}'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}'_j}{\partial x_i} \right) \\ &- \rho \left( \bar{u}'_i \bar{u}'_k \frac{\partial \bar{u}'_j}{\partial x_k} + \bar{u}'_j \bar{u}'_k \frac{\partial \bar{u}'_i}{\partial x_k} \right) - \rho \beta (g_i \bar{u}'_j T + g_j \bar{u}'_i T) \\ &- 2\mu \frac{\partial \bar{u}'_i}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{u}'_j}{\partial x_k} - 2\rho \Omega_k (\bar{u}'_j \bar{u}'_m \varepsilon_{ikm} + \bar{u}'_i \bar{u}'_m \varepsilon_{jkm}) \end{aligned} \quad (3)$$

کانال‌های با دمای دیواره ثابت، محاسبه کرده‌اند. آنها نتیجه گرفتند که توسعه لایه‌مرزی هیدرودینامیکی تأثیر قابل توجهی در عدد ناسلت محلی دارد. ساها و همکاران [۹] خصوصیات انتقال حرارت میکرو کانال‌های لوزی شکل را با شرایط مرزی حرارتی شار ثابت، به صورت عددی مورد مطالعه قرار داده‌اند. نتایج آنها نشان داد که زاویه کانال تأثیر زیادی بر عدد ناسلت در ناحیه کاملاً توسعه یافته دارد. در این مطالعه، رابطه‌ای برای محاسبه عدد ناسلت در ناحیه کاملاً توسعه یافته پیشنهاد شده است. مایا و همکاران [۱۰، ۱۱] انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری در سیالات غیرنیوتنی در کانال‌های بیضوی شکل با شرایط مرزی دما ثابت و شار ثابت بررسی کرده‌اند. آنها عدد ناسلت محلی و متوسط را محاسبه کردند و دریافتند که نسبت ابعاد بیضوی تأثیر قابل توجهی بر پارامترهای انتقال حرارت دارد.

در مطالعات آزمایشگاهی و شبیه‌سازی‌های عددی که پیش‌تر در این زمینه صورت گرفته [۱-۳]، یک مدل ریاضی شبیه‌سازی جریان گاز درون منطقه هیدرودینامیک توسعه یافته و حرارتی درحال توسعه در یک لوله داغ ارائه شده است. این مدل برای شبیه‌سازی بر همکنش بین جریان حرارت و سیال و همچنین حرکت ذرات جامد میکرو و نانو در این لوله استفاده شده است. پیش‌بینی‌های این مدل با استفاده از مشاهدات تجربی تأیید شد [۱، ۲]. مشاهده شده که پیش‌بینی رفتارهای سیال تراکم‌پذیر در داخل یک لوله با شرایط حرارتی متفاوت بسیار پیچیده است، به خصوص در ناحیه ورودی این لوله که در آن پروفیل‌های سرعت و دما درحال توسعه هستند. این پیچیدگی یک مشکل جدی در مطالعات صنعتی و مهندسی برای به دست آوردن نرخ انتقال حرارت و جرم است [۱۲، ۱۳]. در این مطالعات [۳]، فرمولی پیش‌بینی‌کننده برای محاسبه عدد ناسلت ( $Nu$ ) جریان سیال آرام تراکم‌پذیر درون ناحیه توسعه یافته هیدرودینامیکی و ناحیه درحال توسعه حرارتی درون یک لوله داغ به دست آمده است.

در تحقیق حاضر از روش مشابهی برای به دست آوردن این فرمول برای  $Nu$  در ناحیه ورودی این لوله که لایه‌های مرزی هیدرودینامیکی و حرارتی به طور هم‌زمان درحال توسعه هستند استفاده شده است. برای این منظور شرایط مختلف دیواره حرارتی (شار حرارتی ثابت و دمای ثابت)، زوایای لوله با افق، نوع گاز، و دبی سیال ورودی

و معادلات انرژی آشفته و تراکم‌پذیر:

(۴)

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \rho \bar{u}_j \left( C_p \bar{T} + \frac{1}{2} \bar{u}_i \bar{u}_i \right) \right] + \frac{1}{2} \rho \overline{u_j u_i u_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ - \left[ \bar{u}_i \left( \mu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} - \rho \overline{u_i u_i} \right) + k \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{\rho \bar{u}_i \left[ \mu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right] - \rho C_p \bar{u}_j \bar{T}' - \frac{1}{2} \rho \overline{u_j u_i u_i} \right)$$

پیش تر، به طور همزمان برای شبیه سازی این جریان تراکم پذیر حالت پایدار در داخل منطقه ورودی لوله داغ [۱۴-۱۲]، با استفاده از یک کد توسعه یافته حل شده اند. سپس با استفاده از مقادیر به دست آمده توسط این مدل،

$$Nu_{Model} = \frac{q}{(T-T_w)} \frac{d}{k} \quad \text{محلی محاسبه شد. معادله (۱)}$$

معادله پیوستگی برای سیالات تراکم پذیر و معادله (۲) معادلات میانگین ناویر-استوکس (FAVS) در جهت  $x$ ،  $y$  و  $z$  هستند. این ۴ معادله دارای ۱۰ متغیر مجهول ( $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \bar{P}, \rho \overline{u_i u_i}$ ) هستند. به دست آوردن این متغیرها در هر گره محاسباتی از شبکه، به ۶ معادله دیگر نیاز دارد. مدل استرس رینولدز (RSM) معادلات مورد نیاز را به صورت معادله (۳) ارائه می‌کند. پروفیل‌های سرعت و دما را می‌توان از طریق حل معادله انرژی برای سیال آشفته و تراکم پذیر (معادله (۴)) به طور همزمان با این ۱۰ معادله، بدست آورد [۱۵]. یک کد کامپیوتری برای حل این

معادلات کوپل شده، نوشته شده و محاسبات عددی مربوطه در حلقه ایجاد شده در این کد، تا رسیدن به همگرایی، تکرار شده است. ویژگی‌های سیال (یعنی  $\mu$ ،  $\rho$ ،  $C_p$  و  $\beta$ ) در هر گره محاسباتی از شبکه تعریف شده، در هر تکرار این حلقه، به روز شده است.  $\mu$  و  $\rho$  به ترتیب با استفاده از فرضیه گاز ایده آل و معادلات ساترلند محاسبه شدند.  $k$  و  $C_p$  نیز با استفاده از نظریه جنبشی گازها به عنوان تابعی از دما محاسبه شده اند [۱۵]. شرایط مرزی تعریف شده در این مطالعه در جدول ۱ آورده شده است. برای بررسی تأثیر عوامل تأثیرگذار (یعنی نوع شرایط حرارتی دیواره لوله، مقدار این شرایط حرارتی، دبی گاز ورودی، نوع این گاز و

زاویه لوله) بر روی عدد ناسلت از روش طراحی آزمایش استفاده شده است. این کار برای کاهش شبیه‌سازی‌های مورد نیاز به ۱۸ اجرا، برای داشتن ۲ سطح برای هر عامل، ۴ نقطه مرکزی و ۶ نقطه تصادفی، همانطور که در جدول ۱ ارائه [۱۶] است، صورت گرفته. با توجه به دست آورد مطالعه قبلی [۱۶] فرمول  $Nu_{Predicted} = \sum_i a_i \prod_j DL_j^{b_{ji}}$  برای منطقه ورودی این

لوله داغ در نظر گرفته شده است، که در آن عدد ناسلت تابعی توانی از  $Pr$ ،  $Gr$ ،  $Re$  و  $\frac{\mu}{\mu_w}$ ،  $\frac{d}{x}$  می باشد. ضرایب و توان‌های این فرمول با استفاده از *fminsearch* محاسبه شد که یک الگوریتم بهینه سازی جستجوگر است، که بر اساس حداکثر برازش  $Nu_{predicted}$  با  $Nu_{Model}$  این بهینه سازی را انجام داده است. بنابراین، چنانچه بصورت مختصر بخواهیم شرح روش تعیین فرمول پیش بینی کننده عدد ناسلت در این مطالعه را بیان کنیم، می‌توان گفت که بوسیله شبیه سازی برپایه دینامیک سیالات محاسباتی (با حل معادلات (۱ تا ۴))، مقادیری برای  $Nu_{Model}$  با استفاده از رابطه ارائه شده، بدست می‌آید. سپس، جهت یافتن ضریب و توانها در رابطه توانی ارائه شده برای فرمول پیش بینی کننده عدد ناسلت ( $Nu_{predicted}$ )، این رابطه بر رو مقادیر  $Nu_{Model}$  تعیین شده پس از اجراهای دینامیک سیالات محاسباتی مربوطه (که بوسیله مفاهیم طراحی آزمایش مقادیر متغیرهای این اجراها مشخص شده‌اند)، با استفاده از الگوریتم بهینه‌یاب *fminsearch* منطبق شده است.

### ۳- نتایج و بحث

مقادیر بهینه ضرایب و توان فرمول  $Nu_{predicted}$  با برازش  $Nu_{predicted}$  با  $Nu_{Model}$  برای موارد آموزشی ارائه شده در جدول ۱ به دست آمده است که مقادیر  $R_2$  را با مقادیر میانگین ۰،۹۷۲ و ۰،۹۶۴ برای داده‌های آموزشی (موارد طراحی شده و تصادفی) و داده‌های آزمایشی به ترتیب ارائه می‌کند که صحت فرمول به دست آمده برای پیش‌بینی  $Nu$  را تأیید می‌کند. شکل ۱ این روش برازش را با استفاده از *fminsearch* نشان می‌دهد. مقادیر بهینه به دست آمده از ضرایب و توان‌های این فرمول، توسط الگوریتم بهینه‌سازی جستجو کننده، در جدول ۲ ارائه شده است. جهت ارزیابی

جدول (۱): فهرستی از شبیه‌سازی‌های طراحی شده برای آموزش و تست مدل.

نوع	شماره اجرا	شرایط حرارتی دیوار	سیال	حداکثر دمای سیال ( $^{\circ}C$ )	دبی سیال ورودی ( $Nlit.min^{-1}$ )	زاویه لوله نسبت به افق ( $^{\circ}$ )	$R^2$
داده‌های آموزشی طراحی شده	۱	دمای ثابت	هوا	۸۰۰	۱۰	۹۰	۰/۹۶۶
	۲	جریان گرما ثابت	هوا	۸۰۰	۰,۱	-۹۰	۰/۹۶۵
	۳	دمای ثابت	هیدروژن	۸۰۰	۰,۱	۹۰	۰/۹۸۴
	۴	جریان گرما ثابت	هیدروژن	۸۰۰	۱۰	-۹۰	۰/۹۷۶
	۵	دمای ثابت	هوا	۱۶۰۰	۱۰	-۹۰	۰/۹۵۸
	۶	جریان گرما ثابت	هوا	۱۶۰۰	۰,۱	۹۰	۰/۹۶۵
	۷	دمای ثابت	هیدروژن	۱۶۰۰	۰,۱	-۹۰	۰/۹۸۸
	۸	جریان گرما ثابت	هیدروژن	۱۶۰۰	۱۰	۹۰	۰/۹۵۵
	۹	دمای ثابت	هوا	۱۲۰۰	۱	۰	۰/۹۶۲
	۱۰	جریان گرما ثابت	هوا	۱۲۰۰	۱	۰	۰/۹۶۸
	۱۱	دمای ثابت	هیدروژن	۱۲۰۰	۱	۰	۰/۹۷۵
	۱۲	جریان گرما ثابت	هیدروژن	۱۲۰۰	۱	۰	۰/۹۹۲
داده‌های آموزشی تصادفی	۱۳	دمای ثابت	هوا	۸۰۰	۰,۱	۴۵	۰/۹۸۶
	۱۴	دمای ثابت	هوا	۸۰۰	۰,۱	۳۰۰	۰/۹۸۷
	۱۵	جریان گرما ثابت	هیدروژن	۱۲۰۰	۱	۳۳۰	۰/۹۹۲
	۱۶	دمای ثابت	آرگون	۸۰۰	۱	۶۰	۰/۹۸۴
	۱۷	دمای ثابت	آرگون	۸۰۰	۱۰	۳۱۵	۰/۹۶۳
	۱۸	دمای ثابت	هوا	۸۰۰	۵	۳۰۰	۰/۹۳۸
داده‌های آزمایش تصادفی	۱۹	دمای ثابت	هوا	۸۰۰	۰,۱	۲۷۰	۰/۹۸۶
	۲۰	دمای ثابت	هوا	۸۰۰	۰,۱	۳۳۰	۰/۹۸۷
	۲۱	جریان گرما ثابت	هیدروژن	۸۰۰	۱۰	۳۰۰	۰/۹۴۸
	۲۲	دمای ثابت	هوا	۸۰۰	۱۰	۳۳۰	۰/۹۶۵
	۲۳	جریان گرما ثابت	بخار آب	۸۰۰	۱	۶۰	۰/۹۶۹
	۲۴	دمای ثابت	دی‌اکسیدکربن	۹۰۰	۱۰	۳۰۰	۰/۹۲۸

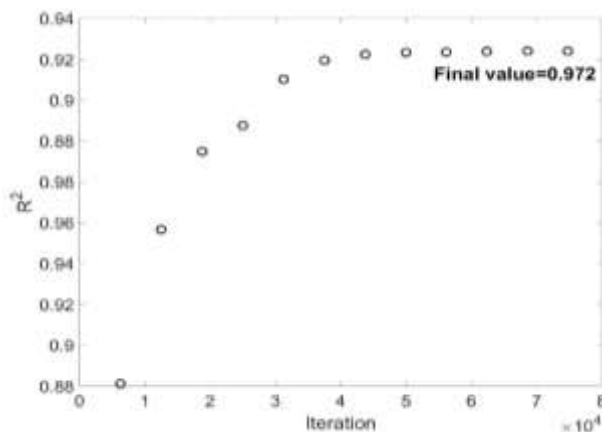
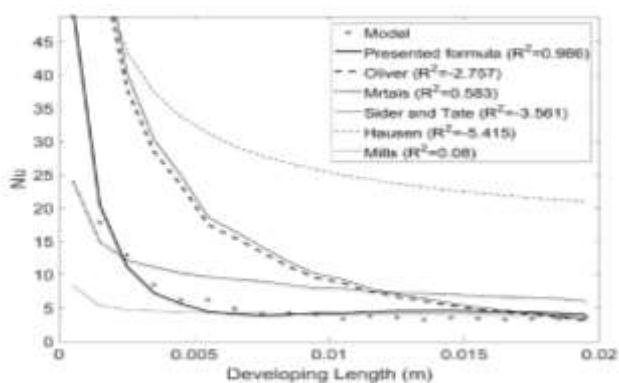
موارد آزمایش تایید می‌کنند. این شکل‌ها دارای دو قسمت فوقانی و زیرین هستند. قسمت فوقانی این شکل‌ها نشان دهنده تغییرات مقادیر محاسبه شده توسط مدل دینامیک سیالات محاسباتی برای  $Pr$ ,  $Gr$ ,  $Re$  و  $\frac{d}{x}$ ,  $\frac{\mu}{\mu_w}$  در طول ناحیه توسعه سیال درون لوله می‌باشد. این مقادیر با توانها و ضریبهای مشخص شده در جدول ۲، به معادله پیش‌بینی عدد ناسلت تبدیل ( $Nu_{predicted}$ ) می‌شوند، که در قسمت

توانایی پیش‌بینی عدد ناسلت توسط رابطه به دست آمده در این پژوهش، پیش‌بینی‌های این فرمول علاوه بر مقایسه با مقادیر محاسبه شده برای عدد ناسلت توسط مدل دینامیک سیالات محاسباتی، با نتایج حاصل از ۵ مورد از مطالعات مرتبط گذشته [۲۱-۱۷] نیز مقایسه شده است.

شکل‌های ۲ تا ۷ دقت پیش‌بینی‌های فرمول ارائه شده را با سایر معادلات موجود در این زمینه مقایسه می‌کنند و توانایی فرمول ارائه شده را برای پیش‌بینی  $Nu$  برای همه

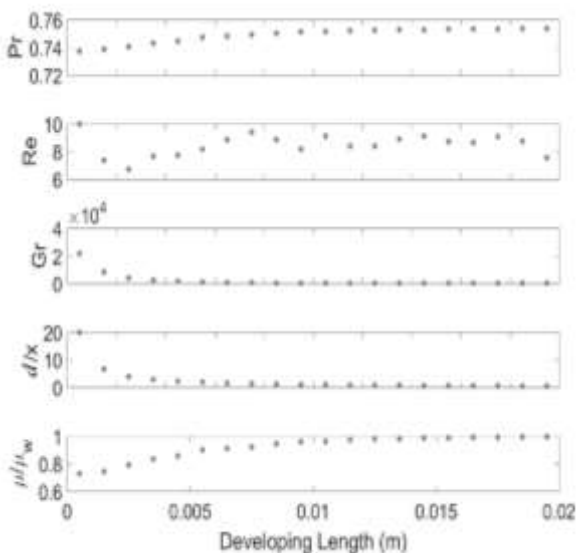
نسبت به تغییر متغیرهای مسئله و دقت لازم جهت محاسبه دقیق عدد ناسلت با تغییرات این متغیرها در طول ناحیه توسعه سیال درون لوله را ندارند. توجه به این نکته لازم است که، خود این ۵ رابطه تعیین شده در مراجع [۱۷-۲۱]، تخمینهای متفاوتی در مقایسه با یکدیگر دارند. اما در هریک از موردهای مورد مطالعه در این شکلها، عدد ناسلت محاسبه شده بر پایه دینامیک سیالات محاسباتی و فرمول پیش بینی کننده عدد ناسلت در این مطالعه، مقادیر بسیار نزدیک به یکدیگر ارائه می کنند (که نشان دهنده تطبیق پیش بینیهای این فرمول با نتایج حاصل از مدلسازی است) و این مقادیر در بازی تخمین سایر فرمولهای مشابه که در مراجع پیشین ارائه شده اند، قرار گرفته اند.

زیرین تین شکلها ارائه شده اند. در قسمت زیرین این شکلها، مقادیر ناسلت تعیین شده توسط مدل دینامیک سیالات محاسباتی ( $Nu_{Model}$ ) و همچنین مقادیر عدد ناسلت محاسبه شده بوسیله روابط ارائه شده در مراجع [۱۷-۲۱] نیز ارائه شده اند. همانطور که دیده می شود، مقادیر عدد ناسلت محاسبه شده توسط فرمولهای ارائه شده در مراجع مختلف، با یکدیگر، با ناسلت تعیین شده توسط مدل دینامیک سیالات محاسباتی و همچنین با تخمین عدد ناسلت توسط فرمول ارائه شده در مطالعه حاضر تفاوتهایی دارند. مشخص است که تمامی فرمولهای ارائه شده در مطالعات قدیمی که همگی بر پایه مطالعات آزمایشگاهی نیز هستند، بصورت مینگین گیری در شرایط مشخص آزمایشگاهی بدست آمده اند و در نتیجه حساسیت کافی



شکل (۱): روش برازش توسط الگوریتم بهینه سازی.

جدول (۲): مقادیر برازش فرمول  $Nu$ .

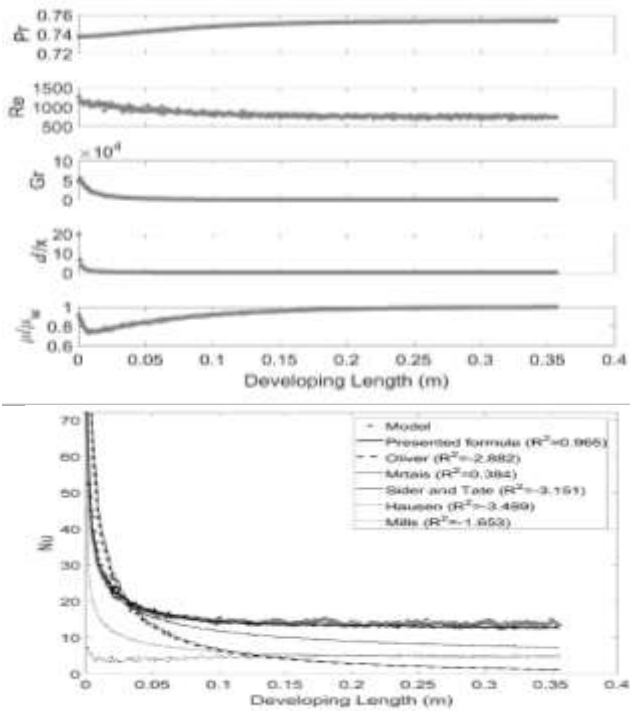


شکل (۲): الف) DL به دست آمده توسط مدل و ب) مقایسه

$Nu_{predicted}$  با سایر فرمولهای ارائه شده در مراجع [۱۷-۲۱] با  $Nu_{Model}$

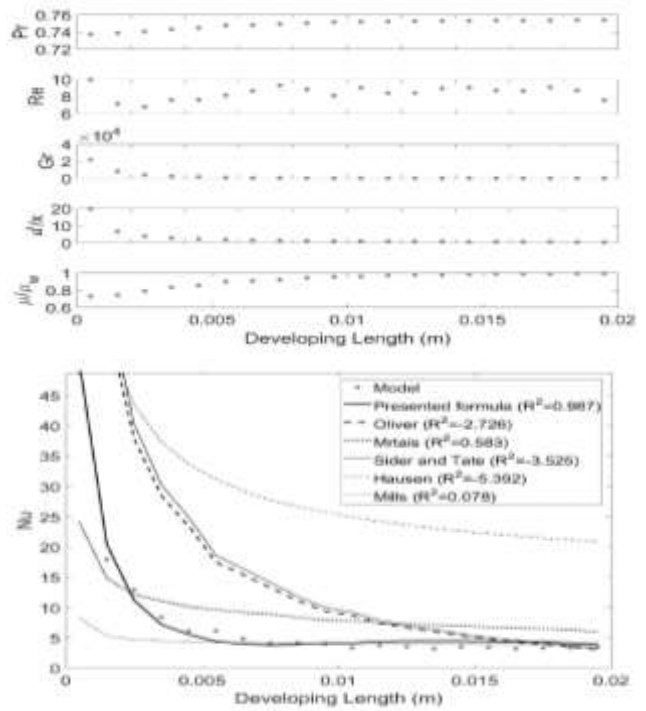
برای مورد آزمایشی شماره ۱۹ در جدول ۱.

i	a	J				
		1	2	3	4	5
DL						
		Pr	Re	Gr	$\frac{d}{x}$	$\frac{\mu}{\mu_w}$
b						
۱	-۲/۱۸	.	.	.	.	.
۲	۹/۶۴۷	۷/۳۰۲	۰/۱۳۲	۰/۲۷۳	۰/۵۸۷	۳۵/۴۸۴
۳	۰/۴۳۷	۱/۲۰۶	۰/۶۱۶	۰/۰۳۵	۰/۲۸۳	۰/۲۹۹
۴	۱/۷۶۲	-۰/۵۳۳	۰/۰۸۸	-۰/۰۴۲	-۰/۲۰۸	۲/۱۳۳
۵	-۰/۰۰۰۴	۲۱/۵۸۷	۱/۰۳۱	۱/۳۳۶	۱/۴۶۹	۹۷/۶۰۲
۶	۰/۳۱۳	-۴/۴۷۷	-۰/۱۹۳	۰/۱۱۵	۰/۷۱۱	-۲/۶۷۶
۷	۱۴/۰۴	-۱۹/۵۷۹	-۰/۹۴۷	-۲/۰۴۳	-۰/۰۳۱	۸۴۲/۴۳۱



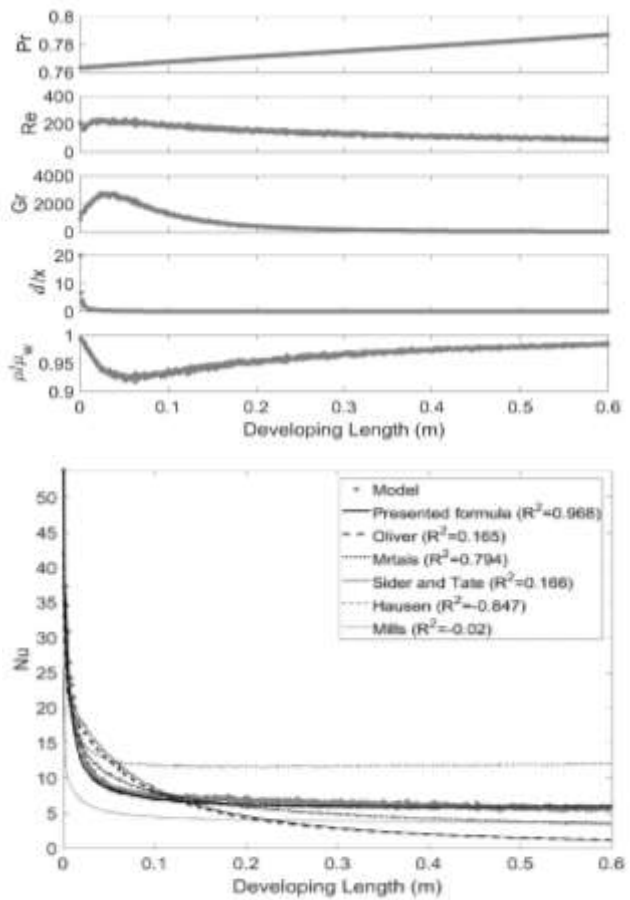
شکل (۵) - الف) DL به دست آمده توسط مدل و ب) مقایسه

$Nu_{predicted}$  با سایر فرمول‌های ارائه شده در مراجع [۱۷-۲۱] با  $Nu_{Model}$  برای مورد آزمایشی شماره ۲۲ در جدول ۱.



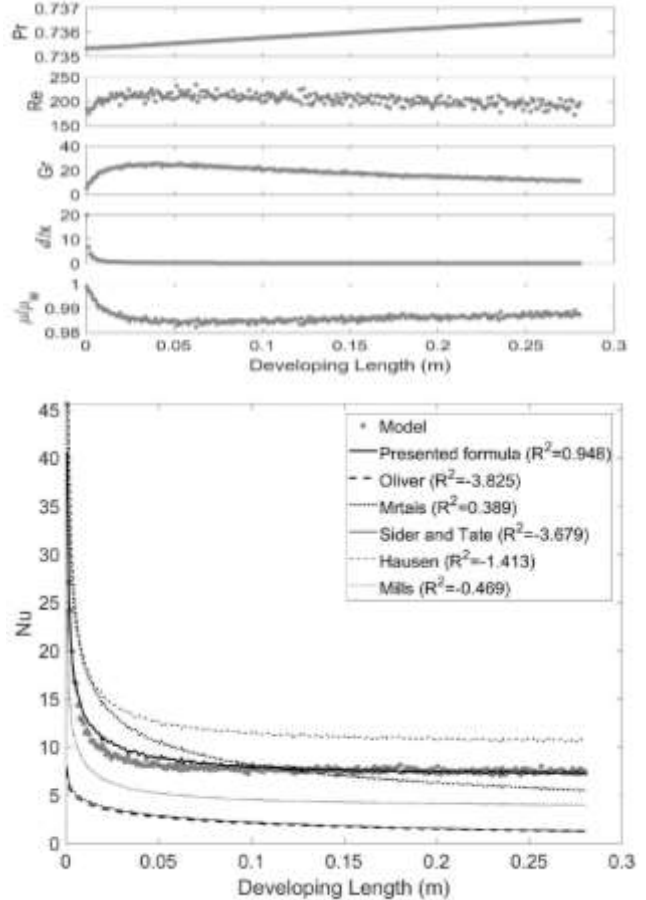
شکل (۳) - الف) DL به دست آمده توسط مدل و ب) مقایسه

$Nu_{predicted}$  با سایر فرمول‌های ارائه شده در مراجع [۱۷-۲۱] با  $Nu_{Model}$  برای مورد آزمایشی شماره ۲۰ در جدول ۱.



شکل (۶) - الف) DL به دست آمده توسط مدل و ب) مقایسه

$Nu_{predicted}$  با سایر فرمول‌های ارائه شده در مراجع [۱۷-۲۱] با  $Nu_{Model}$  برای مورد آزمایشی شماره ۲۳ در جدول ۱.

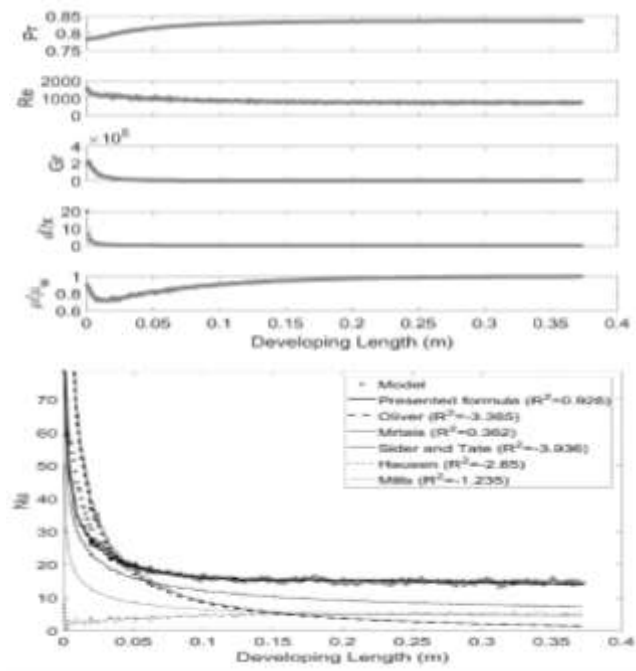


شکل (۴) - الف) DL به دست آمده توسط مدل و ب) مقایسه

$Nu_{predicted}$  با سایر فرمول‌های ارائه شده در مراجع [۱۷-۲۱] با  $Nu_{Model}$  برای مورد آزمایشی شماره ۲۱ در جدول ۱.

## ۵- منابع

- Smith, J. M. "Introduction to Chemical Engineering Thermodynamics", New York, Mcgraw Hill Education, 2018.
- Kauzmann, W. "Kinetic Theory of Gases". Courier Corporation, 2012.
- Sutherland, W. "The Viscosity of gases and Molecular Force". Phil. Mag. J. Sci., Vol. 36, No. 223, pp. 507-531, 1893. doi: 10.1080/14786449308620508
- Shah, R. "Laminar Flow Forced Convection in Ducts", Supp. Adv. Heat Trans., pp. 153-195, 1978.
- Lee, P. S. and Garimella, S. V. "Thermally Developing Flow and Heat Transfer in Rectangular Microchannels of different aspect ratios". Int. J. Heat Mass Trans., Vol. 49, No. 17, pp. 3060-3067, 2006.
- Smith, A. N. and Nochetto, H. "Laminar Thermally Developing Flow in Rectangular Channels and Parallel Plates: Uniform Heat Flux". Heat Mass Trans., Vol. 50, No. 11, pp. 1627-1637, 2014. doi:10.1016/j.csite.2021.100856
- Renksizbulut, M. and Niazmand, H. "Laminar Flow and Heat Transfer in the Entrance Region of Trapezoidal Channels with Constant Wall Temperature". J. Heat Trans., Vol. 128, No. 1, pp. 63-74, 2006. doi:10.1016/j.ijthermalsci.2005.12.008.
- McHale, J. P. and Garimella, S. V. "Heat Transfer in Trapezoidal Microchannels of Various Aspect Ratios". Int. J. Heat Mass Trans., Vol. 53, No. 3, pp. 365-375, 2010. doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2009.09.020
- Saha, S. K., Agrawal, A., and Soni, Y. "Heat Transfer Characterization of Rhombic Microchannel for H1 and H2 Boundary Conditions". Int. J. Therm. Sci., Vol. 111, pp. 223-233, 2017. DOI: 10.1615/JEnhHeatTransf.2021038523
- Maia, C. R. M., Aparecido, J. B., and Milanez, L. "Heat Transfer in Laminar Flow of Non-Newtonian Fluids in Ducts of Elliptical Section". Int. J. Therm. Sci., Vol. 45, No. 11, pp. 1066-1072, 2006. doi:10.1016/j.ijthermalsci.2006.02.001
- Maia, C. R. M., Aparecido, J. B., and Milanez, L. F. "Thermally Developing Forced Convection of Non-Newtonian Fluids Inside Elliptical Ducts". Heat Trans. Eng., Vol. 25, No. 7, pp. 13-22, 2004. doi:10.2514/1.T6193
- Birken, P. "Numerical Methods for the Unsteady Compressible Navier-Stokes Equations". Kassel University, 2013.



شکل (۷) - الف) DL به دست آمده توسط مدل و ب) مقایسه  $Nu_{predicted}$  با سایر فرمول‌های ارائه شده در مراجع [۲۱-۱۴] با  $Nu_{Model}$  برای مورد آزمایشی شماره ۲۴ در جدول ۱.

## ۴- نتیجه گیری

در مطالعه ارائه شده، از یک مدل ریاضی از پیش توسعه یافته و تأیید شده برای به دست آوردن یک فرمول دقیق با محدوده وسیع موارد قابل پیشگویی برای جریان‌های آرام تراکم‌پذیر عبوری از ناحیه ورودی یک لوله داغ که لایه‌های مرزی هیدرودینامیکی و حرارتی در حال توسعه هستند، استفاده شد. برای این منظور از روش طراحی آزمایشی و روش بهینه‌سازی استفاده شد، سپس فرمول به دست آمده با استفاده از مجموعه‌ای از داده‌های آزمایشگاهی تأیید شد. بنابراین، فرمول ارائه شده برای عدد ناسلت محلی پیش‌بینی قابل قبولی برای جریان آرام سیالات تراکم‌پذیر در داخل ناحیه توسعه هیدرودینامیکی و حرارتی درون یک لوله با شار حرارتی ثابت یا دمای ثابت دیوار، با هر زاویه با افق، دارد. نوآوری این مطالعه در تعیین فرمول پیش‌بینی‌کننده عدد ناسلت با استفاده از ترکیبی از دینامیک سیالات محاسباتی و الگوریتم‌های بهینه‌سازی می‌باشد. علاوه بر این، در این مطالعه مقادیر ناسلت محلی به صورت کاملاً حساس به تغییرات پارامترهای مؤثر در ناحیه توسعه سیال در ورودی لوله داغ به دست آمده است. در ادامه مسیر این مطالعه می‌توان با استفاده از مفهوم و روش ارائه شده در این مطالعه به محاسبه سایر اعداد بدون بعد مهم در زمینه‌های مختلف انتقال حرارت و جرم در مسائل گوناگون سیالاتی پرداخت.



17. Hausen, H. "Darstellung des Wärmeüberganges in Rohrendurchverallgemeinerte. Potenzbeziehungen". *Z. VDI Beih Verfahrenstech*, Vol. 4, No. 91, pp. 91-98, 1943. doi: 10.22059/jcamech.2018.255831.263
18. Metais, B. and Eckert, V. "Forced, Mixed, and Free Convection Regimes". *J. Heat Trans.*, Vol. 86, pp. 295-296, 1964. doi:10.1016/S0017-9310(97)00026-4
19. Mills, A. F. "Heat Transfer". Prentice Hall, 1999.
20. Oliver, D. "Heat Transfer Due to Combined Free and Forced Convection in a Horizontal and Isothermal Tube". *ASME J. Heat Trans.*, Vol. 93, pp. 380-384, 1972.
21. Sieder, E. N. and Tate, G. E. "Heat Transfer and Pressure Drop of Liquids in Tubes". *Ind. Eng. Chem.*, Vol. 28, No. 12, pp. 1429-1435, 1936. doi:10.1021/ie50324a027
13. Launder, B. E., Reece, G. J., and Rodi, W. "Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulence Closure". *J. Fluid Mech.*, Vol. 68, No. 3, pp. 537-566, 1975. doi:10.1017/S0022112075001814
14. Wilcox, D. C. "Turbulence modeling for CFD". Vol. 2, DCW industries La Canada, CA, 1998.
15. Abolpour, B., Afsahi, M. M., Yaghobi, M., Soltani Goharrizi, A., and Azizkarimi, M. "Interaction of Heat Transfer and Gas Flow in a Vertical Hot Tube". *Heat Mass Trans.*, Vol. 53, No. 7, pp. 2409-2417, 2017.
16. Abolpour, B. and Shamsoddini, R., "A Predictive Formula for the Nusselt Number of Compressible Laminar Fluid Flow Passing the Thermal Developing Zone of a Hot Tube". *Heat Trans. Asian Res.*, Vol. 48, No. 4, pp. 1529-1543, 2019.