

مدل‌سازی جریان هوا و جابجایی ذرات شن اطراف تپه‌های کم ارتفاع

با بهره‌گیری از الگوی شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ

محمد کاظم مویدی^۲

استادیار، دانشگاه قم، قم، ایران

نیکوآحادی^۱

دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه قم، قم، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۵/۲۰؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۱۲/۰۹)

چکیده

انتشار و توزیع ذرات گردوغبار از مهم‌ترین مسائل در حوزه مطالعات محیط‌زیست می‌باشد. انتقال ذرات گردوغبار تحت تأثیر عوامل طبیعی و محیطی بوده و همواره اثرات مخربی بر محیط‌زیست و به ویژه سلامتی افراد دارد. در پژوهش حاضر به شبیه‌سازی عددی انتشار ذرات گردوغبار در اطراف تپه‌های کم‌ارتفاع پرداخته شده است. جابجایی ذرات گردوغبار تحت تأثیر عواملی چون سرعت جریان هوا، شرایط محیط، سطح و نیز جنس و ویژگی‌های ساختاری خود ذرات می‌باشد. به منظور پیش‌بینی دقیق میدان جریان و بررسی نحوه انتشار ذرات گردوغبار از روش عددی مبتنی بر الگوی شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ استفاده شده است. صحت سنجی برای مدل، بر مبنای مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی با داده‌های آزمایشگاهی انجام شده است و دقت مناسبی را برای مدل‌سازی مبتنی بر الگوی شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ نشان می‌دهد. در پژوهش حاضر شبیه‌سازی عددی جریان سیال با ماژول فلونت از بسته نرم‌افزاری انسیس انجام گرفته است. نتایج این پژوهش شامل تغییرات غلظت ذرات گردوغبار تحت تأثیر عواملی مانند سرعت جریان هوا و نیز قطر خود ذرات ارائه شده و مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان از افزایش میزان غلظت ذرات شن با کاهش قطر آن‌ها از ۲۰۰ میکرون به ۲۰ میکرون در این مطالعه می‌دهد. همچنین هرچه سرعت جریان هوای ورودی به دامنه محاسباتی بیشتر باشد، میزان غلظت ذرات بر روی سطح تپه و محیط اطراف آن کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: تپه‌های کم ارتفاع، شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، دینامیک سیالات محاسباتی، انتشار ذرات

Modeling of Air Flow and Sand Particles Emission around Low-Lying Hills Using Large Eddy Simulation

Nikoo Ahadi

Mohammad Kazem Moayyedi

Space Science and Earth Atmosphere Research Lab., Department of Mechanical Engineering, University of Qom
(Received: 21/ June /2022; Accepted: 18/ August /2023)

ABSTRACT

The emission and distribution of dust particles are of the most important issues in the field of environmental studies. The transfer of dust particles is influenced by natural and environmental factors and always has destructive effects on the environment and especially on people's health. In present research, the numerical simulation of the emission of dust particles around low-lying hills has been done. The emission of dust particles is influenced by factors such as airflow velocity, environmental conditions, surface and also the type and structural characteristics of the particles. In order to accurately predict the flow field and investigate the way of dust particles emission, a numerical method based on the large eddy simulation has been used. Validation of the model was performed based on the comparison of simulation results with the laboratory data. It shows an appropriate accuracy for modeling based on the large eddy simulation. In the current research, the numerical simulation of fluid flow has been done with the Fluent module from the Ansys software package. The results of this research, including changes in the concentration of dust particles under the influence of factors such as airflow velocity and the diameter of the particles, have been presented and discussed. The results show an increase in the concentration of sand particles by reducing their diameter from 200 microns to 20 microns in this study. Also, the higher velocity of the inlet air flow into the computing domain, the lower the concentration of particles on the surface of the hill and its surrounding environment.

Keywords: Low lying hills, Large eddy simulation (LES), Computational fluid dynamics (CFD), Particles emission

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد

۲- استادیار، (نویسنده پاسخگو): moayyedi@qom.ac.ir

۱- مقدمه

فرسایش ناشی از باد یکی از عوامل اصلی تخریب خاک در مناطق خشک، نیمه خشک و بیابانها می باشد. این عامل اثرات مخربی بر اقتصاد کشاورزی و منابع طبیعی وارد می کند و سلامتی انسانها را به خطر می اندازد. انتقال ذرات گردوغبار به صورت معلق در جریان هوا می تواند نشانی از فرسایش بادی باشد. در طول یک رویداد فرسایشی، حرکت جهشی ذرات شن می تواند مقادیر زیادی خاک را تا کیلومترها جابجا کند و باعث تغییر شکل توپوگرافی هایی مانند تپه های شنی یا ساییدگی خاک شود. در این فرایند خاک بدون مواد تشکیل دهنده ریزتر، باقی می ماند و ذرات کوچک به صورت گردوغبار در هوا معلق می شوند؛ سپس می توانند توسط آشفتگی های جوی، از سطح پراکنده شوند و در نهایت در فواصل بسیار بزرگ تا هزاران کیلومتر توسط گردش جوی منتقل شوند. ذرات گردوغبار اجزای اصلی طوفان های شن هستند و ممکن است منبع بزرگی برای آلودگی هوا باشند. از آنجایی که ذرات کوچک خاک غنی از مواد مغذی و مواد آلی هستند، جابجایی و حمل ذرات گردوغبار توسط جریان هوا در طول فرسایش بادی منجر به تخریب طولانی مدت خاک می شود که اساساً برگشت ناپذیر است؛ مقصود از واژه بازگشت ناپذیر بیشتر بر این موضوع تاکید دارد که پس از جابجایی ذرات از سطح تپه مورد بررسی، ذرات جابجا شده با توجه به جهت وزش باد دیگر به روی سطح تپه باز نمی گردند. بنابراین، یک جنبه مهم از تمام مطالعات فرسایش بادی، ارزیابی پراکندگی ذرات جامد توسط آشفتگی جوی می باشد. یکی از مشکلات اصلی این قبیل مطالعات، وجود غلظت بالای ذرات است؛ به همین منظور نیاز به شناخت الگوی صحیح میدان جریان و توزیع غلظت ذرات گردوغبار است که روش های دینامیک سیالات محاسباتی امکان شبیه سازی جریان و توزیع ذرات گردوغبار را به طور هم زمان در هر نقطه فراهم می کنند. پیروز و همکاران [۱] مطالعه ای با هدف بررسی رفتار جریان هوا بر روی زمین های پیچیده انجام دادند. آنها مسئله را با تپه های منفرد و متوالی با استفاده از دو رویکرد معادلات متوسط گیری شده رینولدز و روش ترکیبی شبیه سازی گردابه های بزرگ و معادلات متوسط گیری شده رینولدز^۱ بررسی کردند. آنها دریافته اند که استفاده از روش ترکیبی برخلاف مدل معادلات متوسط گیری شده رینولدز که فقط سرعت متوسط جریان هوا را محاسبه می کند، می تواند سرعت لحظه ای جریان هوا را هم محاسبه کند. سریدههار [۲] به شبیه سازی

عددی جریان بر روی تپه های کم ارتفاع و شیب دار پرداخت. در این شبیه سازی برای حل جریان از سه مدل آشفتگی کی-امگا، کی-پسیلون و کی-امگا اس-اس-تی کمک گرفت. نتایج نشان داد که هر سه مدل، ناحیه جدایش جریان در امتداد تپه را پیش بینی نکردند. با توجه به اینکه شیب تپه الگوهای جریان را تحت تأثیر قرار می دهد این امر می تواند ناشی از شیب کم تپه باشد و یا اینکه کیفیت شبکه توسعه یافته برای پیش بینی جدایش جریان کافی نبوده باشد. پتری و همکاران [۳] مقایسه ای بین داده های تست تونل باد و شبیه سازی عددی جریان هوا بر روی هندسه های پیچیده انجام دادند. در پژوهش آنها توزیع فشار با مقادیر مختلف سرعت ورودی با استفاده از مدل کی-پسیلون مورد بررسی قرار گرفت و نتایج با مدل آشفتگی کی-امگا اس-اس-تی مقایسه شد. آنها دریافته اند که مدل کی-امگا اس-اس-تی با نتایج تجربی مطابقت بهتری دارد. ریخی بوز و همکاران [۴] به شبیه سازی عددی جریان بر روی تپه با استفاده از روش شبیه سازی های گردابه های بزرگ و معادلات متوسط گیری شده رینولدز ناپایدار پرداختند و نتایج با داده های آزمایشگاهی مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج نشان داد که شبیه سازی به روش معادلات متوسط گیری شده رینولدز ناپایدار^۲ نسبت به روش شبیه سازی گردابه های بزرگ، اختلافات قابل توجهی را در چندین ویژگی جریان، به ویژه در جدایش و بازگشت جریان در پشت تپه نشان می دهد. متای و دوربین [۵] شبیه سازی عددی جریان بر روی برآمدگی های مختلف را بر اساس تغییر ارتفاع برآمدگی با استفاده از روش شبیه سازی گردابه های بزرگ مورد مطالعه قرار دادند. نتایج نشان داد سرعت متوسط جریان و تنش های رینولدز برای برآمدگی با کمترین ارتفاع با داده های تجربی تطابق خوبی دارند. دینگ و استریت [۶] شبیه سازی عددی جریان لایه مرزی اتمسفری را بر روی یک مانع مورد بررسی قرار دادند. در ارزیابی آنها هدف توانایی حلگر در مدل سازی ناحیه جریان برگشتی بود که به منظور تعیین مدل آشفتگی بهینه، شبیه سازی با استفاده از شکل های مختلف مدل آشفتگی کی-پسیلون و همچنین پارامترهای ورودی مختلف انجام گرفت. نتایج نشان داد که توزیع سرعت و انرژی جنبشی آشفتگی بدست آمده در مقایسه با داده های آزمایشگاهی دقت خوبی دارد. هوانگ [۷] به شبیه سازی عددی انتشار ذرات جامد در لایه مرزی اتمسفری پرداخت. شبیه سازی با حضور یک و چند تپه در مسیر حرکت سیال با استفاده از روش شبیه سازی گردابه های بزرگ انجام گرفت که نتایج با داده های آزمایشگاهی از تطابق خوبی برخوردار بود. همچنین به

² Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes (URANS)¹ Hybrid RANS/LES

۲- معادلات حاکم

در این بخش به معرفی معادلات حاکم بر مسئله مورد بحث در این پژوهش پرداخته خواهد شد. در این شبیه سازی از دیدگاه اولیری-لاگرانژی استفاده شده است. در این رویکرد، شبیه سازی دینامیک جریان سیال با دیدگاه اولیری مدل شده و برای مدل سازی حرکت ذرات جامد معلق در آن، الگوی فاز گسسته (مدل لاگرانژی) به کار برده شده است. معادلات بقاء جرم، مومنتوم و انرژی برای فاز سیال حل می شود و رفتار ذرات با ردیابی آنها در میدان سیال و حل معادلات در هر یک از آنها تعیین می شود. اساس و پایه این روش مبتنی بر مسیریابی و تعقیب تعداد زیادی از ذرات به صورت منفرد می باشد. سپس با محاسبه مقادیر میانگین کمیت های مختلف مانند تعداد ذرات رسوب شده، می تواند رفتار مجموعه ذرات را پیش بینی کند. بالا بودن تعداد مسیریابی ذرات، ناشی از حرکت تصادفی ذرات سیال و ذرات جامد معلق می باشد. با توجه به دو فازی بودن مسئله حاضر معادلات حاکم شامل دو دسته مشتمل بر معادلات حرکت سیال و معادلات جابجایی ذرات می باشد.

۲-۱- معادلات جریان سیال

معادلات جریان سیال تراکم ناپذیر و لزج شامل معادلات پیوستگی و اندازه حرکت خطی بوده و به صورت زیر می باشند:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu_{eff} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (2)$$

در این روابط \mathbf{u} بردار سرعت، ν_{eff} لزجت سینماتیکی مؤثر، ρ چگالی سیال و p فشار است.

۲-۲- رویکرد شبیه سازی گردابه های بزرگ

در روش شبیه سازی گردابه های بزرگ معادلات جریان برای مقیاس های بزرگ که حاوی انرژی هستند، حل می شوند و اثر مقیاس های کوچک بر مقیاس های بزرگ و سایر بخش های میدان جریان مدل سازی می شود. جداسازی مقیاس های بزرگ از مقیاس های کوچک در این روش، تحت عنوان فیلتر کردن میدان سرعت و سایر مشخصه های جریان شناخته می شود. در این روش هر متغیر جریان مانند ϕ ، به صورت حاصل جمع دو مولفه فیلتر شده ($\bar{\phi}$) و اغتشاشی (ϕ') بصورت زیر نوشته می شود:

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (3)$$

در این رابطه، $\bar{\phi}$ بیانگر مقیاس های بزرگ جریان است که همان قسمت فیلتر شده متغیرهای جریان می باشد. ϕ' نیز نشان دهنده مقیاس های کوچک جریان هستند، که مدل

بررسی تأثیر شیب تپه و شرایط سطح تپه بر وقوع جدایش جریان عبوری از تپه پرداخت که نتایج نشان داد به طور کلی، داده های تجربی برخلاف شبیه سازی ها، ناحیه چرخشی بزرگتری را در پشت تپه با سطح صاف نشان می دهند. در شبیه سازی انتشار ذرات، نتایج نشان داد که سمت رو به باد تپه مستعد فرسایش بادی و ناحیه پشت به باد به عنوان ناحیه رسوب ذرات شناخته می شود. کیم و همکاران [۸] به مدل سازی عددی جریان و انتشار ذرات به منظور بررسی اثرات حضور یک تپه و یا دو ساختمان بر روی جریان با استفاده از مدل آشفتگی کی-اِپسیلون پرداختند. آنها نتیجه گرفتند که در ساختار تپه، شیب آن نقش بسزایی دارد و همچنین افزایش سرعت جریان در اطراف مانع، با ارتفاع تپه ذرات گردوغبار نیز رابطه مستقیم دارد. جمال و همکاران [۹] به شبیه سازی عددی جریان بر روی یک تپه پرداختند. آنها دریافتند که جریان عبوری از تپه با جدایش لایه مرزی و ساختارهای پیچیده گردابه ای همراه است. آنها چندین مدل مختلف ترکیبی مبتنی بر لزجت گردابه ای مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد که مدل های ترکیبی مبتنی بر لزجت گردابه ای ویژگی های آشفتگی را نسبت به مدل معادلات متوسط گیری شده رینولدز مبتنی بر لزجت گردابه ای مانند مدل کی-امگا-اس-اس-تی بهبود می بخشد.

در پژوهش حاضر برای بررسی تأثیر حضور مانع تپه ای شکل بر روی میدان جریان و نیز چگونگی انتشار ذرات گردوغبار، از روش شبیه سازی عددی استفاده شده است. بدین منظور و برای پیش بینی دقیق ساختار میدان جریان مورد نظر، که با توجه به مشخصه های آن یک میدان جریان آشفتنه است، از روش شبیه سازی گردابه های بزرگ استفاده شده است. از آنجا که فیزیک حاکم بر مسئله حاضر یک رفتار وابسته به زمان را نشان می دهد لذا مدل های آشفتگی مبتنی بر روش متوسط گیری رینولدز، انتخاب مناسبی برای محاسبه اثرات آشفتگی میدان جریان نمی باشد. همچنین لازم به ذکر است از آنجا که مسئله حاضر به صورت کوپل یک راهه بین ذرات سیال و گردوغبار در نظر گرفته شده لذا افزایش دقت محاسبه کمیت های میدان جریان سیال که به کمک روش بکار گرفته شده در این پژوهش، بهتر صورت گرفته در پیش بینی دقیق تر دینامیک ذرات جامد تأثیر بسزایی خواهد داشت. هدف بعدی این پژوهش، بررسی تأثیر عوامل محیطی مانند سرعت جریان سیال و نیز قطر ذرات گردوغبار بر روی توزیع آنها در محدوده مورد بررسی می باشد.

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (9)$$

با به کارگیری مدل اسمگورینسکی- لیلی^۲ لزجت گردابه‌ای به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mu_t = \rho C_s \Delta^2 |\bar{S}| \quad (10)$$

$$|\bar{S}| = \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij} \quad (11)$$

در این رابطه C_s ، ثابت اسمگورینسکی بوده و مطابق پیش فرض نرم افزار در این پژوهش مقدار آن ۰/۱ فرض شده است. Δ عرض فیلتر متناسب با اندازه شبکه است. برای جریان‌های سه بعدی به فرم رابطه (۱۲) بیان می‌شود. V نشان دهنده حجم المان‌های شبکه است.

$$\Delta = \Delta x \Delta y \Delta z \frac{1}{3} = V \frac{1}{3} \quad (12)$$

۳- معادلات حرکت ذرات گردوغبار

شبیه‌سازی ذرات جامد با رویکرد لاگرانژی نیاز به حل معادلات حرکت برای هر ذره محاسباتی دارد. حرکت ذرات با حل مجموعه معادلات دیفرانسیل معمولی محاسبه می‌شود که به شرح زیر می‌باشد [۱۱]:

$$\frac{dx_{pi}}{dt} = u_{pi} \quad (13)$$

$$m_p \frac{du_{pi}}{dt} = m_p g_i \left(1 - \frac{\rho}{\rho_p} \right) + F_i + \frac{3}{4} \frac{\rho}{\rho_p D_p} m_p C_D |u_i - u_{pi}| \left(\vec{u} - \vec{u}_p \right) \quad (14)$$

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{Re_p} & 1 + 0.15 Re_p^{0.687} & Re_p \leq 1000 \\ 0.44 & & Re_p > 1000 \end{cases} \quad (15)$$

$$Re_p = \frac{\rho d_p |u_p - u|}{\mu} \quad (16)$$

در رابطه (۱۴)، عبارت اول بیانگر اختلاف نیروی وزن بویانسی و عبارت سوم به معنای نیروی پسا می‌باشد. F_i مربوط به اثر سایر نیروهای خارجی وارد بر ذره می‌باشد که در این جا نیروی برآ سافمن می‌باشد. x_{pi} نشان دهنده موقعیت ذرات و u_{pi} بیانگر سرعت حرکت ذرات می‌باشد.

می‌شوند. از آن جایی که در این روش مقیاس‌های بزرگ جریان به طور مستقیم حل می‌شوند این روش بسیار دقیق‌تر از روش شبیه‌سازی مبتنی بر معادلات متوسط‌گیری شده رینولدز است. با اعمال عملگر فیلتر بر معادلات حاکم بر جریان تراکم‌ناپذیر، معادلات پیوستگی و اندازه حرکت فیلتر شده به شرح زیر می‌باشند [۱۰]:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) \quad (5)$$

$$\tau_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \overline{u_i u_j} \quad (6)$$

با تعریف تنش رینولدز در الگوی شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، معادله اندازه حرکت فیلتر شده به شرح زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (7)$$

۱-۲-۲- مدل مقیاس زیرشبکه‌ای

یکی از ویژگی‌های روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ که این روش را از سایر روش‌های مدل‌سازی آشفتگی متمایز کرده، مدل کردن گردابه‌های زیرشبکه‌ای می‌باشد. با توجه به اینکه در جریان‌های آشفته سه‌بعدی انتقال انرژی از گردابه‌های بزرگ به گردابه‌های کوچک صورت می‌پذیرد، وظیفه و نقش اولیه مدل مقیاس زیرشبکه‌ای توجیه گذر انرژی برای مقیاس‌های کوچک می‌باشد. در روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، اثر مقیاس‌های کوچک در معادلات مدل‌سازی می‌شوند. مدل‌سازی مورد اشاره به روش‌های مختلفی انجام می‌گیرد که آن‌ها را مدل‌های زیرشبکه‌ای می‌نامند. مدل اسمگورینسکی یکی از معروف‌ترین مدل‌های مقیاس زیرشبکه‌ای است که هنوز به طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد. همانند اکثر مدل‌های مقیاس زیرشبکه‌ای موجود، این مدل نیز از مفهوم لزجت گردابه‌ای^۱ استفاده می‌کند.

$$\tau_{ij} = -2\mu_t \bar{S}_{ij} + \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} \quad (8)$$

در رابطه فوق μ_t لزجت آشفتگی در مقیاس زیرشبکه و \bar{S}_{ij} تانسور نرخ کرنش در مقیاس بزرگ بوده و به صورت زیر بیان می‌شود:

² Smagorinsky-Lilly model

¹ Eddy viscosity

و مدل آشفتگی انجام شده است. برای مدل کردن این مسئله، هندسه مورد نظر با رعایت فواصل مناسب از ابتدا و انتهای دامنه محاسباتی و شبکه بندی با ساختار با سازمان و المان های شش وجهی در نرم افزار گمبیت ایجاد شده است. جابجایی ذرات با استفاده از مدل فاز گسسته شبیه سازی شده است. با توجه به اینکه ماهیت انتشار ذرات گردوغبار رفتاری وابسته به زمان دارد؛ بنابراین مسئله در حالت ناپایا با گام زمانی $0.1 S$ انجام شده است.

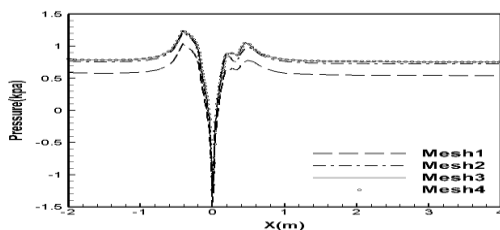
۶- مطالعه عدم وابستگی حل عددی به شبکه

در این مطالعه، به منظور استقلال نتایج شبیه سازی از اندازه شبکه محاسباتی، چهار شبکه با تعداد المان های مختلف (مطابق جدول ۲) تولید شده و با بهره گیری از نمودار تغییرات فشار، شبکه مناسب انتخاب و سایر محاسبات با استفاده از این شبکه جهت رسیدن به نتایج درست انجام شده است.

جدول (۲): کیفیت شبکه های محاسباتی مختلف

نام شبکه	تعداد نقاط شبکه
Mesh1	۹۸۴۷۰۰
Mesh2	۱۲۶۹۵۰۰
Mesh3	۱۳۴۳۶۰۰
Mesh4	۱۸۰۵۳۵۰

شکل ۲ نمودار تغییرات فشار بر حسب فاصله طولی را روی سطح تپه و زمین اطراف برای شبکه های مختلف نشان می دهد. همان طور که در شکل مشخص است نمودار فشار روی سطح تپه و زمین اطراف آن در شبکه بندی شماره ۳ و ۴ تقریباً بر هم منطبق بوده و این تفاوت در شبکه درشت بیشتر دیده می شود. هنگامی که شبکه به میزان ۴۲٪ نسبت به شبکه شماره ۲ ریزتر در نظر گرفته شده (شبکه شماره ۴)، نتایج بر داده های حاصل از شبکه شماره ۳ تقریباً منطبق بوده که نشان می دهد با افزایش تعداد سلول ها تغییرات کمیت فشار نسبت به داده های حاصل از شبکه شماره ۳ همچنان ثابت می باشد. لذا با توجه به نتایج حاصل و به منظور کاهش هزینه و زمان محاسبات، شبکه شماره ۳ به عنوان شبکه بهینه انتخاب شده و کلیه محاسبات مربوطه با این شبکه انجام گرفته است.



شکل (۲): بررسی استقلال حل از شبکه بر اساس توزیع

فشار روی سطح تپه و زمین اطراف

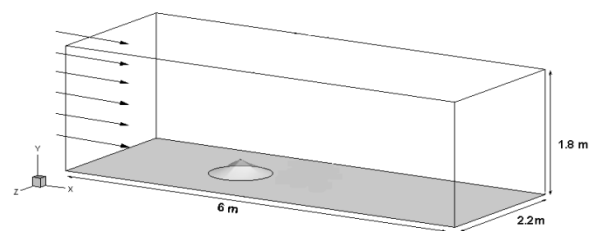
$$F_i = F_{(L-S)} = \frac{1}{d_p \rho_p d_{pk} d_{kl}} (2kv^2 \rho d_{ij}) (\vec{u} - \vec{u}_p) \quad (17)$$

۴- هندسه مسئله و شرایط مرزی

مدل مطالعاتی مورد نظر یک تپه با شعاع $r_{max} = 0.42 m$ در پایه و ارتفاع $h_{max} = 0.2 m$ می باشد که در یک حجم کنترل مکعب مستطیلی شکل قرار گرفته است. شبیه سازی حاضر با ۴ سرعت متفاوت ورودی ($1/42 m/s$ ، ۲، ۴ و ۶) انجام گرفته و نتایج با هم مقایسه شده است. ابعاد حجم کنترل در شکل ۱ نمایش داده شده است. بررسی اثر زبری سطح را می توان زیربنایی برای بررسی الگوی جریان و خصوصیات آن در شرایط پیچیده بیان کرد. با وجود اطمینان از اثر زبری سطح بر روی خصوصیات و ویژگی های جریان، دانش لازم به منظور تعیین دقیق سرعت و ویژگی های جریان آشفته بر روی چنین بسترهایی محدود می باشد. لذا بررسی زبری و اثر آن روی مشخصات جریان از جمله مسائل مورد بررسی در مجامع علمی بین المللی می باشد و در این مطالعه از پرداختن به آن چشم پوشی شده است.

جدول (۱): شرایط مرزی متناسب با نام گذاری در شکل (۱)

زمین و سطح روی تپه	شرط مرزی دیواره
ورودی دامنه	شرط مرزی سرعت ورودی
خروجی دامنه	شرط مرزی جریان خروجی
دیواره های جانبی و بالا	شرط مرزی تقارن



شکل (۱): هندسه مسئله، دامنه محاسباتی و شرایط مرزی

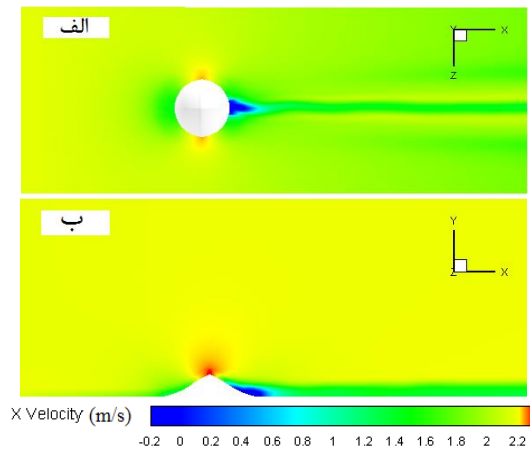
مورد استفاده

۵- روش حل عددی

در این پژوهش شبیه سازی عددی جریان سیال با ماژول فلوئنت از بسته نرم افزاری انسیس انجام گرفته است. به منظور محاسبه اثرات آشفتگی میدان جریان سیال از روش شبیه سازی گردابه های بزرگ با الگوی زیر شبکه اسماگورینسکی- لیلی استفاده شده است. حل عددی مسئله مورد نظر با استفاده از الگوریتم سیمپل با دقت مرتبه دوم برای تمامی معادلات جریان

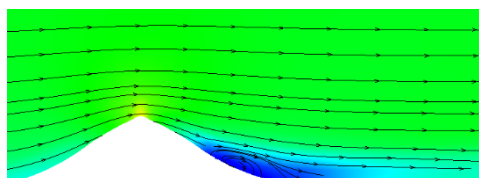
۷- اعتبارسنجی حل عددی

ورودی $1/42 m/s$ نشان داده شده است. با توجه به شکل در پایین دست تپه، ناحیه با سرعت کم قابل مشاهده می‌باشد که محل تشکیل دنباله جریان و نیز ناحیه جریان برگشتی می‌باشد که منجر به تمرکز ذرات در این ناحیه می‌باشد. در شکل ۵ مقایسه‌ای بین خطوط جریان مؤلفه افقی سرعت در زمان S ۲۰ نمایش داده شده است. این شکل، توزیع مؤلفه افقی سرعت را روی صفحه $Z = 0 m$ به ترتیب در سرعت‌های $1/42$ ، 2 ، 4 و $6 m/s$ نشان می‌دهد.

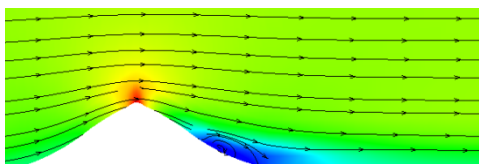


شکل (۴): خطوط هم‌تراز مؤلفه افقی سرعت در زمان ۱۰ روی (الف) صفحه $Y = 0.05 m$ (ب) $Z = 0 m$

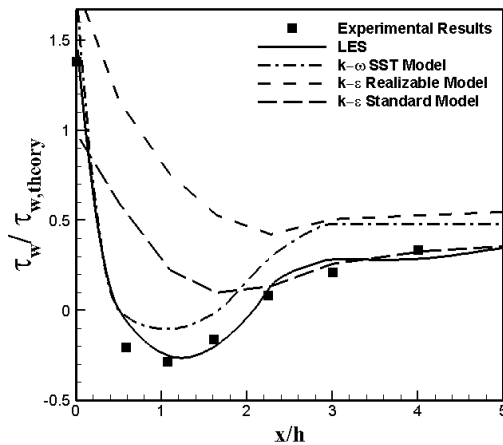
همانطور که مشخص است بیشترین سرعت بر روی قله هر تپه می‌باشد. در این ناحیه فشار جریان کمترین مقدار را داشته و پس از گذر از قله، سرعت جریان به واسطه حضور تپه در مسیر آن کاهش یافته و فشار افزایش می‌یابد. بنابراین در ناحیه پشت تپه، گرادیان فشار معکوس و در نهایت جدایش جریان رخ می‌دهد. همچنین می‌توان گفت هر چه سرعت ورودی بیشتر شود ناحیه پرفشار پشت تپه نیز بیشتر نمایان می‌شود که این شرایط سبب ایجاد جریان چرخشی بزرگتر و در نهایت منجر به انباشت و تجمع بیشتر ذرات در پایین دست تپه خواهد شد.



(الف)



در پژوهش حاضر به منظور بررسی میزان دقت نتایج حاصل از شبیه‌سازی، در ابتدا مطابق با مدلی که بالوگ و همکاران [۱۲] به تحلیل آن پرداخته بودند، هندسه مسئله ایجاد شده است. پس از شبیه‌سازی میدان جریان، برای کسب اطمینان از نتایج حاصل داده‌ها در قالب تغییرات تنش برشی بی‌بعد شده روی سطح تپه با داده‌های آزمایشگاهی به ازای مدل‌های مختلف آشفتگی مورد مقایسه قرار گرفته است. همان‌طور که در شکل ۳ مشخص است از میان رویکردهای مختلف محاسبه اثرات آشفتگی، داده‌های حاصل از الگوی شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ تقریباً بر نتایج آزمایشگاهی منطبق بوده که این میزان دقت این روش را در مقایسه با سایر روش‌ها نشان می‌دهد.

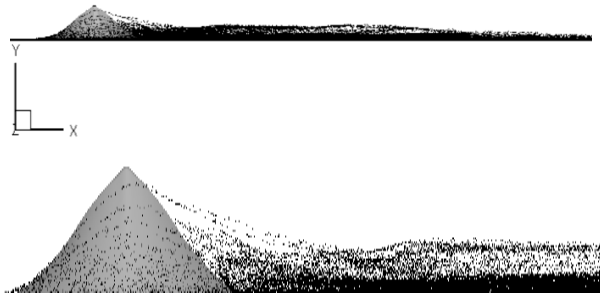


شکل (۳): مقایسه تغییرات تنش برشی بی‌بعد شده روی سطح تپه با نتایج آزمایشگاهی حاصل از رویکردهای مختلف مدل‌سازی آشفتگی [۱۲]

۸- نتایج و بحث

در این بخش نتایج حاصل از شبیه‌سازی ارائه شده است. ناحیه جریان چرخشی که به دلیل جدایش جریان در پشت تپه تشکیل می‌شود ویژگی کلیدی آیرودینامیکی مورد مطالعه در این پژوهش است که نتیجه تعامل بین جریان و توپوگرافی است. جریان در داخل ناحیه چرخشی در مقایسه با جریان بیرونی دارای ویژگی‌های متمایزی است. این ویژگی‌ها برای مطالعه انتقال ذرات از روی موانع مورد توجه ویژه‌ای هستند؛ زیرا جریان هوا و همچنین ذرات حمل شده توسط جریان به طور متوسط زمان بیشتری را در آنجا صرف می‌کنند که این امر منجر به افزایش رسوب ذرات می‌شود. شبیه‌سازی حاضر با 4 سرعت متفاوت ورودی انجام گرفته و نتایج با هم مقایسه شده است. در شکل ۴ خطوط هم‌تراز مؤلفه افقی سرعت روی صفحات $Z = 0 m$ و $Y = 0.05 m$ برای جریان با سرعت

به حرکت کرده و متأثر از جریان هوا در کل محیط جابه‌جا می‌شوند.



شکل (۶): نمایی از پخش ذرات در زمان $22/5$ و $76/5$

جدول (۳): مشخصات ذرات گردوغبار

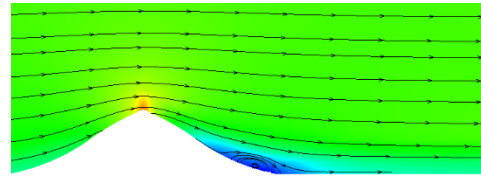
جنس ذرات	قطر ذرات (بر حسب میکرون)
شن	۲۰ و ۲۰۰

با توجه به برقراری اصل برنولی زمانی که فشار جریان، مطابق شکل ۵، در نواحی پشت تپه افزایش می‌یابد منجر به کاهش سرعت جریان شده که این موضوع سبب کاسته شدن سرعت حرکت ذرات و حتی تمایل آنها به حالت سکون در ناحیه پشت تپه می‌شود. این ناحیه محل تشکیل گردابه‌ها بوده و همچنین تپه‌های ذرات در آنجا تجمع بیشتری دارند. در ردیابی لاگرانژی ذرات جامد با استفاده از مدل فاز گسسته^۱، پس از گذشت مدت زمانی در حدود $30 S$ از شبیه‌سازی دیده می‌شود که ذرات تقریباً از داخل دامنه محاسباتی خارج شده‌اند.

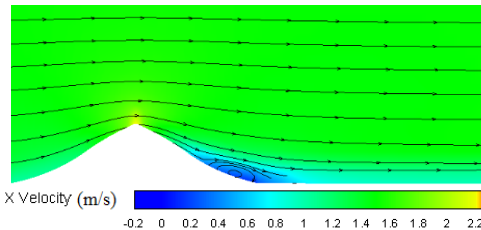
۸-۲- بررسی اثر تغییرات سرعت جریان بر میزان انتشار ذرات گردوغبار

حرکت سیال بر روی تپه تحت تأثیر پارامترهایی چون گرادیان سرعت می‌باشد که مقدار آن می‌تواند یکی از عوامل مؤثر بر انتشار و همچنین رسوب ذرات گردوغبار باشد. شکل ۷ تغییرات انتگرال سطحی غلظت ذرات گردوغبار را بر روی سطح تپه و دامنه محاسباتی نشان می‌دهد. ذرات گردوغبار در برخورد با جریان سیال می‌توانند در حالت سکون و یا همراه جریان به صورت غلتان و یا لغزش در حال حرکت باشند. این ذرات به دلیل نیروهای هیدرودینامیکی وارد بر آنها حرکت می‌کنند. در برخی موارد ممکن است در حین برخورد با بستر به دام بیفتند. در این پژوهش نیز ذرات پس از گذر از تپه به سبب کاهش قابل توجه شدت جریان، قدرت حرکت ذرات کاهش یافته لذا در پشت تپه تراکم ذرات دیده شود پس از آن به -

(ب)



(ج)



(د)

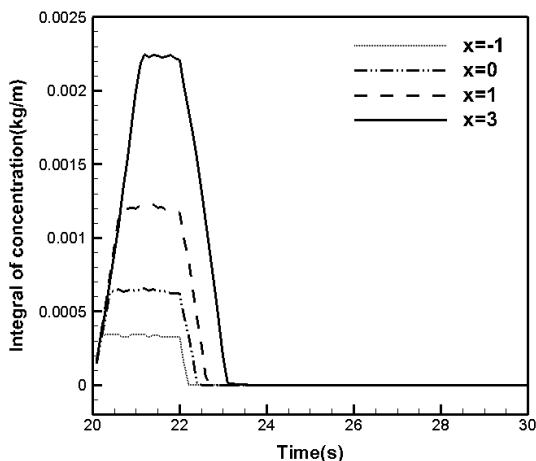
شکل (۵): خطوط هم‌تراز مؤلفه افقی سرعت به همراه خطوط جریان در زمان $20 S$ روی صفحه $Z = 0 m$ و به ازای سرعت‌های (الف) $1/42 m/s$ ، (ب) $2 m/s$ ، (ج) $4 m/s$ و (د) $6 m/s$

۸-۱- انتشار ذرات گردوغبار

یکی از مسائل مورد بررسی در پژوهش حاضر، مدل‌سازی عددی انتشار ذرات گردوغبار در محیط می‌باشد. با توجه به اینکه سرعت جریان هوا از مهم‌ترین عوامل مؤثر در پخش و انتشار ذرات گردوغبار می‌باشد؛ بنابراین به منظور بررسی میزان تأثیر سرعت جریان هوا بر انتشار ذرات شن، شبیه‌سازی حاضر با ۴ سرعت متفاوت ورودی انجام گرفته و نتایج با هم مقایسه شده‌اند. از طرفی شکل و جنس ذرات گردوغبار نیز می‌تواند به عنوان عامل تأثیرگذار دیگری در انتشار ذرات مورد توجه قرار گیرند. در واقع ذرات ممکن است از نظر اندازه، شکل و چگالی متفاوت باشند که غلظت آنها متناسب با این تفاوت، متغیر است؛ لذا در تمامی شبیه‌سازی‌های انجام گرفته شکل ذرات ثابت و به صورت کروی فرض شده است. در جدول شماره ۳، مشخصات ذرات گردوغبار آورده شده است. به منظور تحلیل مسئله حاضر در ابتدا میدان جریان هوا به مدت $20 S$ شبیه‌سازی شده تا جریان در دامنه محاسباتی شکل همگن پیدا کند. سپس پاشش ذرات از سطح تپه و محدوده اطراف آن (روی سطح زمین $2 m$ قبل از قله تپه و $4 m$ پس از آن) با نرخ $0.1 kg/s$ ، به مدت $2 S$ صورت گرفته است و مدل‌سازی جابجایی ذرات برای $30 S$ انجام گرفته است. در شکل ۶ نمایی از انتشار ذرات پس از گذشت $27/6 S$ از پاشش آنها داخل دامنه محاسباتی آورده شده است. همان‌طور که در شکل مشخص است، ذرات شن از سطح تپه و محیط اطراف آن شروع

^۱ Discrete Phase Model(DPM)

شکل ۸ تغییرات انتگرال سطحی غلظت در فواصل مختلف به ازای سرعت جریان آزاد 6 m/s را نشان می‌دهد. میدا مختصات در مرکز تپه لحاظ شده و نیز پاشش ذرات از سطح تپه و زمین‌های اطراف آن یعنی کف دامنه محاسباتی انجام شده است. در بررسی میزان غلظت ذرات شن در مکان‌های انتخابی، مشخص شد حداکثر غلظت در فاصله 3 m از تپه اتفاق می‌افتد که در پشت تپه قرار دارد. دلیل این پدیده را می‌توان اینگونه بیان کرد که در وجه جلویی تپه، جریان در معرض اثراتی که تپه به عنوان مانع در جریان ورودی ایجاد می‌کند، قرار نگرفته و لذا سرعت جریان دچار کاهش شدیدی نشده و در نتیجه توانایی حمل ذره‌ها در این منطقه بیشتر می‌باشد. در حالیکه با فاصله گرفتن از ابتدای دامنه محاسباتی و گذر از تپه، سرعت جریان کاهش یافته و توانایی انتشار آنها کم می‌شود لذا تجمع ذرات بیشتر و میزان غلظت بیشتری را نشان می‌دهد. از طرفی دلیل آن را می‌توان در تفاوت سرعت ذرات عبوری از سطوح نزدیک به سطح زمین و ذرات ارتفاعات بالاتر بیان کرد. این امر سبب ایجاد اختلاف زمانی در ورود ذرات به صفحه موردنظر خواهد شد. لذا در فاصله 3 m از تپه میزان غلظت ذرات بیشتر بوده است. لازم به ذکر است که این صفحات به جهت تشخیص تغییرات غلظت ذرات بر روی تپه، قبل و بعد از آن انتخاب شده اند که بیان می‌کند با فاصله از پایین دست تپه، غلظت در حال افزایش می‌باشد.

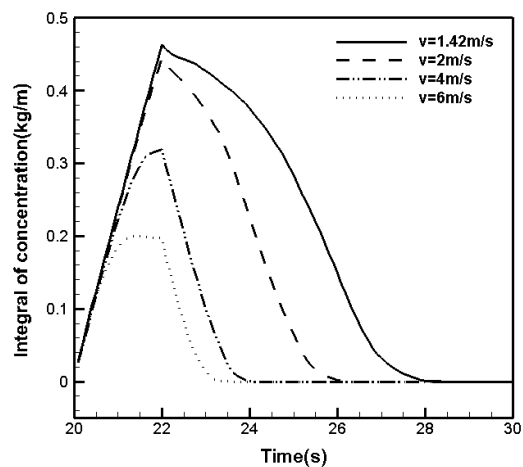


شکل (۸): تغییرات انتگرال سطحی غلظت روی سطح زمین بر حسب زمان روی صفحات عمود بر جهت جریان

۳-۸- بررسی اثر قطر ذرات گردوغبار بر میزان و نحوه جابجایی آن‌ها

با توجه به اینکه فیزیک و ساختار ذرات گردوغبار خود یکی از عوامل محرک در فرسایش بادی و حمل و انتقال ذرات

سبب افزایش نیروی هیدرودینامیکی خالص که به صورت موضعی به ذرات وارد می‌شود، ذرات می‌توانند دوباره در حالت تعلیق قرار بگیرند. با توجه به این موضوع، هنگامیکه که سرعت جریان تغییر می‌کند میزان اثرگذاری سرعت جریان بر نشست و انتشار ذرات بیشتر خواهد شد. زمانی که سرعت جریان افزایش می‌یابد در اثر برهم‌کنش ذرات جامد و سیال، توانایی حمل آن‌ها توسط جریان هوا بیشتر شده و زودتر از سطح تپه و زمین برخاسته و در محیط پراکنده می‌شوند. زیرا با توجه به رابطه تعادل نیروها بر روی یک ذره و نیز ثابت بودن چگالی سیال و ذرات، افزایش سرعت سیال باعث افزایش شتاب حرکت ذرات شده و در نهایت ذرات همراه جریان از سطح بلند شده و در محیط پراکنده خواهند شد. از طرفی با افزایش سرعت، غلظت ذرات بر روی سطح تپه و محیط اطراف آن زودتر به مقادیر کم میل پیدا می‌کند. همان‌طور که از شکل مشخص است برای سرعت $1/42\text{ m/s}$ ذرات تا زمان 28 s ، در دامنه حضور داشته‌اند در حالیکه در سرعت 6 m/s ، پس از گذشت 4 s از انتشار ذرات، غلظت صفر نشان داده شده است. این امر به دلیل اثرات دنباله جریان در پایین دست جریان می‌باشد. جابجایی ذرات گردوغبار توسط جریان هوا به عنوان یک فرآیند ژئومورفولوژیکی نتیجه فعل و انفعالات چند عامل اصلی مشتمل بر سرعت جریان هوا، جاذبه مولکولی آن‌ها و از سوی دیگر اندازه قطر ذرات واقع بر روی سطح زمین می‌باشد. به منظور درک بهتر میزان تأثیر سرعت جریان بر انتشار ذرات گردوغبار در طول زمان شبیه‌سازی صفحاتی عمود بر مسیر جریان (بالادست، قله و پایین دست تپه) تعریف و انتگرال غلظت ذرات بر روی آن‌ها محاسبه شده است.



شکل (۷): تغییرات انتگرال سطحی غلظت روی سطح زمین بر حسب زمان به ازای سرعت‌های مختلف جریان ورودی

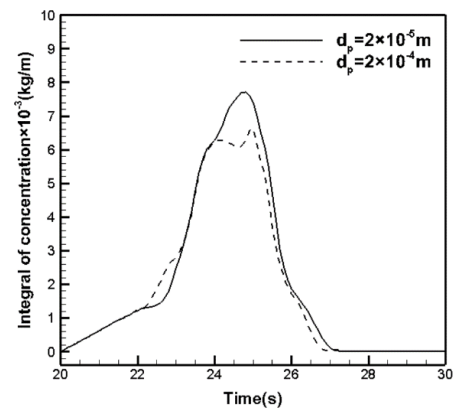
شکل (۹): تغییرات زمانی انتگرال سطحی غلظت ذرات روی صفحه در فاصله m^3 پایین دست تپه به ازای سرعت-های (الف) $42 m/s$ ، (ب) $2 m/s$ و (ج) $4 m/s$

نکته حائز اهمیت اینست که در این پژوهش فرض شده در مدت زمان محدودی پاشش ذرات صورت می‌گیرد که می‌توان آنرا معادل شرایطی از جریان اتمسفری در نظر گرفت که به جهت افزایش سرعت، شرایط لازم برای جابجایی ذرات صورت می‌گیرد. لذا در این محدوده زمانی ذرات پاشش شده و سپس مسیر حرکت آنها ردیابی می‌شود. همانطور که واضح است در تمامی شکل‌ها غلظت مربوط به ذرات با قطر کمتر، مقادیر بیشتری داشته چرا که ذرات با وزن کمتر، سریع‌تر در داخل دامنه مورد نظر پخش می‌شوند. از طرفی در سرعت 4 متر بر ثانیه، غلظت ذرات زودتر به مقدار صفر نزدیک شده ولی در سرعت‌های کمتر، بیشینه میزان غلظت را با زمان حضور بیشتری در دامنه نشان می‌دهد. این افزایش ناشی از عبور ذراتی است که از سرعت کمتری برخوردار بوده و در نتیجه دارای زمان ماند بیشتری می‌باشند و در نهایت تجمع بیشتر آنها افزایش غلظت را با خود به دنبال دارد.

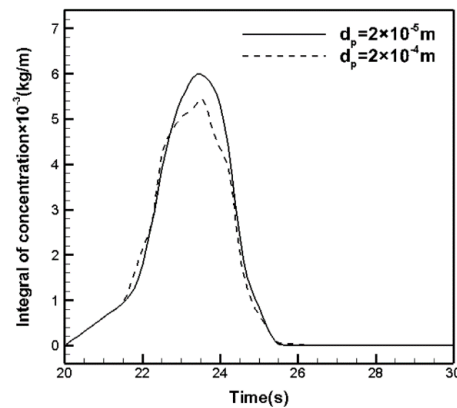
۹- نتیجه‌گیری

در این پژوهش پیرامون شبیه‌سازی عددی میدان جریان و انتشار ذرات گردوغبار اطراف تپه‌های کم‌ارتفاع با استفاده از الگوی شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ بحث و نتایج مورد تحلیل و بررسی قرار گرفت. در شبیه‌سازی میدان جریان نتایج حاصل نشان دادند دقت روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ در مقایسه با مدل‌های آشفتگی کی-اِپسیلون استاندارد، کی-اِپسیلون اصلاح شده و مدل کی-امگا اس-اس-تی بالاتر می‌باشد؛ بنابراین شبیه‌سازی با محوریت چگونگی انتشار ذرات گردوغبار متأثر از عواملی چون سرعت جریان ورودی و قطر ذرات انجام گرفت. از آنجا که مدل محاسباتی برای حرکت ذرات به صورت کوپل یک راهه بوده و در نتیجه حرکت ذرات از جریان سیال تأثیر پذیر است. لذا دقت بالاتر نتایج شبیه‌سازی میدان جریان با استفاده از الگوی شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ می‌تواند تأثیر قابل توجهی در نتایج حاصل برای دینامیک ذرات گردوغبار داشته باشد. در بخش اول به بررسی اثر سرعت جریان سیال بر میزان انتشار ذرات گردوغبار پرداخته شد. نتایج بیانگر این موضوع بودند که با افزایش سرعت جریان، قدرت حمل ذرات بیشتر می‌باشد؛ لذا در زمان کوتاه‌تری از دامنه محاسباتی خارج می‌شوند. به همین سبب روشن است در سرعت بیشتر، غلظت ذرات در سطح زمین و سطح تپه واقع بر آن کمتر خواهد بود. با

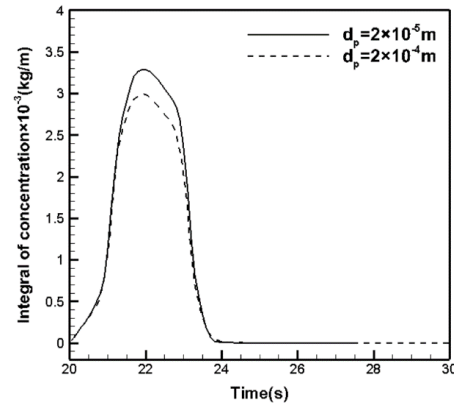
می‌باشد؛ لذا در پژوهش حاضر به منظور بررسی توانایی جریان هوا در حمل ذرات با قطرهای متفاوت، شبیه‌سازی برای ذرات با 2 قطر متفاوت 20 و 200 میکرون و سه سرعت متفاوت ورودی انجام و نتایج با هم مقایسه شده‌اند. شکل **۹** تغییرات غلظت ذرات گردوغبار بر حسب زمان را در بازه 20 S تا 30 S بر روی صفحه‌ای در پایین دست تپه و در فاصله m^3 از تپه را نمایش می‌دهد. به دلیل قطر کوچک و در نتیجه وزن کم ذرات، در ابتدا حجم زیادی از آنها با جریان هوا از روی تپه حرکت کرده و غلظت آنها افزایش می‌یابد. همان‌طور که انتظار می‌رود با گذر زمان نرخ غلظت کاهش یافته تا جایی که غلظت ذرات پس از گذشت مدت زمان 4 S الی 7 S از زمان شروع پاشش ذرات به صفر می‌رسد.



(الف)



(ب)



(ج)

- Journal of the Atmospheric Sciences, Vol. 60, No. 14, pp. 1678-1690, 2003.
7. Huang, G., "Numerical Simulation of Solid Particle Transport in Atmospheric Boundary-Layer over Obstacles", PhD Dissertation, Central College of Lyon, Faculty of Mechanics, Energetics, Civil and Acoustic Engineering, 2015.
 8. Kim, J. J., Baik, J. J., and Chun, H. Y., "Two-Dimensional Numerical Modeling of Flow and Dispersion in the Presence of Hill and Buildings", Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 89, No. 10, pp. 947-966, 2001.
 9. Jamal, T., Chitta, V., and Walters, D. K., "Numerical Simulation of a Three-Dimensional Axisymmetric Hill: Performance Evaluation of Hybrid RANS-LES Models", Journal of Fluids Engineering, Vol. 143, No. 10, 2021.
 10. Crasto, G. "Numerical Simulations of the Atmospheric Boundary Layer", PhD Dissertation, University of Cagliari, Faculty of Engineering, 2007.
 11. Chrigui, M., "Eulerian-Lagrangian Approach for Modeling and Simulations of Turbulent Reactive Multi-Phase Flows under Gas Turbine Combustor Conditions", Technical University of Darmstadt, Faculty of Mechanical Engineering, 2005.
 12. Balogh, M., "Numerical Simulation of Atmospheric Flows using General Purpose CFD Solvers", PhD Dissertation, Budapest University of Technology and Economics, Faculty of Mechanical Engineering, 2014.

توجه به اینکه در پشت تپه همواره ریزش گردابه وجود دارد و این ناحیه مستعد حبس و رسوب ذرات می‌باشد، بنابراین تجمع و غلظت ذرات همواره در این ناحیه نسبت به دیگر نواحی بیشتر می‌باشد. در ورودی دامنه محاسباتی به دلیل وجود تنش برشی بالا روی بستر، ذرات رسوب نکرده اما با گذر از قله تپه و با کاهش تنش برشی، ناحیه پایین دست تپه محل مناسبی برای رسوب و تجمع ذرات و در نهایت افزایش غلظت خواهد بود. در بخش بعدی، به بررسی اثر قطر ذرات بر میزان انتشار و نشست آنها پرداخته شد. به این منظور در مدل‌سازی انجام گرفته، ذرات با توجه به میزان قطرشان، مقدار جابجایی متفاوت تحت تأثیر جریان هوای ورودی، خواهند داشت؛ لذا مسئله به ازای دو قطر ۲۰ و ۲۰۰ میکرون برای ذرات و سه سرعت متفاوت مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان‌دهنده این بود که ذرات با قطر کمتر با توجه به وزن کمتری که خواهند داشت، بیشتر توسط جریان هوا جابجا شده و در محیط پخش می‌شوند و این بدین معنی است که ذرات با قطر کمتر میزان پخش‌شدگی بیشتری دارند. این بررسی همچنین نشان داد زمانی که سرعت جریان ورودی افزایش می‌یابد ذرات زودتر محیط را ترک کرده و غلظت آن‌ها در موقعیت‌های مشخص با نرخ بیشتری به مقادیر کمینه خواهد رسید.

۷- مراجع

1. Safaei Pirooz, A. A., Flay, R., and Jahani, B. "Wind Flow over Complex Terrain: Comparison of RANS and Hybrid RANS/LES Simulations", The 15th International Conference on Wind Engineering, Beijing, China, 2019.
2. Sridhar, N., "Numerical Prediction of Wind Flow over Complex Terrain with Shallow and Steep Hills", PhD Dissertation, Texas Tech University, Faculty of Mechanical Engineering, 2015.
3. Petry, A. P., Loredou-Souza, A. M., Filho, D. G. R. D. F., Mattuella, J. M. L., and Oliveira, M. G. K., "Wind Tunnel and CFD Analysis of Wind Flow over a Complex Terrain", Proceedings of The 12th German Wind Energy Conference-DEWEK, Bremen, Germany, 2012.
4. Bose, R., and Yeo, D., "Simulations of Flow over an Axisymmetric Hill", National Institute of Standards and Technology, <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/TechnicalNotes/NIST.TN.2141.pdf>, 2021.
5. Matai, R., and Durbin, P., "Large-Eddy Simulation of Turbulent Flow over a Parametric Set of Bumps", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 866, pp. 503-525, 2019.
6. Ding, L., and Street, R. L., "Numerical Study of the Wake Structure behind a Three-Dimensional Hill",