

علمی - پژوهشی

## بررسی عددی جابه‌جایی ترکیبی در یک حفره تیغه دار با درپوش

### متحرک حاوی نانوسیال آلومینیوم اکسید/آب

محمد مهدی دوستدار<sup>۳\*</sup>

رضا قره داغی<sup>۲</sup>

ایمان محمودی<sup>۱</sup>

دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران، ایران

دریافت: ۱۴۰۱/۰۸/۲۹، بازنگری: ۱۴۰۱/۱۰/۳۰، پذیرش: ۱۴۰۱/۱۱/۰۹، انتشار: ۱۴۰۱/۱۲/۱۱

DOR: <https://dorl.net/dor/20.1001.1.23223278.1401.11.2.12.6>

#### چکیده

در این مطالعه، به دلیل اهمیت بررسی بهبود انتقال حرارت هنگام حرکت نانوسیال آلومینیوم اکسید/آب، جابه‌جایی ترکیبی درون حفره مربعی با درپوش متحرک همراه با تیغه به صورت عددی و با روش حجم محدود شبیه‌سازی شده است. حفره‌ی مورد بررسی دو بعدی بوده و تحت تأثیر گرانش قرار دارد و در راستای عمود بر صفحه، دوران می‌کند. دیوارهای راست و چپ حفره آدیاباتیک بوده و دیوار بالا، منبع گرم در دمای ثابت است. سطح پایین حفره، درپوش متحرکی است که حرکتی از مرکز به دو طرف داشته و به عنوان منبع سرد در دمای ثابت فرض شده است. تیغه داخل حفره نیز در دمایی مشابه با دیوار سرد فرض شده و دارای ارتفاعی معادل دو سوم ضلع حفره است. برای ضریب هدایت حرارتی نانوسیال از داده‌های تجربی استفاده می‌شود. شبیه‌سازی‌ها در عدد رینولدز ثابت ( $Re=100$ ) و به منظور بررسی تأثیرات سه پارامتر زاویه شیب حفره، عدد ریچاردسون و کسر حجمی ذرات جامد بر خطوط هم‌دما، خطوط جریان و مقدار ناسلت متوسط انجام می‌شوند که ۳۶ حالت مختلف را به وجود می‌آورند. از این ۳۶ حالت برای مسئله، ملاحظه می‌گردد که افزایش زاویه شیب حفره با سطح مرجع (۰ تا ۹۰ درجه)، افزایش عدد ریچاردسون (۰/۰۱ تا ۱۰۰) و افزایش کسر حجمی (۰ تا ۰/۰۵) باعث افزایش مقدار ناسلت متوسط شده و بیشترین مقدار آن معادل حالت  $\gamma=90$ ،  $\phi=0.05$  و  $Ri=100$  است. افزایش کسر حجمی نانوسیال باعث افزایش تا ۲۵/۵۹ درصد در مقدار ناسلت متوسط می‌شود. همچنین نشان داده می‌شود که در مقادیر کم عدد ریچاردسون (معادل ۰/۰۱ در مسئله‌ی مورد بررسی)، زاویه شیب حفره تأثیری در پاسخ مسئله ندارد.

**واژه‌های کلیدی:** جابه‌جایی ترکیبی، حفره، درپوش متحرک، تیغه، نانوسیال، شبیه‌سازی عددی.

## Numerical Study of the Mixed Convection in a Cavity with a Movable Cap and Baffle Containing Aluminum Oxide / Water Nanofluid

Mahmoodi, I

Gharedagi, R

Doustdar, M. M. 

Imam Hossein University, Tehran, Iran

Received: 2022/08/11 ; revised: 2023/10/19 ; Accepted: 2023/01/29 ; published: 2023/03/02

#### ABSTRACT

In this study, due to the importance of investigating the improvement of heat transfer during the movement of  $Al_2O_3$ /water Nano fluid, mixed convection inside a square cavity with a movable cap and baffle was simulated numerically using the finite volume method. The under-study cavity is two dimensional and affecting by gravity and rotating perpendicular to the plane. Right and left walls of the cavity are adiabatic and the upper wall is warm source at a constant temperature. Lower surface is a movable cap that moves from the center to both sides and assumed to be a cold source at constant temperature. The baffle was assumed to be at the same temperature as cold wall and had a height equal to two thirds of the side of the cavity. Experimental data was used for the thermal conductivity coefficient of the Nano fluid. Simulations were performed at a constant Reynolds number to investigate the effects of three parameters of Richardson number, volume fraction of solid particles and cavity slope angle on isothermal lines, streamlines and mean Nusselt value, which created 36 different states. It was found that increasing of slop angle of cavity with respect to reference surface (0 to 90 deg), increasing Richardson number (0.01 to 100) and increasing the volume fraction (0 to 0.05), increase the mean Nusselt value, where the maximum value of which is equivalent to state  $\phi=0.05$ ,  $\gamma=90$ ,  $Ri=100$ . Increasing the volume fraction of the Nano fluid causes an increment in average Nusselt number. It was also observed that at low Richardson values, cavity slope angle has no effect on the results.

**Keywords:** Mixed Convection, Cavity, Movable Cap, Baffle, Nano Fluid, Numerical Investigation.

<sup>۱</sup> کارشناسی ارشد : [imanmahmoodi.mechanics@gmail.com](mailto:imanmahmoodi.mechanics@gmail.com)

<sup>۲</sup> کارشناسی ارشد: [r.gharedagi@gmail.com](mailto:r.gharedagi@gmail.com)

<sup>۳</sup> استاد(نویسنده پاسخگو): [mdostdar@ihu.ac.ir](mailto:mdostdar@ihu.ac.ir)



## ۱- مقدمه

نانوسیال‌ها، ترکیبی از سیال پایه (مانند روغن، آب، اتیلن گلیکول و غیره) و ذرات جامد (مانند آلومینیوم اکسید، مس، اکسید تیتانیوم و غیره) در ابعاد نانو (۱-۱۰۰ نانومتر) هستند که هدف از افزودن آن‌ها، دستیابی به خواص بهتر برای سیال پایه می‌باشد [۳-۱]. کاربردهای مختلفی برای نانوسیال‌ها در صنعت و علوم مهندسی وجود دارد که از این بین می‌توان کلکتورهای خورشیدی [۴] و مبدل‌های حرارتی [۵] را نام برد. در کاربردهای ذکر شده، از نانوسیال به منظور بهبود انتقال حرارت جابه‌جایی استفاده می‌شود. برای اطمینان از عملکرد مناسب نانوسیال در کاربرد مورد نظر، می‌بایست تأثیر آن با روش‌های مختلفی از جمله روش عددی بررسی گردد.

در بررسی اثر انتقال حرارت جابه‌جایی به روش عددی، جریان درون حفره یکی از مسائل رایج و مرسوم است. محققان بسیاری انتقال حرارت جابه‌جایی در هر دو صورت طبیعی و اجباری در حفره را مطالعه کردند [۶-۱۲]. این مطالعات تنها محدود به اثر سیال خالص نبوده و اثر نانوسیال بر انتقال حرارت درون حفره نیز مورد بررسی قرار گرفته‌است [۲۱-۱۳]. آمباریتا و همکارانش [۲۲] حفره با دو تیغه را شبیه‌سازی کردند. دیواره‌های بالا و پایین و تیغه‌ها ایزوله بوده و دیواره‌های سمت چپ و راست سطح گرم مسئله بودند. جاذبه به سمت پایین در مسئله وجود داشت که باعث ایجاد جابه‌جایی در حفره می‌شد. الگوریتم حل در شبیه‌سازی آن‌ها سیمپل بود و برای حل از کد به زبان فرترن استفاده نمودند. آن‌ها تأثیر عدد رایلی را بر خطوط جریان، خطوط هم‌دما و ناسلت متوسط بررسی کردند. آن‌ها دریافتند که افزایش طول تیغه، مقدار ناسلت را کاهش می‌دهد.

همت اسفه و همکاران [۲۳] تأثیر استفاده از نانوسیال و جریان‌های پالس دار را در افزایش انتقال حرارت بررسی کردند. در این تحقیق تأثیر پارامترهایی چون کسر حجمی نانوسیال، نوع نانوسیال، عدد رینولدز، فرکانس و دامنه ایجاد شده بر ویژگی‌های حرارتی و هیدرولیکی جریان پالس دار بررسی شده است. مطالعات آن‌ها نشان داد که استفاده از نانوسیال فلزی سبب افزایش سرعت انتقال حرارت شده و همچنین نشان دادند که بهره‌گیری از جریان‌های پالس دار باعث جلوگیری از تجمع نانوذرات و بهبود جریان سیال و افزایش سرعت انتقال حرارت می‌شود.

ابونادا و چامخا [۲۴] حفره حاوی نانوسیال آلومینیوم اکسید/آب را تحلیل کردند. سطح بالایی حفره درپوش

متحرک بوده که در دمای گرم و ثابت فرض شد. دیواره‌های کناری ایزوله و دیوار پایینی، سطح سرد و دما ثابت بود. اثر جاذبه در مسئله لحاظ شده و حفره حول محور عمود بر صفحه قابل چرخش بود. آن‌ها اثر کسر حجمی، زاویه‌ی شیب حفره، عدد ریچاردسون و سرعت درپوش حفره را بر ناسلت متوسط و خطوط هم‌دما و خطوط جریان بررسی کردند. طبق بررسی آن‌ها، مقدار انتقال حرارت درون حفره و آرایش جریان، بسیار وابسته به مقدار عدد ریچاردسون بود.

طالبی و همکاران [۲۵] حفره‌ای را مورد بررسی قرار دادند که دیواره بالای آن درپوش متحرک با سرعت ثابت و از لحاظ حرارتی، ایزوله بوده و دیوار سمت چپ آن منبع گرم و دیوار سمت راست آن منبع سرد در دمای ثابت بود. دیوار پایینی نیز ایزوله بود. آن‌ها جابه‌جایی طبیعی نانوسیال مس/آب را در این حفره به صورت عددی شبیه‌سازی کردند و تأثیر کسر حجمی و اعداد رینولدز و ریچاردسون را بر انتقال حرارت مطالعه نمودند. آن‌ها دریافتند که افزایش کسر حجمی نانوسیال باعث افزایش مقدار ناسلت متوسط شده اما با افزایش عدد رینولدز، تأثیر ذرات جامد بر انتقال حرارت کاهش می‌یابد.

اسفه و همکاران [۱] جابه‌جایی دوگانه در حفره با درپوش متحرک که یک مانع در آن قرار دارد را بررسی کردند. مانع درون حفره به عنوان سطح گرم با دمای ثابت فرض شده و بر روی دیواره آدیاباتیک پایینی قرار داشت. سطح بالایی حفره متحرک و آدیاباتیک فرض شد. دیوار سمت راست به عنوان سطح سرد با دمای ثابت در نظر گرفته شده و دیوار سمت چپ آدیاباتیک بود. شتاب جاذبه در خلاف جهت محور  $y$  در مسئله وجود داشت. حفره در مطالعه آن‌ها، قابلیت چرخش در راستای عمود بر صفحه را داشت. نانوسیال این کار آلومینیوم اکسید با سیال پایه آب بود که ضریب لزجت و ضریب هدایت حرارتی آن وابسته به دما بود. در این کار از روش حجم محدود برای شبیه‌سازی عددی بهره گرفتند و برای حل مسئله کد فرترنی بر اساس الگوریتم سیمپلر، نوشته شد. آن‌ها در مطالعه خود تأثیر عدد رینولدز، عدد ریچاردسون، کسر حجمی ذرات جامد، زاویه شیب حفره، ارتفاع مانع و فاصله‌ی مانع از دیواره را بر خطوط جریان، خطوط هم‌دما و عدد ناسلت متوسط روی سطوح گرم بررسی کردند. در آخر بر اساس نتایج بدست آمده، رابطه‌ای برای مقدار ناسلت متوسط در این مسئله بر

متوسط روی دیوار سرد شد. همچنین با افزایش ابعاد مانع تا نصف اندازه ضلع حفره، مقدار ناسلت متوسط روی دیوار سرد افزایش داشته و با افزایش این نسبت تا ۰/۷ مقدار ناسلت روند کاهشی داشته است.

یوان ما و همکارانش [۳۰] در مقاله خود، نانوسیال مغناطیسی را به صورت عددی بررسی کردند. در حفره مورد بررسی آن‌ها، دیواره‌ی گرم در پایین قرار داشت و دیواره‌های جانبی ایزوله بودند. بر روی دیوار بالایی یک مانع با سه دیوار سرد و دما ثابت بود و بر روی دیواره‌ی پایینی مانع، تیغه قرار داشت و مابقی دیوار بالایی حفره ایزوله بود. نانوسیال تحت تأثیر جاذبه و میدان مغناطیسی قرار داشت. آن‌ها تأثیر کسر حجمی نانوذرات، عدد رایلی، عدد هارتمن و اندازه مانع را مطالعه نمودند. نانوذرات، اکسید مس (CuO) و روش حل، روش لیتس بولتزمن با الگوی شبکه  $D_2Q_9$  بود. از نتایج مهم این کار، کم شدن اثر جابه‌جایی آزاد با افزایش عدد هارتمن بود. آن‌ها همچنین دریافته‌اند که تأثیر عدد رایلی بر افزایش انتقال حرارت، با افزایش نسبت اضلاع حفره<sup>۱</sup> بیشتر شد.

سلیم فندیگل و همکارش [۳۱] جابه‌جایی نانوسیال اکسید مس/آب را در حضور میدان مغناطیسی بررسی کردند. هندسه مورد بررسی آنها حفره L شکل با دیوار متحرک در بالا بود. دیوار سمت راست و چپ حفره به ترتیب منبع سرد و گرم بوده و بقیه دیواره‌ها ایزوله بودند. قسمتی از حفره نیز دارای دیوار الاستیک بود. سیال درون حفره دارای تولید گرمای داخلی بوده و میدان مغناطیسی یکنواخت بر آن اعمال می‌شد. طبق نتایج آن‌ها، نانوسیال در بیشترین کسر حجمی مورد بررسی ( $\phi=0/04$ ) باعث افزایش ۱۹-۱۵ درصدی در مقدار ناسلت متوسط شد.

حسن‌زاده فرد و همکارانش [۳۲] جابه‌جایی آزاد در حفره U شکل پر شده با نانوسیال اکسید مس/آب را به روش دابل-ام‌آرتی لیتس بولتزمن<sup>۲</sup> مطالعه کردند. در این کار نتیجه شد که افزایش عدد رایلی، کسر حجمی و نسبت ابعاد حفره، تأثیر افزایشی بر مقادیر ناسلت داشت.

موهنیش کاپیل و همکارانش [۳۳] جابه‌جایی در حفره‌ی دو بعدی که مانع داغی در وسط آن بود و با نانوسیال آلومینیوم اکسید/آب پر شده بود را با نرم‌افزار انسیس شبیه‌سازی نمودند. طبق نتایج این کار، تأثیر عدد رینولدز

حسب پارامترهای گفته شده، پیشنهاد گردید. آن‌ها مشاهده کردند که اضافه کردن نانوذرات باعث افزایش تا ۷/۷۱ درصد در مقدار ناسلت متوسط بر روی سطوح مانع شد.

اسفه و همکارانش [۲۶] در مقاله‌ای دیگر جابه‌جایی ترکیبی درون کانال افقی که دو مانع داغ با دمای ثابت در آن قرار داشت را مطالعه نمودند. در مطالعه آن‌ها، نانوسیال با سرعت و دمای ثابت وارد کانال می‌شد. دیواره‌های کانال ایزوله فرض شده و حفره با نانوسیال آلومینیوم اکسید/آب پر شده بود. ضریب لزجت و ضریب هدایت حرارتی آن، متغیر با دما در نظر گرفته شد. در این مطالعه تأثیر عرض مانع، عدد رایلی، عدد ریچاردسون و کسر حجمی ذرات جامد بر خطوط جریان، خطوط هم‌دما و ناسلت متوسط تحقیق شد. آن‌ها دریافته‌اند که در نظر گرفتن خواص به صورت متغیر با دما، تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر نتایج در مقایسه با حالت خواص ثابت، ندارد.

کریمی و همکارانش [۲۷] حفره‌ای که دارای ورودی و خروجی بوده و دو سیلندر در مرکز آن قرار داشت را مورد بررسی قرار دادند. دیواره‌های حفره ایزوله بوده و سیلندرها به عنوان منبع گرم در دمای ثابت بودند. سیال در دمای ثابت وارد حفره شده و از خروجی بیرون می‌رود. آن‌ها اثر ابعاد سیلندر و اعداد ریچاردسون و رینولدز را بر خروجی‌های مسئله تحقیق کردند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که افزایش عدد رینولدز، باعث افزایش قدرت گردابه‌های موجود در حفره شده و گرادیان دمای شدیدتری در اطراف سطوح گرم ایجاد می‌شود.

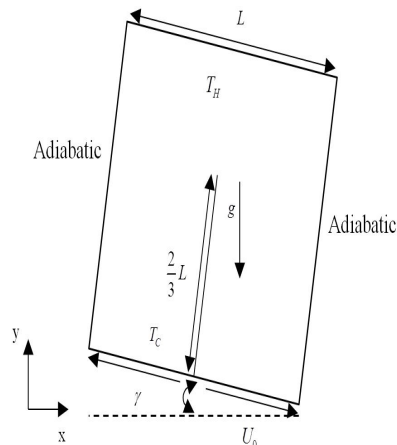
بیگون وی و همکارانش [۲۸] جابه‌جایی آزاد در جریان آشفته را به روش لیتس بولتزمن تحقیق کردند. حفره دارای گرمکن بر روی دیوار پایینی بود. طبق نتایج آن‌ها افزایش طول گرمکن تأثیر مستقیم در نرخ انتقال حرارت داشت.

رحمتی و همکارش [۲۹] جابه‌جایی طبیعی در حفره مربعی که مانعی در مرکز آن قرار داشته و حاوی نانوسیال اکسید تیتانیوم/آب بود را به روش لیتس بولتزمن تحلیل کردند. دیوار بالای حفره در این کار آدیاباتیک بوده و دیواره‌های جانبی منبع سرد در دمای ثابت بوده و مانع و دیوار پایینی منبع گرم بودند. آن‌ها تأثیر عدد رایلی، کسر حجمی نانوسیال و ابعاد مانع را بررسی کردند. همچنین مقایسه‌ای بین مدل‌های مختلف ارائه شده برای محاسبه ضریب لزجت و ضریب هدایت حرارتی نانوسیال انجام دادند. طبق نتایج این کار، افزایش عدد رایلی و کسر حجمی باعث افزایش مقدار ناسلت

<sup>1</sup> Aspect Ratio

<sup>2</sup> Double MRT-Lattice Boltzmann Method

بوده و لغزشی بین آنها وجود ندارد. از این رو نانوسیال مورد بررسی، تکفاز فرض شده است.



شکل (۱): شماتیک حفره مورد بررسی در مسئله

## ۲-۱- معادلات حاکم

معادلات بی بعد حاکم بر این مسئله با فرض های جریان تراکم ناپذیر، پایا و دوبعدی و همچنین نیوتونی و تکفاز بودن سیال، به شکل زیر هستند [۲۶]:

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\nu_{nf}}{\nu_f} \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + \frac{(\rho\beta)_{nf} \rho_f}{(\rho\beta)_f \rho_{nf}} Ri \theta \sin \gamma \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\nu_{nf}}{\nu_f} \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{(\rho\beta)_{nf} \rho_f}{(\rho\beta)_f \rho_{nf}} Ri \theta \cos \gamma \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Re Pr} \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (4)$$

که در این روابط:

$$U = \frac{u}{U}, V = \frac{v}{U}, X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, P = \frac{p}{\rho_{nf} U^2}, \theta = \frac{T - T_C}{T_H - T_C}, Ri = \frac{g \beta_f (T_H - T_C) L}{\nu_f}, Re = \frac{U L}{\nu_f}, Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f} \quad (5)$$

در رابطه ی (۵)،  $\alpha_f$  و  $\beta_f$  به ترتیب ضریب انبساط حرارتی و ضری  $\gamma$  ب نفوذ گرمایی سیال می باشند.

در تغییر از ۰ به ۱۰ بر مقدار ناسلت کاهش یافته و لی در مقادیر بالاتر ( $Re = 100$ )، این اثر افزایشی شد.

همت اسفه و همکاران [۱۹] پدیده جابه جایی ترکیبی در یک حفره مربعی با درپوش متحرک را که در معرض خواص متغیر نانوسیال دارای یک مانع داغ قرار گرفته بود را به صورت عددی مورد بررسی قرار داده و نشان دادند که میانگین عدد ناسلت با افزایش دمای نانوسیال در تمام محدوده بررسی عدد ریچاردسون کاهش یافته و همچنین با افزایش ارتفاع مانع حرارتی، سرعت انتقال حرارت نانوسیال افزایش یافت.

بررسی منابع صورت گرفته، اهمیت استفاده از نانوسیال ها به دلیل تغییر خواص ترموفیزیکی سیال که شامل بهبود ضریب هدایت گرمایی، پخش گرما، تغییر ویسکوزیته و همچنین ضریب انتقال حرارت جابه جایی است را به عنوان خنک کننده، به خوبی بیان می کند. از سوی دیگر، گزارش جامعی مبنی بر مدل سازی جابه جایی آلومینیوم اکسید/آب در یک هندسه با درپوش متحرک همراه با تیغه که در میدل های حرارتی و کاربردهای صنعتی مختلف قابل اجرا می باشد، صورت نگرفته است. به همین علت در کار حاضر، به دلیل اهمیت بهبود انتقال حرارت هنگام حرکت سیال، جابه جایی نانوسیال آلومینیوم اکسید/آب مورد بررسی قرار گرفت. ضریب هدایت حرارتی نانوسیال با استفاده از داده های تجربی به دست آمده از آزمایش، در مسئله لحاظ شده و درپوش حفره مورد بررسی دارای حرکتی از وسط به طرفین بوده و جاذبه در مسئله حضور داشت. نانوسیال به صورت تکفاز و نیوتونی مدل شد. همچنین خطوط هم-دما، خطوط جریان و ناسلت متوسط بر روی دیواره گرم در سه مقدار برای کسر حجمی، چهار زاویه مختلف برای شیب حفره و سه عدد ریچاردسون متفاوت مورد بررسی قرار گرفت. در تمامی حالت های مسئله عدد رینولدز برابر ۱۰۰ در نظر گرفته شد.

## ۲-۲- مدل فیزیکی و معادلات حاکم

در این مطالعه، حفره دوبعدی موجود در شکل ۱ بررسی می شود. همانطور که در شکل ۱ قابل مشاهده است، دیواره بالایی حفره منبع گرم بوده و در دمای ثابت  $T_H$  است. دیواره های کناری آدیاباتیک بوده و دیواره پایینی، منبع سرد است که در دمای ثابت  $T_C$  قرار دارد. این دیواره همچنین از وسط به طرفین دارای حرکت خطی با سرعت ثابت  $U$  است. این حفره حاوی نانوسیال آلومینیوم اکسید/آب است که فرض بر این است که سیال پایه و نانوذرات در تعادل

### ۲-۲- خواص نانوسیال

جرم مخصوص، ظرفیت گرمایی، ضریب انبساط حرارتی و ضریب لزجت نانوسیال با روابط (۶)، (۷)، (۸) و (۹) محاسبه می‌شوند.

$$\rho_{nf} = (1-\phi)\rho_f + \phi\rho_s \quad (6)$$

$$(\rho C_p)_{nf} = (1-\phi)(\rho C_p)_f + \phi(\rho C_p)_s \quad (7)$$

$$(\rho\beta)_{nf} = (1-\phi)(\rho\beta)_f + \phi(\rho\beta)_s \quad (8)$$

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\phi)^{2/5}} \quad (9)$$

که رابطه (۹) با استفاده از مدل برینکمن [۳۴،۳۵] به دست آمده است. در این رابطه، اندیس‌های  $nf$ ،  $f$  و  $s$  به ترتیب مربوط به نانوسیال، سیال و ذرات جامد هستند. در جدول ۱ خواص ترموفیزیکی نانوذرات و سیال پایه استفاده شده در این تحقیق نمایش داده شده است.

جدول (۱): خواص ترموفیزیکی نانوذرات و آب

| خاصیت              | آب                   | آلومینیوم اکسید      |
|--------------------|----------------------|----------------------|
| $C_p (J/kg.K)$     | ۴۱۷۹                 | ۷۶۵                  |
| $\rho (kg/m^3)$    | ۹۹۷/۱                | ۳۹۷۰                 |
| $k (W/m.K)$        | ۰/۶۱۳                | ۲۵                   |
| $\beta (\sqrt{K})$ | $2/1 \times 10^{-4}$ | $8/5 \times 10^{-6}$ |
| $\mu (kg/m.s)$     | $8/9 \times 10^{-4}$ | -                    |

برای ضریب هدایت حرارتی، از داده‌های تجربی به دست آمده توسط اسفه و همکارانش [۳۶] برای نانوسیال آلومینیوم اکسید/آب در دمای ۲۲۹ کلوین استفاده شده که این نسبت در کسر حجمی‌های مورد نیاز مسئله، در جدول ۲ آمده است.

جدول (۲): هدایت حرارتی نانوسیال با استفاده از داده‌های تجربی

| خاصیت    | $\phi = 0/025$    | $\phi = 0/05$     |
|----------|-------------------|-------------------|
| $k_{nf}$ | $k_f \times 1/14$ | $k_f \times 1/27$ |

### ۳-۲- شرایط مرزی

شرایط مرزی برای روابط (۱)، (۲)، (۳) و (۴) در حفره‌ی مورد بررسی به صورت مقابل هستند:

|  |                             |
|--|-----------------------------|
| $0 < X < 1, Y = 1 \rightarrow$                   | $\theta = 1, U = 0, V = 0$  |
| $0 < X < 0/5, Y = 0 \rightarrow$                 | $\theta = 0, U = -1, V = 0$ |
| $0/5 < X < 1, Y = 0 \rightarrow$                 | $\theta = 0, U = 1, V = 0$  |
| $X = 0/5, 0 \leq Y \leq \frac{2}{3} \rightarrow$ | $\theta = 0, U = 0, V = 0$  |

لازم به توضیح است که در این مسئله تأثیر زاویه شیب حفره در شتاب اعمال می‌شود.

### ۴-۲- مقدار ناسلت متوسط

برای دیوار گرم رابطه زیر برقرار است:

$$q_w = -k_{nf} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=L} = -\frac{k_{nf}(T_H - T_C)}{L} \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=1} \quad (10)$$

از طرف دیگر:

$$q_w = h(T_H - T_C) \quad (11)$$

از برابری روابط (۱۰) و (۱۱):

$$-k_{nf} \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=1} = hL \quad (12)$$

عدد ناسلت به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Nu = \frac{hL}{k_f} \quad (13)$$

که با جای‌گذاری رابطه‌ی (۱۲) در (۱۳) عدد ناسلت برای دیوار گرم به فرم زیر است:

$$Nu = -\frac{k_{nf}}{k_f} \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=1} \quad (14)$$

حالا ناسلت متوسط برای دیوار گرم به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$Nu_{avg} = \int_{X=0}^1 Nu \, dX \quad (15)$$

### ۳- حل عددی مسئله

معادلات حاکم بر مسئله (روابط (۱)، (۲)، (۳) و (۴)) به روش حجم محدود و با طرح هیبریدی<sup>۱</sup> گسسته شده و

<sup>۱</sup>Hybrid Scheme

<sup>۲</sup>TMDE

نیز تعداد گره‌ها در طول و ارتفاع حفره‌اند. این رابطه از منبع [۳۷] آورده شده است. به‌منظور اطمینان از صحت عملکرد کد فرترن نوشته شده، چند اعتبارسنجی با مقالات ارائه شده در گذشته انجام شده است که نتایج در جداول ۳ و ۴ آورده شده است.

**جدول (۳):** مقایسه مقدار ناسلت به‌دست آمده برای جابه‌جایی طبیعی در کاری مشابه با کار مارکتوس و همکارش [۳۸]

| مارکتوس [۳۸] | کار حاضر | Ra              |
|--------------|----------|-----------------|
| ۴/۴۳۰        | ۴/۴۲۵    | ۱۰ <sup>۵</sup> |
| ۸/۷۴۵        | ۸/۴۷۶    | ۱۰ <sup>۶</sup> |

**جدول (۴):** اعتبارسنجی نتایج کد نوشته شده با نتایج کارهای مشابه برای مقدار ناسلت

| Re   | Ri      | کار حاضر | Iwatsu [۴۱] | Abu-Nada et al. [۲۴] | Waheed [۲۳] | Tiwari et al. [۴۰] | Khanfer et al. [۳۹] |
|------|---------|----------|-------------|----------------------|-------------|--------------------|---------------------|
| ۱    | ۱۰۰     | ۱/۰۰۰۳   | -           | ۱/۰۱۰۱۳۴             | ۱/۰۰۳۳      | -                  | -                   |
| ۱۰۰  | ۰/۰۱    | ۲/۰۰۶۱   | ۱/۹۴        | ۲/۹۰۸۳۷              | ۲/۰۳۱۱۶     | ۲/۱۰               | ۲/۰۲                |
| ۴۰۰  | ۰/۰۰۶۲۵ | ۳/۹۳۷۳   | ۳/۸۴        | ۴/۱۶۲۰۵۷             | ۴/۰۲۴۶۲     | ۳/۸۵               | ۴/۰۱                |
| ۵۰۰  | ۰/۰۰۰۴  | ۴/۵۱۷۵   | -           | ۴/۶۶۳۶۸۹             | ۴/۵۲۶۷۱     | -                  | -                   |
| ۱۰۰۰ | ۰/۰۰۰۱  | ۶/۴۲۵۶   | ۶/۳۳        | ۶/۵۵۱۶۱۵             | ۶/۴۸۴۲۳     | ۶/۳۳               | ۶/۴۲                |

است. پس برای این مسئله به‌منظور ایجاد تعادل بین دقت و زمان محاسبات، شبکه ۲۱۱×۲۱۱ برای انجام محاسبات انتخاب شد.

**جدول (۶):** روند استقلال از مش در Re=۱۰۰ و Ri=۱۰۰ و  $\gamma=۶۰$

| حالت مسئله      | شبکه    | مقدار ناسلت متوسط |
|-----------------|---------|-------------------|
| $\varphi=۰/۰۲۵$ | ۶۱×۶۱   | ۱۰/۶۹۱۱           |
|                 | ۹۱×۹۱   | ۱۰/۸۷۷۳           |
|                 | ۱۲۱×۱۲۱ | ۱۰/۹۳۲۱           |
|                 | ۱۵۱×۱۵۱ | ۱۰/۹۵۵۵           |
|                 | ۱۸۱×۱۸۱ | ۱۰/۹۶۶۴           |
|                 | ۲۱۱×۲۱۱ | ۱۰/۹۷۱۹           |
|                 | ۲۴۱×۲۴۱ | ۱۰/۹۷۴۹           |

#### ۴- نتایج و بحث

در کار حاضر، حفره با درپوش متحرک همراه با پله با عدد رینولدز ثابت ۱۰۰ (که معادل ثابت بودن سرعت درپوش است)،

کد فرترن مربوطه نوشته شده است. حل این روابط با استفاده از الگوریتم سیمپلر انجام گرفته است. معادلات جبری موجود نیز با الگوریتم تی‌دی‌ام‌ای<sup>۲</sup> حل شده‌اند. روند حل تا رسیدن باقی‌مانده مجهولات (که به فرم رابطه (۱۶) است) به  $۱۰^{-۶}$  تکرار شده است.

$$R^\phi)^{(K)} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \left| \left( \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} \right)_{i,j}^{(k)} + b_{i,j}^{(k)} - (a_p \phi_p)_{i,j}^{(k)} \right| < 10^{-6} \quad (16)$$

در رابطه‌ی (۱۶)،  $\phi$  مجهولی است که برای رسیدن به آن مسئله حل می‌شود.  $k$  شماره‌ی تکرار بوده و  $a_{nb}$  ضرایب گره‌هایی است که در همسایگی گره مورد بررسی در شبکه‌بندی قرار دارند.  $b$  عبارت چشمه است.  $M$  و  $N$

همچنین برای اطمینان از صحت عملکرد کد در هنگام چرخش حفره، مسئله حالت شیب‌دار ابوندا و همکارش [۲۴] نیز بررسی شد که نتایج آن در جدول ۵ آمده است.

**جدول (۵):** اعتبارسنجی با حالت زاویه‌دار در مسئله ابوندا و همکارش [۲۴] برای مقدار ناسلت

| $\theta$ | Re  | Ri | کار حاضر | Abu-Nada et al. [۲۴] |
|----------|-----|----|----------|----------------------|
| ۶۰       | ۱۰۰ | ۱  | ۲/۲۳۹۱   | ۲/۳۸                 |
| ۳۰       | ۱۰۰ | ۱  | ۲/۱۶۷۶   | ۲/۲۸                 |

پس از آن استقلال از مش برای مسئله مورد بررسی در این مقاله با استفاده از مقدار ناسلت متوسط بر روی دیوار گرم انجام شد. روند استقلال از مش در جدول ۶ آمده است. همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود، تغییرات از مش ۱۸۱×۱۸۱ به مش ۲۱۱×۲۱۱ در حدود ۰/۰۵ درصد بوده و از مش ۲۱۱×۲۱۱ به مش ۲۴۱×۲۴۱ حدود ۰/۰۳ درصد

و خطوط هم‌دما نیز در شکل‌های ۲، تا ۵ آمده‌اند. زوایای مورد بررسی برای شیب حفره ۰، ۳۰، ۶۰ و ۹۰ درجه بود. سه عدد ریچاردسون ۰/۱، ۱ و ۱۰۰ بررسی شده و نانوسیال در سه کسر حجمی ۰ (خالص)، ۰/۰۲۵ و ۰/۰۵ فرض شد.

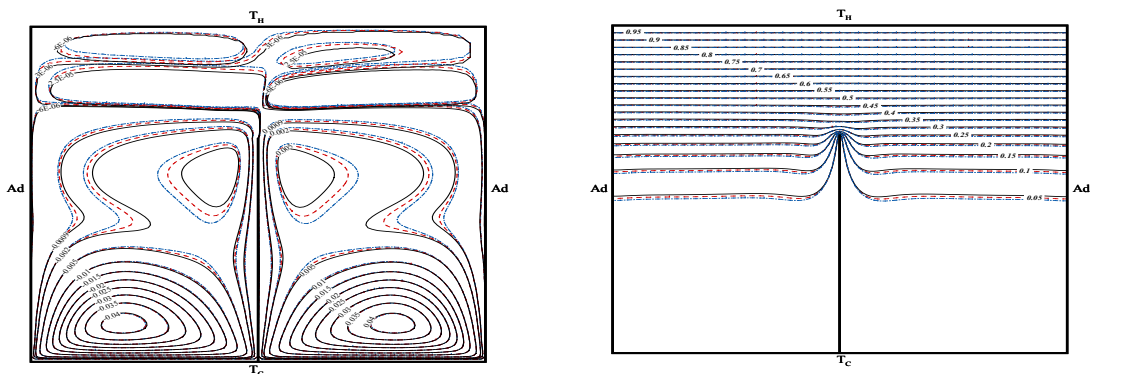
در ۳۶ حالت بررسی شد. در هرکدام از این حالت‌ها، مقدار ناسلت متوسط برای دیوار گرم محاسبه شده و خطوط جریان و خطوط هم‌دما نیز ترسیم شدند. مقادیر ناسلت متوسط به‌دست آمده برای تمام ۳۶ حالت در جدول ۷ آمده است. خطوط جریان

جدول (۷): مقادیر ناسلت متوسط در حالت‌های بررسی شده در زاویه صفر درجه

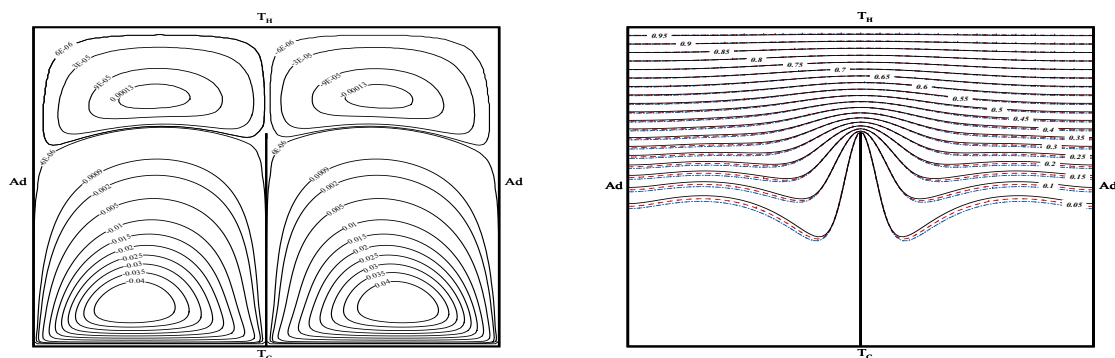
| $\gamma$ | $Ri$ | $\phi$ | $Nu_{avg}$ | $\gamma$ | $Ri$ | $\phi$ | $Nu_{avg}$ |
|----------|------|--------|------------|----------|------|--------|------------|
| ۰        | ۱۰۰  | خالص   | ۲/۲۶۴۹     | ۶۰       | ۱۰۰  | خالص   | ۱۰/۱۵۵۹    |
|          |      | ۰/۰۲۵  | ۲/۵۶۷۰     |          |      | ۰/۰۲۵  | ۱۰/۹۷۱۹    |
|          |      | ۰/۰۵   | ۲/۸۴۴۶     |          |      | ۰/۰۵   | ۱۱/۶۴۳۴    |
|          | ۱    | خالص   | ۲/۰۹۱۴     |          | ۱    | خالص   | ۳/۵۹۵۴     |
|          |      | ۰/۰۲۵  | ۲/۳۶۸۵     |          |      | ۰/۰۲۵  | ۳/۸۱۳۸     |
|          |      | ۰/۰۵   | ۲/۶۲۳۳     |          |      | ۰/۰۵   | ۳/۹۸۸۴     |
|          | ۰/۰۱ | خالص   | ۲/۰۶۱۹     |          | ۰/۰۱ | خالص   | ۲/۰۵۵۴     |
|          |      | ۰/۰۲۵  | ۲/۳۳۲۰     |          |      | ۰/۰۲۵  | ۲/۳۲۴۰     |
|          |      | ۰/۰۵   | ۲/۵۸۱۵     |          |      | ۰/۰۵   | ۲/۵۷۲۲     |
| ۳۰       | ۱۰۰  | خالص   | ۴/۰۵۸۳     | ۹۰       | ۱۰۰  | خالص   | ۱۷/۴۰۹۳    |
|          |      | ۰/۰۲۵  | ۴/۵۰۸۷     |          |      | ۰/۰۲۵  | ۱۸/۷۰۵۲    |
|          |      | ۰/۰۵   | ۴/۹۰۶۷     |          |      | ۰/۰۵   | ۱۹/۷۴۷۰    |
|          | ۱    | خالص   | ۲/۴۹۷۳     |          | ۱    | خالص   | ۴/۸۰۴۹     |
|          |      | ۰/۰۲۵  | ۲/۷۶۰۹     |          |      | ۰/۰۲۵  | ۴/۹۸۳۵     |
|          |      | ۰/۰۵   | ۲/۹۹۵۳     |          |      | ۰/۰۵   | ۵/۰۹۸۱     |
|          | ۰/۰۱ | خالص   | ۲/۰۵۵۴     |          | ۰/۰۱ | خالص   | ۲/۰۵۶۰     |
|          |      | ۰/۰۲۵  | ۲/۳۲۴۴     |          |      | ۰/۰۲۵  | ۲/۳۲۴۳     |
|          |      | ۰/۰۵   | ۲/۵۷۳۰     |          |      | ۰/۰۵   | ۲/۵۷۲۴     |

همین علت می‌توان دریافت که سیال در قسمت بالای حفره عملاً حرکت خاصی ندارد. از طرفی در پایین حفره به دلیل وجود درپوش متحرک، گردابه قدرتمندی مشاهده می‌شود اما با حرکت به سمت بالا به دلیل انباشت سیال گرم در بالا از قدرت گردابه کاسته می‌شود. لازم به ذکر است که به علت وجود تیغه و سرعت درپوش متحرک از وسط به طرفین، گردابه‌ها خلاف جهت هم چرخش دارند. (علامت اعداد روی خطوط جریان نیز نشان‌دهنده‌ی همین موضوع است.)

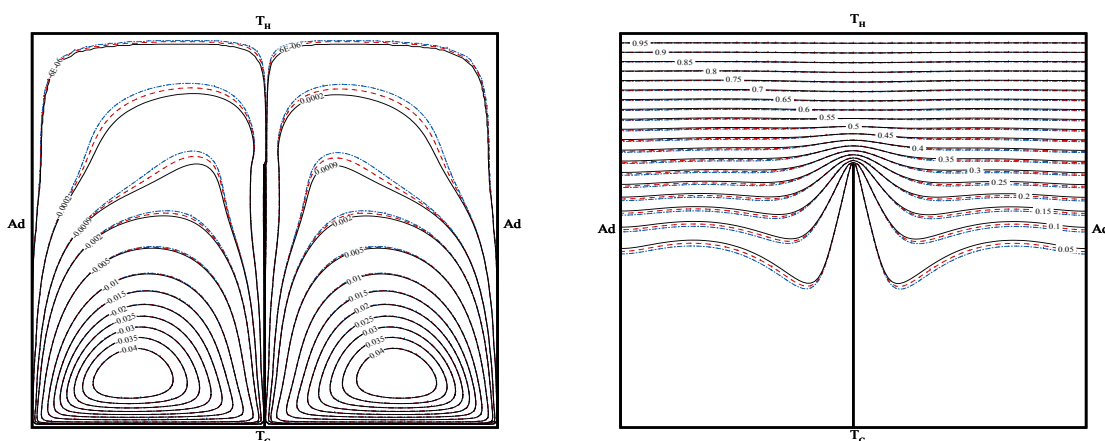
با توجه به شکل ۲ که در آن  $\gamma = 0$  است، می‌توان دید به علت وجود دیوار گرم در بالای حفره و اثر شناوری ناشی از آن، سیال گرم در بالای حفره تجمع کرده است. در قسمت (الف) این شکل که  $Ri = 100$  است، خطوط هم‌دما را می‌توان دید که در نیمه بالایی حفره متمرکز شده‌اند. به علت بالا بودن مقدار عدد ریچاردسون در این حالت و به تبع آن غالب بودن اثر شناوری بر اثر ناشی از درپوش متحرک، با مشاهده خطوط جریان در این حالت قابل استناد است که در بالای حفره، گردابه با قدرت بسیار کمی وجود دارد و به



الف  $0^\circ$



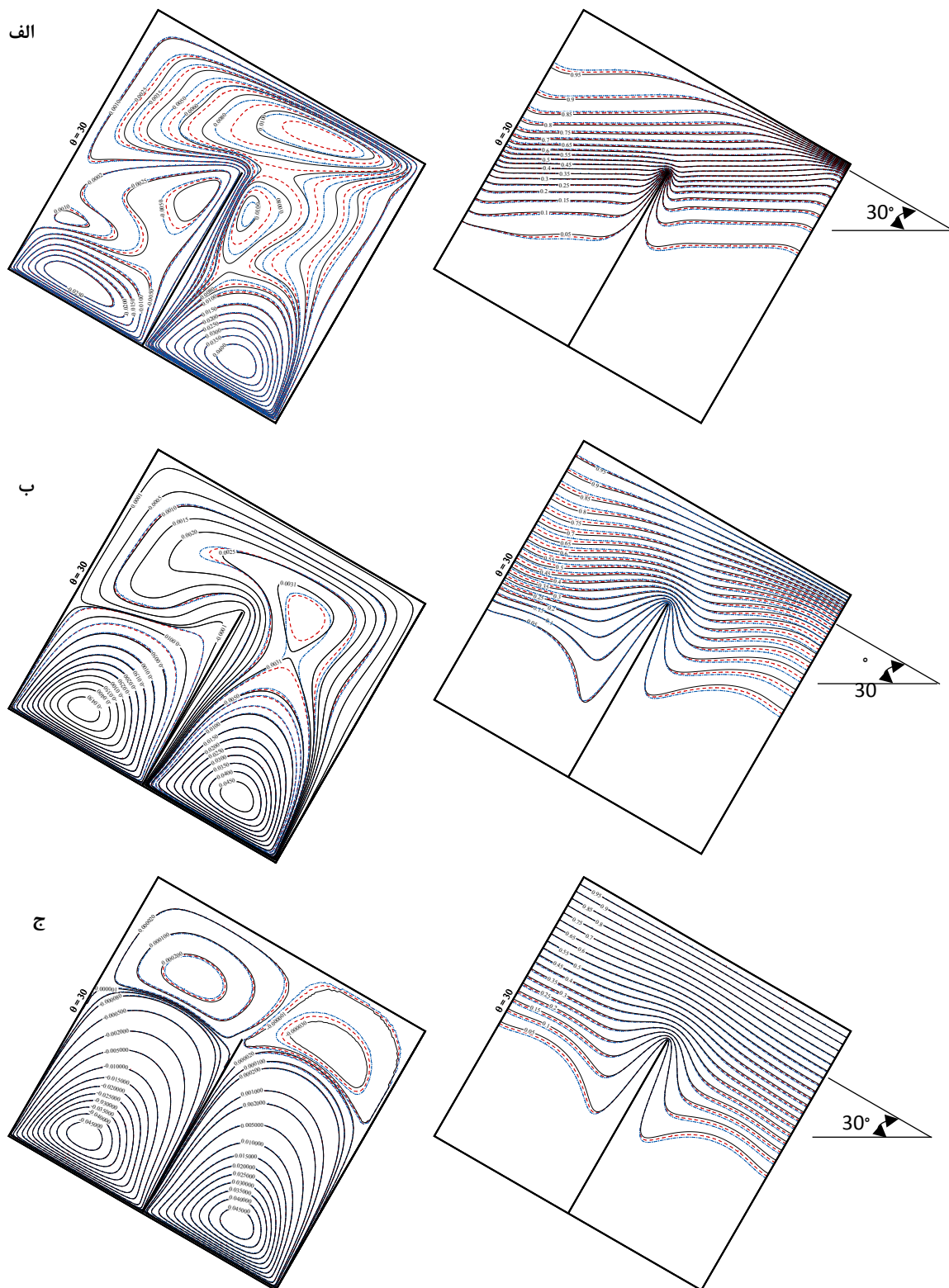
ب  $0^\circ$



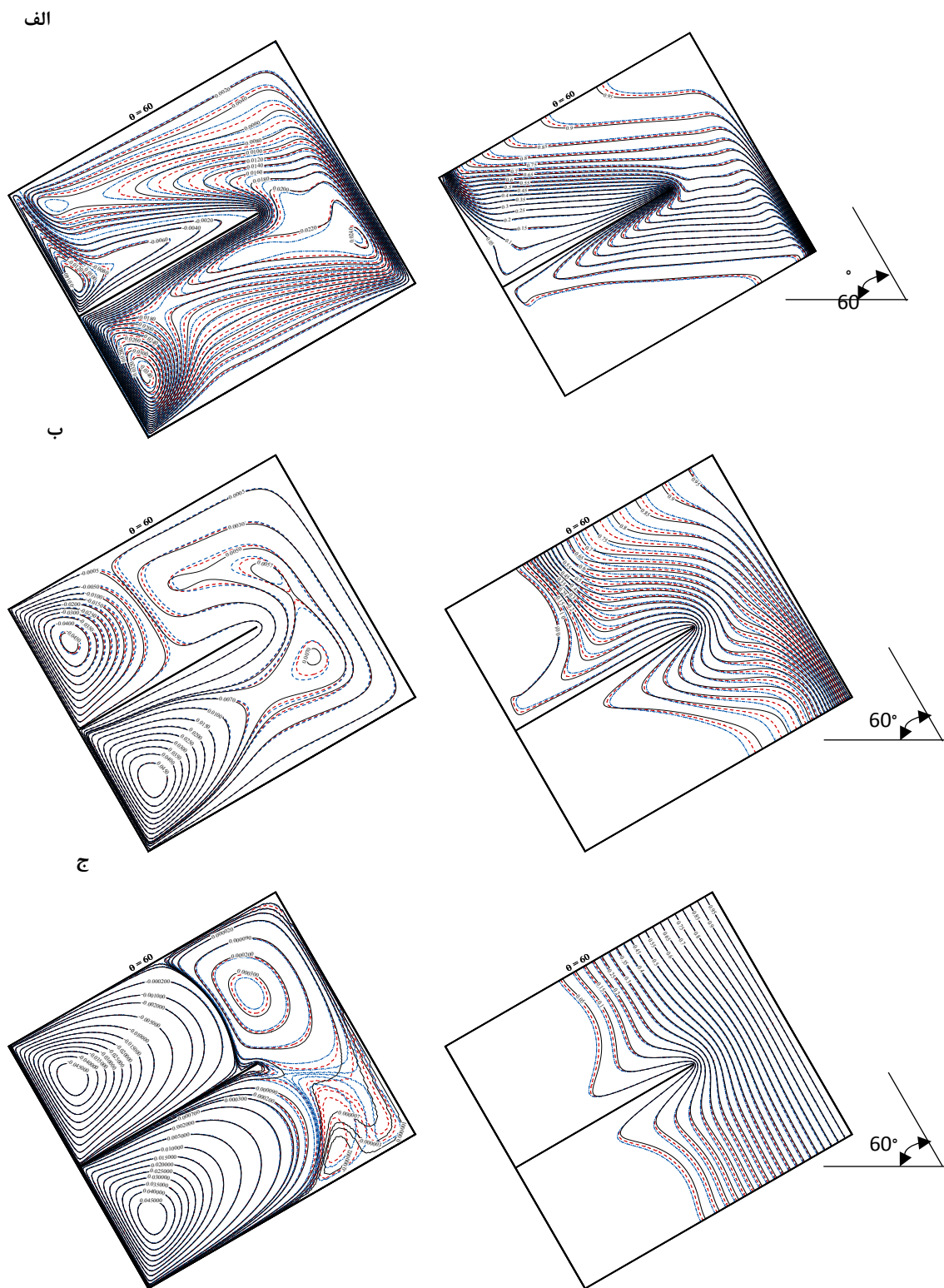
ج  $0^\circ$

شکل (۲): خطوط جریان و خطوط همدم در  $\gamma = 0^\circ$  (الف و  $Ri = 100$  (ب)  $Ri = 1$  (ج)  $Ri = 0.1$ . خطوط ممتد، خط چین و نقطه-خط به ترتیب برای کسر حجمی ۰، ۰/۰۲۵ و ۰/۰۵ هستند.

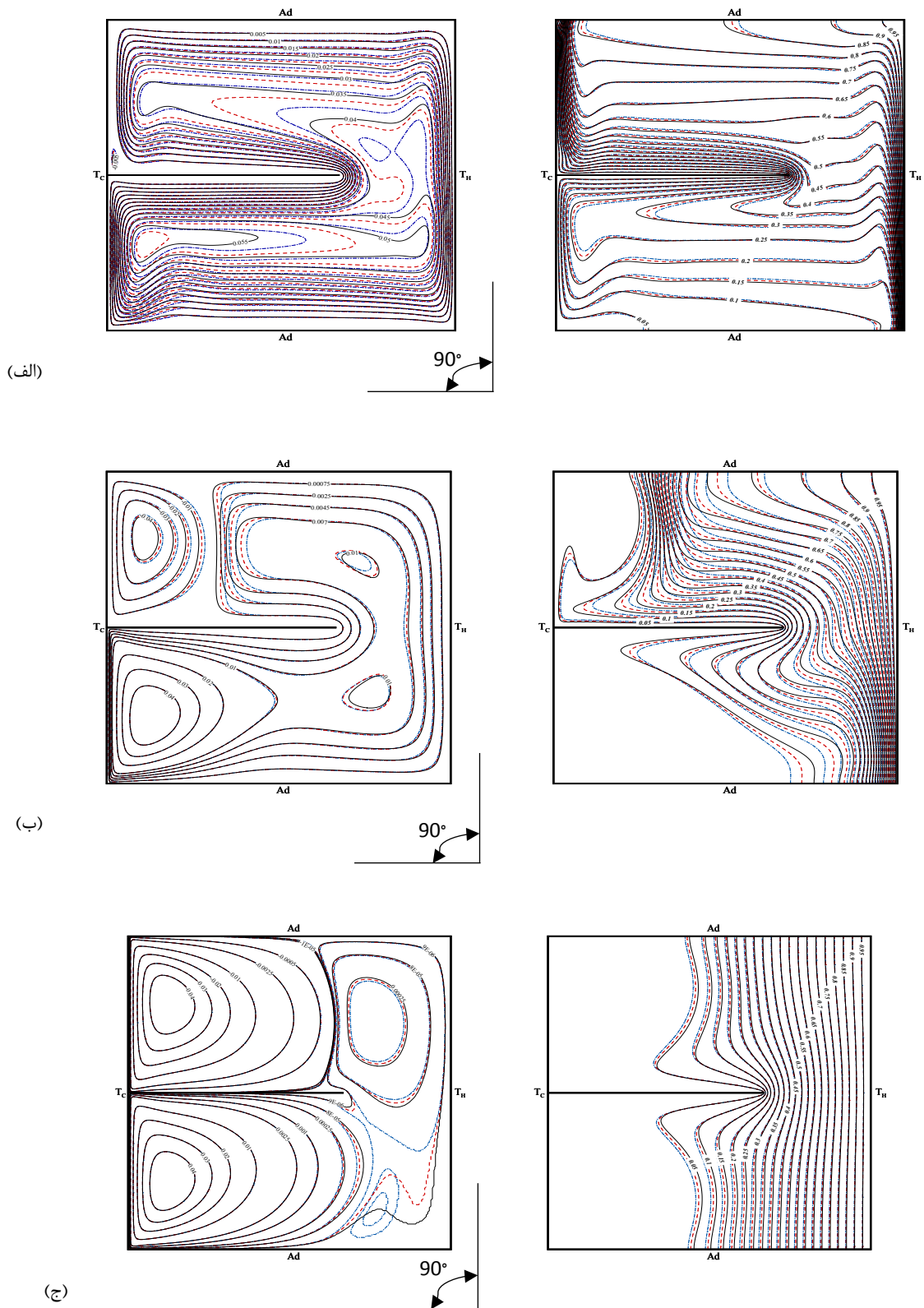




شکل (۳): خطوط جریان و خطوط همدمما در  $\gamma = 30^\circ$  و الف)  $Ri = 100$  (ب)  $Ri = 1$  (ج)  $Ri = 0.01$ . خطوط ممتد، خط چین و نقطه خط به ترتیب برای کسر حجمی ۰، ۰/۰۲۵ و ۰/۰۵ هستند.



شکل (۴): خطوط جریان و خطوط همدم در  $\gamma = 60^\circ$  در الف)  $Ri = 100$  (ب)  $Ri = 1$  (ج)  $Ri = 0.1$ . خطوط ممتد، خط چین و نقطه خط به ترتیب برای کسر حجمی ۰، ۰/۰۲۵ و ۰/۰۵ هستند.



شکل (۵): خطوط جریان و خطوط همدمما در  $\gamma = 90^\circ$  و الف)  $Ri = 100$  (ب)  $Ri = 1$  (ج)  $Ri = 0.1$ . خطوط ممتد، خط چین و نقطه-خط به ترتیب برای کسر حجمی ۰، ۰/۰۲۵ و ۰/۰۵ هستند.

جدول ۷ می‌توان دید که همچنان کاهش عدد ریچاردسون، کاهش مقدار ناسلت متوسط را در پی دارد. مقادیر ناسلت با چرخش حفره به میزان ۳۰ درجه، نسبت به  $\gamma = 0$  افزایش داشته است. از آنجا که زاویه شیب حفره فقط روی شناوری تاثیرگذار است، عامل افزایش این مقدار را می‌توان شناوری دانست. با مشاهده‌ی مقادیر ناسلت در جدول ۷ مربوط به تمام زوایا در  $Ri = 0.01$ ، می‌توان متوجه شد که تغییر محسوسی در مقادیر ناسلت مشاهده نمی‌شود و نشان می‌دهد که در مقادیر کوچک عدد ریچاردسون، مقدار ناسلت مستقل از عدد ریچاردسون است.

اگر  $\gamma = 60$  باشد، خروجی مسئله را می‌توان در شکل ۴ دید. در قسمت (الف) می‌توان قدرت شناوری را به وضوح در سمت چپ حفره دید که گردابه آن تا نزدیک درپوش متحرک رفته است. خطوط هم‌دما در تمام حفره پخش شدند. در قسمت (ب) و بعد از آن (ج) کاهش اثر شناوری کاملاً مشهود است. با نگاه به جدول ۷ می‌توان دید که مقدار ناسلت متوسط نسبت به حالت  $\gamma = 30$  افزایش چشمگیری داشته است.

در شکل ۵ حفره ۹۰ درجه دوران داشته است. قسمت (الف) پخش دما را نشان می‌دهد و می‌توان دید که بر خلاف قبل، خطوط دیگر در نیمی از حفره تمرکز ندارند. در این حالت بر خلاف قبل، تراکم خطوط هم‌دما را در اطراف منبع سرد نیز می‌توان مشاهده کرد. در حفره تقریباً یک گردابه وجود دارد. باز هم با کاهش عدد ریچاردسون می‌توان دید که خطوط جریان و هم‌دما به تقارن نزدیک می‌شوند (قسمت (ج)). بیشترین مقدار ناسلت متوسط با توجه به جدول ۷، مربوط به قسمت (الف) شکل ۵ است. با توجه به جدول ۷ معلوم می‌شود که افزودن نانوذرات در این حالت ( $\gamma = 90$ ) بیشترین تأثیر بر مقدار ناسلت متوسط را داشته است. این تأثیر همانطور که انتظار می‌رفت، با افزایش کسر حجمی، به صورت افزایشی بوده است.

در شکل ۶ مقادیر ناسلت متوسط برای مقایسه‌ی بهتر و راحت‌تر، به صورت نمودار آورده شده است. در قسمت (الف) این شکل، مقادیر ناسلت متوسط برای سه غلظت مورد بررسی در  $Ri = 100$  آمده است. قسمت (ب) و (ج) نیز به ترتیب مربوط به  $Ri = 1$  و  $Ri = 0.01$  هستند. در این نمودارها می‌توان دید که افزایش کسر حجمی نانوذرات باعث افزایش مقدار ناسلت متوسط شده است. همچنین افزایش زاویه شیب حفره در دو قسمت (الف) و (ب) باعث افزایش

در قسمت (ب) شکل ۲، عدد ریچاردسون کمتر شده ( $Ri = 1$ ) و بنابراین اثر شناوری وارد بر سیال کمتر از حالت قبل است. خطوط هم‌دما خبر از توزیع دمایی می‌دهند که برخلاف حالت قبل در بالا انباشته شده نیست. خطوط جریان فقط دو گردابه را که خلاف هم چرخش می‌کنند، نشان می‌دهند که این گردابه‌ها ناشی از حرکت درپوش حفره هستند.

با کاهش عدد ریچاردسون در قسمت (ج) این شکل به  $0.01$ ، اثر شناوری در عمل از بین رفته و فقط چهار گردابه‌ی به وجود آمده ناشی از اثر درپوش متحرک، قابل مشاهده است. توزیع دما در این قسمت تغییر چندانی با قسمت (الف) نداشته است. تراکم خطوط هم‌دما در هر سه حالت شکل ۲ در اطراف دیوار گرم بیشتر است که قابل پیش‌بینی بود. (لازم به توضیح است که تراکم خطوط در هر قسمت که بیشتر باشد، انتقال حرارت به روش هدایت در این نواحی بیشتر از سایر قسمت‌ها می‌باشد.) از مشاهده داده‌های جدول ۷ برای این سه حالت می‌توان دریافت که هر چه عدد ریچاردسون کمتر شده (به طبع اثر شناوری کمتر شده است)، مقدار ناسلت متوسط روی دیوار گرم کاهش یافته است. این امر را می‌توان با دقت در خطوط هم‌دما توجیه نمود. اگر به خطوط هم‌دمای این سه قسمت توجه شود، می‌توان دید که خطوط در نزدیکی دیواره و در قسمت وسط آن، با کاهش عدد ریچاردسون به دیوار نزدیک شده است؛ پس مجموع اختلاف دمای دیواره و لایه‌ی بعدی آن کمتر می‌شود. از طرفی این مجموع رابطه مستقیمی با مقدار ناسلت متوسط دارد، بنابراین کاهش مقدار ناسلت در این حالت حفره با کاهش مقدار عدد ریچاردسون امری صحیح و معقول است.

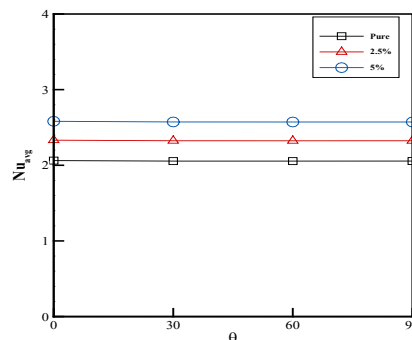
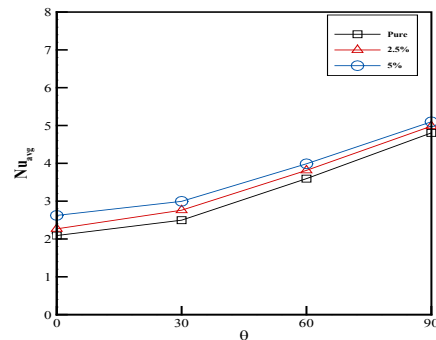
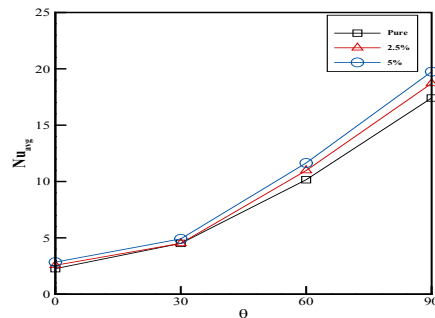
با چرخاندن حفره به مقدار  $\gamma = 30$ ، حالت پیچیده‌تری از مسئله ایجاد شده که خروجی خطوط هم‌دما و جریان آن در شکل ۳ آمده است. در قسمت (الف) این شکل اثر شناوری زیاد است. تصویر مربوط به خطوط هم‌دما این را نشان می‌دهد که تراکم خطوط در گوشه‌ی بالا-راست حفره زیاد است. می‌توان دید که برخلاف قبل، خطوط هیچ تقارنی نسبت به تیغه ندارند. گردابه‌های ایجاد شده حاکی از آن است که هم نیروی شناوری و هم نیروی برشی ناشی از درپوش متحرک نقش مهمی در مسئله دارند. در قسمت (ب) می‌توان دید که نیروی شناوری کمتر شده است. خطوط هم‌دما در سمت چپ حفره تغییر زیادی داشته و بالاتر رفته‌اند. این تغییرات در قسمت (ج) به جایی می‌رسد که خطوط هم‌دما و جریان مانند قبل تقریباً متقارن می‌شوند. با دقت در

### ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، جریان دورن حفره مربعی با درپوش متحرک همراه با پله به روش عددی بررسی شد. اساس روش عددی کار حاضر، حجم محدود بود. نانوذرات و سیال پایه فرض شده در این مسئله به ترتیب آلومینیوم اکسید و آب بودند. نانوسیال با فرض جریان تک‌فاز و نیوتونی بودن مدل‌سازی شد. حالت‌های مورد بررسی مسئله شامل تأثیر عدد ریچاردسون (در سه مقدار ۱۰۰، ۱،  $Ri = 0.01$ )، کسر حجمی نانوذرات (در سه مقدار ۰.۰۵، ۰.۰۲۵،  $\phi = 0$ ) و زاویه شیب حفره (در چهار مقدار ۹۰، ۶۰، ۳۰،  $\gamma = 0$ ) بود. برخی از نتایج به دست آمده از این مطالعه به صورت زیر هستند:

- مشاهده شد که با افزایش عدد ریچاردسون و ثابت‌بودن پارامترهای دیگر، مقادیر ناسلت متوسط افزایش پیدا کرد.
- با فرض ثابت‌بودن عدد ریچاردسون و کسر حجمی نانوسیال، با افزایش زاویه شیب حفره، مقدار ناسلت متوسط افزایش داشته است.
- در اعداد ریچاردسون کوچک (معادل  $Ri = 0.01$ ) زاویه شیب حفره، تأثیر محسوسی روی خروجی‌های مسئله نداشت.
- حداکثر و حداقل مقادیر ناسلت متوسط به ترتیب  $Nu_{avg} = 19/7470$  و  $Nu_{avg} = 2/0554$  بوده که مربوط به حالتی است که در آن به ترتیب شرایط:  $\gamma = 90$ ،  $\phi = 0$  و  $Ri = 100$  و  $\phi = 0.05$  برقرار است.
- در تمامی حالت‌ها، افزایش کسر حجمی نانوذرات (با ثابت نگه‌داشتن عدد ریچاردسون و زاویه شیب حفره)، افزایش مقدار ناسلت متوسط بر روی دیوار گرم را در پی داشت.
- بیشترین درصد افزایش مقدار ناسلت متوسط تحت تأثیر افزودن نانوذرات در حالت  $\gamma = 0$  و  $Ri = 100$  و از کسر حجمی  $\phi = 0$  به  $\phi = 0.05$  بوده که برابر ۲۵/۵۹ درصد بود.
- بیشترین مقدار افزایش در مقدار ناسلت متوسط مربوط به حالت  $\gamma = 90$  و  $Ri = 100$  در تغییر کسر حجمی از  $\phi = 0$  به  $\phi = 0.05$  بوده که مقدار این افزایش ۲/۳۳۷۷ بود.

این مقدار گردیده اما در قسمت (ج) تأثیری نداشته که علت این امر پیش‌تر بحث شد (کم شدن اثر شناوری در اعداد ریچاردسون کوچک). بیشترین مقدار ناسلت متوسط مربوط به حالت  $\gamma = 90$ ،  $\phi = 0.05$  و  $Ri = 100$  بوده و کمترین مقدار مربوط به حالت  $\gamma = 0$ ،  $\phi = 0$  و  $Ri = 0.01$  است. بیشترین درصد افزایش ناسلت متوسط به واسطه‌ی افزودن نانوذرات مربوط به حالت  $\gamma = 0$  و  $Ri = 100$  و در تغییر کسر حجمی از  $\phi = 0$  به  $\phi = 0.05$  بوده که برابر ۲۵/۵۹ درصد است. همچنین بیشترین مقدار افزایش ناسلت متوسط مربوط به حالت  $\gamma = 90$  و  $Ri = 100$  و در تغییر کسر حجمی از  $\phi = 0$  به  $\phi = 0.05$  بوده که مقدار این افزایش ۲/۳۳۷۷ بوده است.



شکل (۶): مقادیر ناسلت متوسط برای دیوار گرم بر حسب زوایای مختلف و در کسر حجمی‌های مختلف در الف)  $Ri = 100$  (ب)  $Ri = 1$  (ج)  $Ri = 0.01$

## ۶- مراجع

- [10] Wang, X. Q. and Mujumdar, A. S. "Heat Transfer Characteristics of Nanofluids: A Review.", *Int. J. Therm. Sci.*, Vol. 46 , pp. 1–19 , 2007.
- [11] Raisi, A. "The Effect of Conductive Baffles on Natural Convection in a Power-Law Fluid-Filled Square Cavity", *J. Brazilian Soc. Mech. Sci. Eng.*, Vol. 40 , pp. 33 , 2018.
- [12] Khanafer, K., AlAmiri, A., and Bull, J. "Laminar Natural Convection Heat Transfer in a Differentially Heated Cavity with a Thin Porous Fin Attached to the Hot Wall", *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol. 87 , pp. 59–70 , 2015.
- [13] Aly, A. M. and Raizah, Z. A. S., "Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics Simulation of Natural Convection in a Nanofluid-Filled Complex Wavy Porous Cavity with Inner Solid Particles", *Phys. A Stat. Mech. Its Appl.*, Vol. 537 , pp. 122623 , 2020.
- [14] Alnaqi, A. A., Aghakhani, S., Pordanjani, A. H., Bakhtiari, R., Asadi, A., and Tran, M. D. "Effects of Magnetic Field on the Convective Heat Transfer Rate and Entropy Generation of a Nanofluid in an Inclined Square Cavity Equipped with a Conductor Fin: Considering the Radiation Effect", *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol. 133 , pp. 256–267 , 2019.
- [15] Alkanhal, T. A., Sheikholeslami, M., Usman, M., Haq, R., Shafee, A., Al-Ahmadi, A. S., and Tlili, I. "Thermal Management of MHD Nanofluid within the Porous Medium Enclosed in a Wavy Shaped Cavity with Square Obstacle in the Presence Of Radiation Heat Source", *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol. 139 , pp. 87–94 , 2019.
- [16] Yaghoubi Emami, R., Siavashi, M., and Shahriari Moghaddam, G. "The Effect of Inclination Angle and Hot Wall Configuration on Cu-Water Nanofluid Natural Convection inside a Porous Square Cavity", *Adv. Powder Technol.*, Vol. 29 , pp. 519–536 , 2018.
- [17] Xu, D., Hu, Y., and Li, D. "A Lattice Boltzmann Investigation of Two-Phase Natural Convection of Cu-Water Nanofluid in a Square Cavity", *Case Stud. Therm. Eng.*, Vol. 13 , pp. 100358 , 2019.
- [18] Wang, L., Yang, X., Huang, C., Chai, Z., and Shi, B. "Hybrid Lattice Boltzmann-TVD Simulation of Natural Convection of Nanofluids in a Partially Heated Square Cavity Using Buongiorno's Model", *Appl. Therm. Eng.*, Vol. 146 , pp. 318–327 , 2019.
- [1] Hemmat Esfe, M., Akbari, M., Karimipour, A., Afrand, M., Mahian, O., and Wongwises, S. "Mixed-Convection Flow and Heat Transfer in an Inclined Cavity Equipped to a Hot Obstacle Using Nanofluids Considering Temperature-Dependent Properties", *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol. 85 , pp. 656–666 , 2015.
- [2] Siavashi, M., Yousofvand, R., and Rezanejad, S. "Nanofluid and Porous Fins Effect on Natural Convection and Entropy Generation of Flow Inside a Cavity", *Adv. Powder Technol.*, Vol. 29 , pp. 142–156 , 2018.
- [3] Hasan, M. N., Samiuzzaman, K., Haque, S. H., Saha, S., and Islam, M. Q. "Mixed Convection Heat Transfer Inside a Square Cavity Filled with Cu-water Nanofluid, in: *Procedia Eng.*", pp. 438–445 , 2015.
- [4] Mehryan, S. A. M., Kashkooli, F. M., Ghalambaz, M., and Chamkha, A. J. "Free Convection of Hybrid Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-Cu Water Nanofluid in a Differentially Heated Porous Cavity", *Adv. Powder Technol.*, Vol. 28 , pp. 2295–2305 , 2017.
- [5] Mukesh Kumar, P. C. and Chandrasekar, M. "A Review on Helically Coiled Tube Heat Exchanger Using Nanofluids", *Mater. Today Proc.*, 2019.
- [6] Corcione, M. "Empirical Correlating Equations for Predicting the Effective Thermal Conductivity and Dynamic Viscosity of Nanofluids", *Energy Convers. Manag.*, Vol. 52 , pp. 789–793 , 2011.
- [7] Tiwari, A. K., Ghosh, P., and Sarkar, J. "Heat Transfer and Pressure Drop Characteristics of CeO<sub>2</sub>/Water Nanofluid in Plate Heat Exchanger", *Appl. Therm. Eng.*, Vol. 57 , pp. 24–32 , 2013.
- [8] Pourhoseini, S. H. and Naghizadeh, N. "An Experimental Study on Optimum Concentration of Silver-Water Microfluid for Enhancing Heat Transfer Performance of a Plate Heat Exchanger", *J. Taiwan Inst. Chem. Eng.*, Vol. 75 , pp. 220–227 , 2017.
- [9] Yang, Y., Zhang, Z. G., Grulke, E. A., Anderson, W. B., and Wu, G. "Heat Transfer Properties of Nanoparticle in Fluid Dispersions in Laminar Flow", *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol. 48 , pp. 1107–1116 , 2005.

- Mixed Convection Around two Heated Circular Cylinders in a Square Enclosure”, *Heat Transf. Eng.*, Vol. 37 , pp. 64–75 , 2016.
- [28] Wei, Y., Dou, H.-S., Wang, Z., Qian, Y., and Yan, W. “Simulations of Natural Convection Heat Transfer in an Enclosure at Different Rayleigh Number Using Lattice Boltzmann Method”, *Comput. Fluids*, Vol. 124 , pp. 30–38 , 2016.
- [29] Rahmati, A. R. and Tahery, A. A. “Numerical Study of Nanofluid Natural Convection in a Square Cavity with a Hot Obstacle Using Lattice Boltzmann Method”, *Alexandria Eng. J.*, Vol. 57 , pp. 1271–1286 , 2018.
- [30] Ma, Y., Mohebbi, R., Rashidi, M. M., Yang, Z., and Sheremet, M. A. “Numerical Study of MHD Nanofluid Natural Convection in a Baffled U-Shaped Enclosure”, *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol. 130 , pp. 123–134 , 2019.
- [31] Selimefendigil, F. and Öztop, H. F. “MHD Mixed Convection of Nanofluid in a Flexible Walled Inclined Lid-Driven L-Shaped Cavity Under the Effect of Internal Heat Generation”, *Phys. A Stat. Mech. Its Appl.*, Vol. 534 , pp. 122144 , 2019.
- [32] Fard, A. H., Hooshmand, P., Mohammaei, M., and Ross, D. “Numerical Study on Free Convection in a U-Shaped CuO/Water Nanofluid-Filled Cavity with Different Aspect Ratios Using Double-MRT Lattice Boltzmann”, *Therm. Sci. Eng. Prog.*, Vol. 14 , pp. 100373 , 2019.
- [33] Kapil, M., Roy, D., Sharma, B., Rana, S. C., Pramanik, S., and Barman, R. N. “A Numerical Study of 2-D Convective Heat Transfer of Nanofluid (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/H<sub>2</sub>O) in a Lid Driven Cavity with Square Cylinder at the Centre”, *Mater. Today Proc.*, Vol. 11, pp. 700–707 , 2019.
- [34] Hadavand, M., Yousefzadeh, S., Akbari, O. A., Pourfattah, F., Nguyen, H. M., and Asadi, A. “A Numerical Investigation on the Effects of Mixed Convection of Ag-Water Nanofluid Inside a Sim-Circular Lid-Driven Cavity on the Temperature of an Electronic Silicon Chip”, *Appl. Therm. Eng.*, Vol. 162, pp. 114298 , 2019.
- [35] Brinkman, H. C. “The Viscosity of Concentrated Suspensions and Solutions”, *J. Chem. Phys.*, Vol. 20 , pp. 571–571 , 1952.
- [36] Hemmat Esfe, M., Afrand, M., Yan, W. M., and Akbari, M. “Applicability of Artificial [19] Hemmat Esfe, M., Toghraie, D., Esfandeh, S., and Alidoust, S. “Measurement of Thermal Conductivity of Triple Hybrid Water Based Nanofluid Containing MWCNT (10%)-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (60%)-ZnO (30%) Nanoparticles. *Colloids and Surfaces.*”, *Physicochemical and Engineering Aspects*, 647, 129083, 2022.
- [20] Alsabery, A. I., Ismael, M. A., Chamkha, A. J., and Hashim, I. “Mixed Convection of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> -Water Nanofluid in a Double Lid-Driven Square Cavity With a Solid Inner Insert Using Buongiorno’s Two-Phase Model”, *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol. 119 , pp. 939–961 , 2018.
- [21] Al-Rashed, A., Aich, W., Kolsi, L., Mahian, O., Hussein, A., and Borjini, M. “Effects of Movable-Baffle on Heat Transfer and Entropy Generation in a Cavity Saturated by CNT Suspensions: Three-Dimensional Modeling”, *Entropy*, Vol. 19 , pp. 200 , 2017.
- [22] Ambarita, H., Kishinami, K., Daimaruya, M., Saitoh, T., Takahashi, H., and Suzuki, J. “Laminar Natural Convection Heat Transfer in an Air Filled Square Cavity with Two Insulated Baffles Attached to its Horizontal Walls”, *Therm. Sci. Eng.*, Vol. 14 , pp. 35–46 , 2006.
- [23] Hemmat Esfe, M., Bahiraei, M., Torabi, A., and Valadkhani, M. “A Critical Review on Pulsating Flow in Conventional Fluids and Nanofluids.”, *Thermohydraulic Characteristics. International Communications in Heat and Mass Transfer*, 120, 104859, 2021.
- [24] Abu-Nada, E. and Chamkha, A. J. “Mixed Convection Flow in a Lid-Driven Inclined Square Enclosure Filled with a Nanofluid”, *Eur. J. Mech. B/Fluids*, Vol. 29 , pp. 472–482 , 2010.
- [25] Talebi, F., Mahmoudi, A. H., and Shahi, M. “Numerical Study of Mixed Convection Flows in a Square Lid-Driven Cavity Utilizing Nanofluid”, *Int. Commun. Heat Mass Transf.*, Vol. 37 , pp. 79–90 , 2010.
- [26] Hemmat Esfe, M., Abbasian Arani, A. A., Niroumand, A. H., Yan, W. M., and Karimipour, A. “Mixed Convection Heat Transfer from Surface-Mounted Block Heat Sources in a Horizontal Channel with Nanofluids”, *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol. 89 , pp. 783–791 , 2022.
- [27] Karimi, F., Xu, H., Wang, Z., Yang, M., and Zhang, Y. “Numerical Simulation of Steady

- “Numerical Simulation of Unsteady Mixed Convection in a Driven Cavity Using an Externally Excited Sliding Lid”, *Eur. J. Mech. B/Fluids*, Vol. 26 , pp. 669–687 , 2007.
- [40] Tiwari, R. K. and Das, M. K. “Heat Transfer Augmentation in a Two-Sided Lid-Driven Differentially Heated Square Cavity Utilizing Nanofluids”, *Int. J. Heat Mass Transf*, Vol. 50 , pp. 2002–2018 , 2007.
- [41] Iwatsu, R., Hyun, J. M., and Kuwahara, K. “Mixed Convection in a Driven Cavity with a Stable Vertical Temperature Gradient”, *Int. J. Heat Mass Transf*, Vol. 36 , pp. 1601–1608 , 1993.
- Neural Network and Nonlinear Regression to Predict Thermal Conductivity Modeling of Nanofluids Using Experimental Data”, *Int. Commun. Heat Mass Transf*, Vol. 66 , pp. 246–249 , 2015.
- [37] Versteeg, H. K. and Malalasekera, W. “An Introduction to Computational Fluid Dynamics”, *The Finite Volume Method*, Second, Pearson Education, 2007.
- [38] Markatos, N. C. and Pericleous, K. A. “Laminar and Turbulent Natural Convection in an Enclosed Cavity”, *Int. J. Heat Mass Transf*, Vol. 27, pp. 755–772 , 1984.
- [39] Khanafer, K. M., Al-Amiri, A. M., and Pop, I.