

علمی - پژوهشی

# طراحی پمپ جریان مختلط و تحلیل عددی و پارامتری آن با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی

محمود رستمی ورنوسفادرانی<sup>\*۳</sup>مهرداد بزاز زاده<sup>۲</sup>محمد رضا رستمی<sup>۱</sup>

دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۷/۲۴؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۲/۱۰/۰۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۱۱/۱۰؛ تاریخ انتشار: ۱۴۰۲/۱۱/۳۰)

DOR: <https://dorl.net/dor/20.1001.1.23223278.1402.12.2.9.0>

## چکیده

پمپ‌های جریان مختلط دارای کاربرد وسیع، راندمان بالا و دامنه گسترده تغییرات هد هستند. یکی از مسائل پر اهمیت در پمپ‌های جریان مختلط عملکرد در حالت گذرا است. باتوجه به پیچیده بودن هندسه پمپ جریان مختلط و پیچیدگی در شبیه‌سازی، به‌خصوص در حالت گذرا، کم‌تر به تحلیل جریان گذرا در پمپ جریان مختلط پرداخته شده است. در این مقاله یک پمپ جریان مختلط با استفاده از نرم‌افزار CFTurbo طراحی و در طی فرایند پایا و گذرا با استفاده از نرم‌افزار CFX تحلیل شد. برای اطمینان از صحت نتایج عددی، یک اعتبارسنجی انجام شد که نتایج عددی انطباق خوبی با نتایج آزمایشگاهی داشتند. دو مطالعه پارامتریک شامل، بررسی اثر تغییر زاویه خروجی پره در چهار زاویه متفاوت در حالت پایا و دو زاویه در حالت گذرا و اثر تغییر دور پمپ بر عملکرد آن بررسی شد. با افزایش زاویه خروجی پره تا زاویه ۲۶ درجه راندمان افزایش و پس از آن کاهش یافت و با تغییر زاویه خروجی پره از ۲۲/۵ به ۳۱ درجه هد پمپ در حدود ۲۳٪ افزایش داشت. با بررسی اثر تغییر دور پمپ مشاهده شد که هد با افزایش و یا کاهش دور متناسب و راندمان با کاهش دور نسبت به نقطه طرح کاهش و با افزایش دور تغییر محسوسی نداشت. در طی فرایند گذرا، یک بیشینه هد لحظه‌ای که در حدود ۲۷٪ بیشتر از هد طراحی است مشاهده شد که تغییرات هد در طی فرایند گذرا شامل سه مرحله است. در مرحله اول هد به‌صورت خطی افزایش می‌یابد و در مرحله دوم یک بیشینه هد لحظه‌ای رخ می‌دهد، در آخرین مرحله منحنی هد تمایل به پایداری پیدا می‌کند.

**واژه‌های کلیدی:** پمپ جریان مختلط، زاویه خروجی پره، شبیه‌سازی گذرا، دینامیک سیالات محاسباتی

## Design of Mixed flow Pump and its Numerical and Parametric Analysis Using Computational Fluid Dynamics

Rostami, M. R.

Bazazzadeh, M.

Rostami Varnousfaaderani, M.

Maleke-Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

(Received: 2023/10/16, Revised: 2023/12/22, Accepted: 2024/01/30, Published: 2024/02/19)

### ABSTRACT

Mixed-flow pumps have a wide application, high efficiency and wide range of head changes. One of the most important issues in Mixed-flow pumps is transient operation. AS for the complexity of Mixed-flow pump geometry and complexity in simulation, especially in the transient state, transient flow analysis in Mixed-flow pump has been less discussed. In this paper, a Mixed-flow pump was designed using CFTurbo software and analyzed during steady state and transient process using CFX software. To ensure the correctness of the numerical results, a validation was carried out that the numerical results were in good agreement with the Experimental results. two parametric studies including the effect of changing the blade outlet angle in four different angles in the steady state and two angles in the transient state and the effect of changing the pump rotational speed on its performance were investigated. The efficiency with the increase of blade exit angle up to 26 degrees, the efficiency increased and then decreased, and by changing the blade outlet angle from 22.5 to 31 degrees, the pump head increases by about 23%. The head is proportional to the increase or decrease in speed and the efficiency decreased with the reduction of the rotational speed compared to the design point, and there was no significant change with the increase of the rotational speed compared to the design point. During the transient process, a maximum momentary pressure was observed which is about 27% higher than the design head. Pump head changes in this case are divided into three steps. In the first step, the head increases linearly, then in the second step, a momentary maximum pressure occurs, in the last step, the head curve tends to be stable.

**Keywords:** Mixed-flow Pump, Blade Outlet Angle, Transient Simulation, Computational Fluid Dynamics

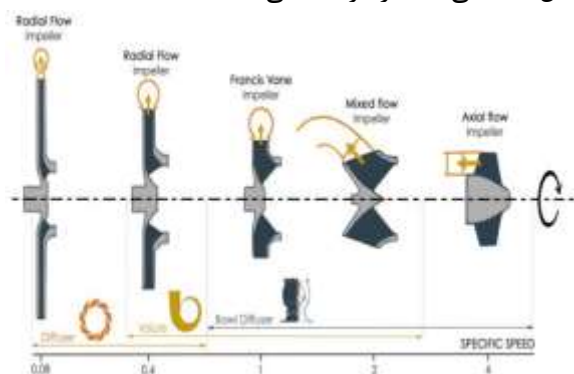
۱- کارشناسی ارشد: Mohamad.r187@gmail.com

۲- دانشیار: mehrdadbaz@gmail.com

۳- استادیار: mrostamivf@aut.ac.ir

## ۱- مقدمه

نشان داده شده است. به طور خلاصه، مزیت پمپ‌های جریان مختلط این است که آن‌ها دبی بالاتری از پمپ‌های جریان محوری و با هد بالاتری که توسط پمپ‌های گریز از مرکز قابل دستیابی است را ترکیب می‌کنند [۲].



شکل (۱): نوع پمپ و پوشش آن باتوجه به سرعت مخصوص [۲]

در سال‌های اخیر، محققان تحقیقات متعددی را در زمینه طراحی سه‌بعدی، پیش‌بینی عملکرد، تجزیه و تحلیل عملکرد و بهینه‌سازی پمپ‌های جریان مختلط انجام داده‌اند. از آنجایی که عملکرد پمپ جریان مختلط به پارامترهای زیادی چون تعداد پره، زاویه پیش‌پره، ضخامت پره، زاویه خروجی پره و غیره بستگی دارد، بسیاری از محققان تأثیر این پارامترها را نیز بررسی نموده‌اند. ویسلیسنوس (۱۹۶۵) طراحی یک پروانه پمپ جریان مختلط را آغاز کرد [۳]. اصلاح پروانه پمپ جریان مختلط توسط مایلز (۱۹۶۵) انجام شد [۴]. استیانوف (۱۹۶۷) یک روش طراحی برای پروانه پمپ جریان مختلط را ارائه داد [۵]. ماگلی و همکاران (۲۰۰۲)، مشخصات پمپ جریان مختلط را از خاموشی تا حداکثر جریان از طریق محاسبات دینامیک سیالات محاسباتی گزارش کردند [۶]. کیم جین و همکاران (۲۰۱۰)، طراحی با راندمان بالا را برای یک پمپ جریان مختلط انجام دادند. تأثیر دو متغیر هندسی مربوط به مساحت گذرگاه سیال<sup>۶</sup> و طول پره در دیفیوزر بر راندمان پمپ جریان مختلط در نظر گرفته شد. نتایج نشان داد که راندمان هیدرولیکی پمپ جریان مختلط در شرایط طراحی با اصلاح هندسه بهبود می‌یابد [۷]. بینگ هائو و همکاران (۲۰۱۳)، به منظور بررسی اثرات شکل گذرگاه سیال بر روی طراحی پروانه و عملکرد هیدرولیکی پمپ جریان مختلط یک شبیه‌سازی عددی انجام دادند، شکل نصف‌النهار<sup>۷</sup> عبور جریان به طور مستقیم بر میدان جریان به دست آمده بر

پمپ‌های جریان مختلط<sup>۱</sup> در بخش‌های مختلفی از صنعت نقش بسیار مهمی را در انتقال سیالات ایفا می‌کنند و دارای مزایایی چون دبی زیاد، دامنه تغییرات هد گسترده هستند و به‌ندرت دچار کاویتاسیون<sup>۲</sup> می‌شوند. پروانه پمپ جریان مختلط از نوع پروانه‌های سه‌بعدی است که طراحی پروفیل پره‌های آن پیچیده و مستلزم انتخاب پارامترهایی است که نیاز به اطلاعات و تجربه زیادی دارد. یک پمپ جریان مختلط بر اساس فرم محفظه پمپاژ به دو دسته دیفیوزر پره‌دار<sup>۳</sup> با پوشش لوله‌ای و حلزونی<sup>۴</sup> تقسیم می‌شود. در این مقاله هدف طراحی هیدرولیکی یک پمپ جریان مختلط است که در طی آن دستیابی به پمپی جهت تأمین هد و دبی در بالاترین بازده مدنظر است و به همین منظور صرفاً به اجزایی مانند پروانه و دیفیوزر پرداخته می‌شود. در فرایند طراحی پمپ‌ها، تعداد مجهولات نسبت به داده‌ها و معلومات بسیار بیشتر است، بنابراین باتوجه به هد و دبی، انتخاب‌های زیادی برای طراحی وجود دارد که هر کدام در راندمان و بازده نقش بسزایی دارند، در نتیجه می‌توان گفت فرایند طراحی نمی‌تواند فرایند منحصربه‌فردی باشد. از آنجایی که هیچ نظریه جامعی وجود ندارد که تمامی الزامات در طراحی پمپ را برآورده کند، معمولاً طراحی هیدرولیکی بر اساس تجربه، داده‌های آماری، رویکردهای آزمایشگاهی یا طراحی‌های مشابه صورت می‌گیرد [۱]. برای پمپ‌های جریان مختلط، عمدتاً دو پیکربندی پوششی داریم. در مورد پمپ‌های با سرعت مخصوص پایین مناسب‌ترین پیکربندی، محفظه حلزونی است که شباهت زیادی با طرح‌های پمپ گریز از مرکز نشان می‌دهد. برای سرعت‌های مخصوص بالاتر پیکربندی‌هایی را مشاهده می‌کنیم که پروانه جریان مختلط را با یک دیفیوزر به همراه پوشش لوله‌ای ترکیب می‌کنند که این دیفیوزر پره‌دار را دیفیوزر کاسه‌ای<sup>۵</sup> می‌نامند. این روش برای اجتناب از سطح مقطع خروجی بزرگ که برای حفظ جریان لازم است و به دلیل مؤلفه مماسی بسیار کم سرعت مطلق در خروجی پروانه انتخاب شده است. انتخاب نوع پمپ و پوشش آن بر اساس سرعت مخصوص در شکل ۱

<sup>1</sup> Mixed-flow pump

<sup>2</sup> Cavitation

<sup>3</sup> Vaned Diffuser

<sup>4</sup> Volute

<sup>5</sup> Bowl diffuser

<sup>6</sup> Passage

<sup>7</sup> Meridional

گردابه‌های تولید شده به سمت پره راهنما حرکت کرده و در انتها در مسیر پره راهنما پراکنده می‌شوند [۱۶]. لیلی جی و همکاران (۲۰۲۱)، ویژگی‌های گذرای میدان‌های جریان داخلی یک پمپ جریان مختلط را با اثر لقی نوک پره تحت شرایط استال بررسی نمودند. با توجه به نتایج حاصل، با افزایش فاصله نوک پروانه از ۰٫۲ میلی‌متر به ۱٫۱ میلی‌متر، هد پمپ ۲۲٫۱ درصد راندمان پمپ ۱۳٫۹ درصد کاهش می‌یابد. در شرایط استال، جریان چرخشی در ورودی پروانه ظاهر می‌شود که ناشی از جریان برگشتی از ناحیه نوک پروانه است [۱۷]. لو یانگپین و همکاران (۲۰۲۲)، یک پمپ جریان مختلط را در حالت گذرا بررسی نمودند. راه‌اندازی اولیه در پمپ‌های جریان مختلط به دلیل ماهیت گذرا و تغییرات جریان در هنگام راه‌اندازی بسیار پیچیده است. یک معادله هد گذرا با یک معادله مقاومت لوله در این مطالعه حل شد تا یک مدل نظری برای نرخ جریان و هد متغیر در هنگام راه‌اندازی یک پمپ جریان مختلط ارائه شود. این مدل شامل شتاب چرخشی برای پیش‌بینی تغییرات دبی و هد در هنگام راه‌اندازی بود. در هنگام راه‌اندازی، دبی به‌اندازه سرعت افزایش نمی‌یابد، اما پس از رسیدن پمپ به حداکثر سرعت چرخشی، دبی به آرامی افزایش می‌یابد [۱۸]. هویان زنگ و همکاران (۲۰۲۲)، عملکرد پمپ جریان مختلط با دیفیوزر کاسه‌ای و حلزونی را مقایسه نمودند. با توجه به نتایج، راندمان در حلزونی بیشتر از دیفیوزر در دبی‌های کم است و راندمان حلزونی به‌طور قابل‌توجهی کمتر از دیفیوزر در دبی‌های بالاتر بود [۱۹]. مینگ لیو و همکاران (۲۰۲۳)، یک مدل نظری برای پیش‌بینی عملکرد گذرای پمپ در شرایط راه‌اندازی سریع را مورد مطالعه قرار دادند. مدل پیش‌بینی نظری برای عملکرد پایدار پمپ ابتدا بر اساس مدل‌سازی تلفات انجام شد. سپس، تعادل بین هد گذرای پمپ و سیستم خط لوله برای تعیین عملکرد پمپ گذرا در نظر گرفته و یک الگوریتم پله زمانی برای حل عملکرد گذرا پمپ در طول دوره راه‌اندازی پیشنهاد شد. تکامل پیش‌بینی‌شده هد پمپ مطابقت خوبی با اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهد و میانگین خطاهای نسبی در هر دو شرایط ثابت و گذرا حدود ۱۰٪ است [۲۰].

از مرور مقالات گذشته در این زمینه، مواردی به‌عنوان چالش و نقصان در زمینه طراحی و تحلیل عددی پمپ جریان مختلط به دست آمد. این موارد عبارت‌اند از:

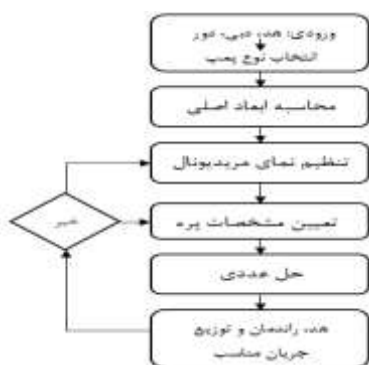
هندسده سه‌بعدی تأثیر می‌گذارد، شکل نصف‌النهاری گذرگاه جریان آن‌قدر پیچیده است که با یک فرمول ساده قابل توصیف نیست؛ بنابراین، انتخاب پارامتر معقول برای عبور جریان نصف‌النهاری برای بررسی ضروری است. با افزایش نسبت شعاع توپی<sup>۱</sup> به لفاف<sup>۲</sup> پروانه و زاویه پیش پره پمپ جریان مختلط عملکرد پروانه افزایش و راندمان هیدرولیکی نیز به‌طور قابل‌توجهی بهبود یافت. با این‌حال، افزایش زاویه پیش پره<sup>۳</sup>، موجب کاهش راندمان هیدرولیکی می‌شود [۸]. چودهری (۲۰۱۳)، در زمینه بهبود هد پروانه پمپ جریان مختلط مطالعاتی انجام داد که بر اساس آن هد پروانه جریان مختلط با کاهش زاویه پره در ورودی و افزایش زاویه خروجی و تعداد پره بهبود می‌یابد [۹]. در روش‌های عددی و دینامیک سیالات محاسباتی به‌وفور از مدل‌های توربولانسی SST و  $k-\omega$  و  $k-\epsilon$  استفاده می‌شود [۱۰-۱۲]. ل توربولانسی SST در بسیاری از جریان‌ها دقیق‌تر و مطمئن‌تر عمل می‌کند [۱۳]. جی وای مائو و همکاران (۲۰۱۴)، کاربرد مدل‌های مختلف توربولانس در شبیه‌سازی یک پمپ به همراه دیفیوزر با پوشش حلقوی بزرگ<sup>۴</sup> را مورد بررسی قرار دادند. با توجه به نتایج این مطالعه، مدل آشفستگی SST در پیش‌بینی هد به مقادیر آزمایشگاهی نزدیک‌تر بود [۱۴]. وی لی و همکاران (۲۰۱۸)، شبیه‌سازی عددی میدان جریان گذرا در یک پمپ جریان مختلط در طول دوره راه‌اندازی را بررسی نمودند. جریان در مرحله اولیه تحت تأثیر نیروی اینرسی سیال و اصطکاک دیواره به‌شدت ناپایدار است و گردابه‌هایی در مقیاس بزرگ در پروانه ظاهر شده و گذرگاه سیال را مسدود می‌کنند که منجر به افزایش آهسته جریان می‌شود، سپس جریان در پروانه پایدار و مقیاس گردابه نیز به تدریج با نزدیک شدن به نرخ سرعت چرخشی کاهش یافته، اثر گذرا از بین می‌رود [۱۵]. ویدانگ کائو و همکاران (۲۰۲۰)، اثر برهمکنش گذرای روتور-استاتور در یک پمپ جریان مختلط تحت شرایط بار جزئی را مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد که سرعت در نواحی برهمکنش روتور-استاتور عمدتاً تحت تأثیر موقعیت نسبی پروانه و پره راهنما است. با کاهش نرخ جریان، در میدان جریان گردابه‌های بیشتری تولید شده که باعث تلفات انرژی زیادی می‌شوند. با چرخش پروانه،

<sup>1</sup> Hub

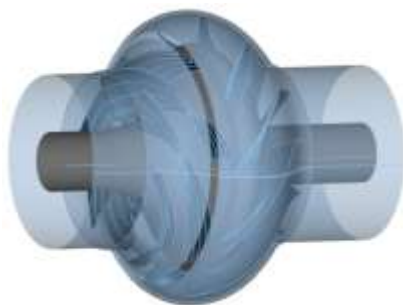
<sup>2</sup> shroud

<sup>3</sup> wrap angle

<sup>4</sup> large annular volute-type pump with the diffuser



شکل (۲): روند طراحی پمپ در نرم‌افزار CFturbo



شکل (۳): هندسه تولیدشده با استفاده از نرم‌افزار

جدول (۱): پارامترهای هیدرولیکی پمپ

| پارامترهای هیدرولیکی | مقدار                      |
|----------------------|----------------------------|
| هد                   | ۷۱m                        |
| دبی                  | $2/4 \text{ m}^3/\text{s}$ |
| دور                  | ۱۲۶۰rpm                    |

جدول (۲): ابعاد پروانه پمپ

| پارامتر           | مقدار             |
|-------------------|-------------------|
| تعداد پره         | ۶                 |
| سرعت مخصوص        | ۸۰                |
| توان خروجی        | ۱۶۶۸ kW           |
| عرض خروجی پروانه  | $0/126 \text{ m}$ |
| قطر ورودی چرخ     | $0/558 \text{ m}$ |
| قطر خروجی چرخ     | $0/699 \text{ m}$ |
| زاویه پره در ورود | $31/9$            |
| زاویه پره در خروج | ۲۶                |

جدول (۳): ابعاد دیفیوزر کاسه‌ای

| پارامتر           | مقدار              |
|-------------------|--------------------|
| تعداد پره         | ۱۰                 |
| عرض خروجی دیفیوزر | $0/3918 \text{ m}$ |
| قطر ورودی دیفیوزر | $0/778 \text{ m}$  |
| قطر خروجی دیفیوزر | $0/699 \text{ m}$  |
| زاویه پره در ورود | $28/5$             |
| زاویه پره در خروج | ۹۰                 |

۱- پیچیدگی هندسه پمپ جریان مختلط (جهت طراحی سه‌بعدی پره پمپ جریان مختلط انتخاب پارامترهایی مانند زاویه پیچش پره، زوایای ورودی و خروجی، پارامترهای توزیع مساحت نمای نصف‌النهاری، فاصله میان پمپ و دیفیوزر و تعداد پره‌های پمپ و دیفیوزر کاسه‌ای مهم است که در این خصوص منابع بسیار محدودی جهت طراحی وجود دارد). ۲- پیچیدگی‌های حل گذرا و محدودیت‌های مطالعات گذشته در مورد آن (هزینه محاسباتی بالا و تعداد بسیار نادر حل گذرا و به‌خصوص همزمان با مطالعه پارامتریک) ۳- شبیه‌سازی اثر تغییر زاویه خروجی پره بر هد پمپ جریان مختلط ۴- بررسی اثر تغییر دور بر هد و راندمان پمپ جریان مختلط.

در این مقاله طراحی و تولید هندسه یک پمپ جریان مختلط به همراه دیفیوزر کاسه‌ای در نرم‌افزار CFturbo و شبیه‌سازی عددی با دینامیک سیالات محاسباتی توسط نرم‌افزار تجاری CFX انجام خواهد شد. نوآوری‌های این مقاله عبارت‌اند از: ۱- تولید هندسه و طراحی پمپ جریان مختلط به همراه دیفیوزر کاسه‌ای (الف- تعیین زاویه مناسب پیچش پره، ب- تعیین زاویه مناسب ورودی پره، ج- تعیین توزیع مساحت مناسب نمای نصف‌النهاری جهت رسیدن به راندمان بهینه) ۲- بررسی اثر زاویه خروجی پره پمپ جریان مختلط بر هد پمپ در حالت پایا و گذرا ۳- بررسی اثر تغییر دور پروانه بر هد و راندمان پمپ جریان مختلط.

## ۲- مدل‌سازی هندسی

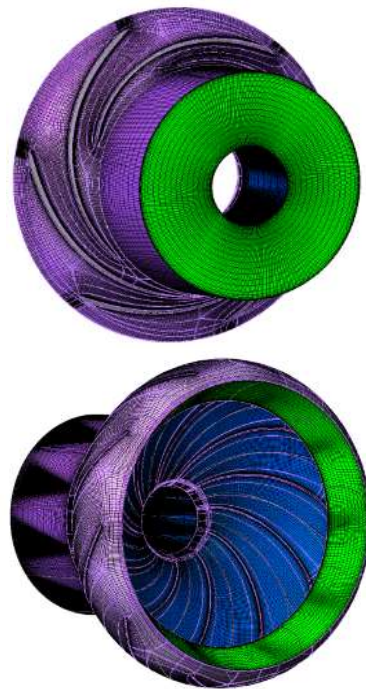
در این پژوهش از نرم‌افزار CFturbo 2022.1.1 جهت طراحی هیدرولیکی<sup>۱</sup> پمپ استفاده شده است. هندسه تولیدشده در شکل ۳ نشان داده شده و طراحی بر اساس پارامترهای ورودی در جدول ۱ انجام شد و منتج به طراحی هندسه پمپ با مشخصات هندسی در جداول ۲ و ۳ شد. همچنین به‌منظور رسیدن به راندمان مناسب تغییرات در نمای مریدیونال<sup>۲</sup> پمپ جهت ایجاد نمودار توزیع مساحت مناسب اعمال و تا رسیدن به راندمان مناسب تحلیل شد که روند طراحی در فلوچارت شکل ۲ نشان داده شده است.

<sup>1</sup> Hydraulic Design

<sup>2</sup> Meridional

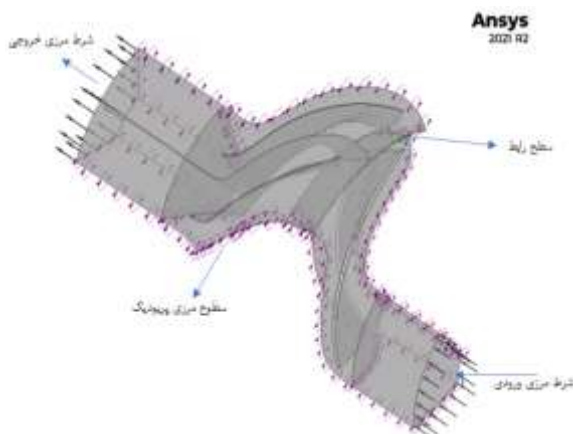
### ۳- دامنه محاسباتی و تولید شبکه

پس از تولید هندسه موردنظر، دامنه محاسباتی پمپ شامل پروانه پمپ، دیفیوزر و دامنه ورودی و خروجی مشخص شد. شبکه بندی با استفاده از نرم افزار ANSYS TurboGrid و المان های شش وجهی<sup>۱</sup> به روش ATM<sup>۲</sup> انجام شد. در شکل ۴ شبکه بندی در پروانه و دیفیوزر و در شکل ۵ شرایط مرزی نمایش داده شده است.



شکل (۴): شبکه بندی پروانه و دیفیوزر

تنش برشی<sup>۴</sup> (SST) در این مطالعه استفاده شد. معادلات ناویر-استوکس با میانگین رینولدز<sup>۵</sup> که با استفاده از روش حجم محدود مبتنی بر المان گسسته شده اند، به عنوان معادلات حاکم با استفاده از نرم افزار ANSYS CFX 2021 R2 اتخاذ شدند. برای گسسته سازی از روش اویلر پس رو مرتبه دوم استفاده شد. سطوح دوار پروانه به عنوان دیواره در نظر گرفته شده و شرط عدم لغزش بر آن اعمال شده است. با استفاده از دستگاه مختصات چندگانه<sup>۶</sup>، اجزای ساکن و دوار پمپ شبیه سازی شده اند و شرایط مرزی سطوح رابط با روش روتور ایستا در حالت پایا و روتور استاتور گذرا در حالت گذرا، اعمال و مقدار اولیه شبیه سازی گذرا با نتیجه شبیه سازی پایا تنظیم شد. در جدول ۴ مشخصات فیزیکی مسئله در پیش پردازش و در شکل ۵ نواحی پرپودیک، ورودی، خروجی و سطح رابط نشان داده شده است.



شکل (۵): شرایط مرزی و سطوح رابط در پمپ

جدول (۴): مشخصات پیش پردازش

| مشخصات پیش پردازش                   |                        |
|-------------------------------------|------------------------|
| شبکه بندی                           | با سازمان شش وجهی      |
| سیال کاری                           | آب در شرایط استاندارد  |
| دمای سیال کاری                      | ۲۹۳ K                  |
| چگالی سیال کاری                     | ۱۰۰۰ kg/m <sup>3</sup> |
| ورودی (فشار کل)                     | ۱ atm                  |
| خروجی (دبی جرمی)                    | ۲۴۰۰ (kg/s)            |
| مدل توربولانس                       | SST                    |
| سطح رابط پمپ و دیفیوزر در حالت پایا | Frozen Rotor           |
| سطح رابط پمپ و دیفیوزر در حالت گذرا | Transient Rotor Stator |
| میانگین شدت آشفستگی                 | ٪۵                     |

### ۴- مدل سازی عددی

پس از تولید شبکه بر روی هندسه موردنظر به تعیین فیزیک مسئله می پردازیم. در این قسمت از شبیه سازی به تعیین نوع مدل توربولانس<sup>۳</sup>، نوع سیال، شرایط مرزی و اولیه، سطوح رابط و غیره پرداخته می شود. با توجه به این که پمپ موردنظر دارای بخش های دوار و ثابت است، هندسه پمپ باید طوری تعریف شود که دارای دو حوزه حل دوار و ساکن باشد. برای تحلیل عددی، تحلیل حالت پایدار و گذرای سه بعدی با توجه به مراجع [۱۴، ۱۷] مدل توربولانسی SST پیش بینی های نزدیک تری به داده های آزمایشگاهی را ارائه می دهد، بنابراین مدل آشفستگی انتقال

<sup>4</sup> Shear Stress Transport

<sup>5</sup> Reynolds Average Navier Stokes

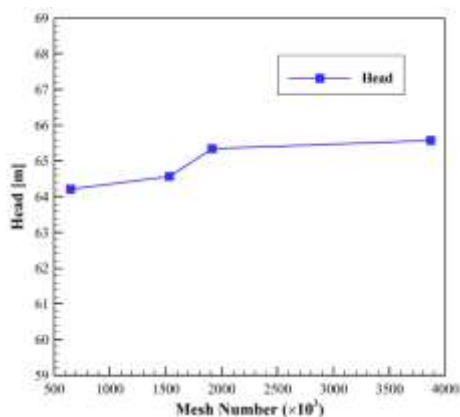
<sup>6</sup> Multiple frames of reference

<sup>1</sup> Hexahedral

<sup>2</sup> Automated Topology Meshing

<sup>3</sup> Turbulence model





شکل (۷): بررسی شبکه در پمپ

#### ۴-۲- بررسی گام زمانی

با وجود حل عددی به صورت ضمنی برای تضمین پایداری حل و صحت نتایج بررسی استقلال از گام زمانی انجام شده است. برای این منظور از سه گام زمانی متفاوت در این تحلیل استفاده شد و نتایج در جدول ۶ نشان داده شده است. با توجه به این که از گام زمانی  $0.002$  ثانیه به  $0.001$  ثانیه تغییر هد به مقدار زیر یک درصد رسیده است؛ بنابراین از گام زمانی  $0.002$  برای شبیه سازی استفاده می گردد.

جدول (۵): بررسی استقلال از گام های زمانی در تحلیل گذرا

| گام زمانی | هد (m) |
|-----------|--------|
| $0.001$   | $67.2$ |
| $0.002$   | $68.0$ |
| $0.001$   | $68.3$ |

#### ۴-۳- اعتبارسنجی

جهت اطمینان از درستی حل و مقایسه نتایج شبیه سازی با نتایج آزمایشگاهی، هد حاصل از مدل سازی هندسه با داده های آزمایشگاهی مرجع [۱۵] مقایسه و نتیجه حاصل در جدول ۷ و شکل ۸ نمایش داده شده است. جهت طراحی پمپ جریان مختلط برای اعتبارسنجی با استفاده از پارامترهای اصلی که در مرجع [۱۵] ذکر شده اند پمپ و دیفیوزر کاسه ای توسط نرم افزار CFturbo طراحی و با استفاده از نرم افزار CFX تحلیل شد. این پارامترها در جدول ۶ بیان شده اند.

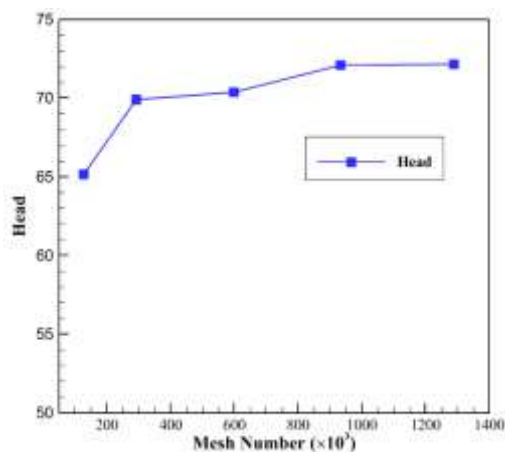
جدول (۶): مشخصات پمپ طراحی شده جهت اعتبارسنجی

بر اساس مرجع [۱۵]

| پارامتر                   | مقدار        |
|---------------------------|--------------|
| هد                        | $6m$         |
| دبی                       | $38.0 m^3/h$ |
| دور                       | $1450 rpm$   |
| تعداد پره پمپ             | ۴            |
| تعداد پره دیفیوزر کاسه ای | ۷            |

#### ۴-۱- بررسی استقلال از شبکه

به جهت مطالعه شبکه و بررسی استقلال نتایج از شبکه ایجاد شده، پنج شبکه مختلف با تعداد سلول های متفاوت در نظر گرفته و معیار در نظر گرفته شده، هد از ورود تا خروج پره پمپ است که از تحلیل در حالت پایا و دور ثابت  $1260 rpm$  به دست آمده است. در شکل ۶ بررسی شبکه در پروانه پمپ نشان داده شده است. همان طور که در نمودارهای ارائه شده مشخص است با افزایش تعداد شبکه در دامنه حل، هد به مقدار ثابتی رسیده است. همان طور که مشاهده می شود با افزایش شبکه از حدود صد هزار به یک میلیون، مقدار هد در حدود ۱۰ درصد تغییر کرده است. همچنین با افزایش تعداد گره ها از  $935 \times 10^3$  به  $1290 \times 10^3$  درصد تغییر هد به زیر یک درصد رسیده که در نتیجه شبکه چهارم جهت شبیه سازی پروانه پمپ انتخاب گردید.



شکل (۶): بررسی استقلال از شبکه در پروانه پمپ

در مرحله بعدی استقلال از شبکه در پروانه پمپ به همراه دیفیوزر در چهار شبکه مختلف بررسی شد که نتایج حاصل در شکل ۷ نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود با توجه به نمودار با افزایش شبکه از حدود دو میلیون به سه میلیون، هد در حدود  $1/5$  درصد تغییر کرده است. با توجه به شکل ۷ با افزایش تعداد شبکه از  $1915 \times 10^3$  به  $3873 \times 10^3$  تغییر هد به زیر یک درصد رسیده است، بنابراین شبکه سوم با تعداد  $1915 \times 10^3$  گره به عنوان شبکه برای تحلیل عددی در نظر گرفته شد.

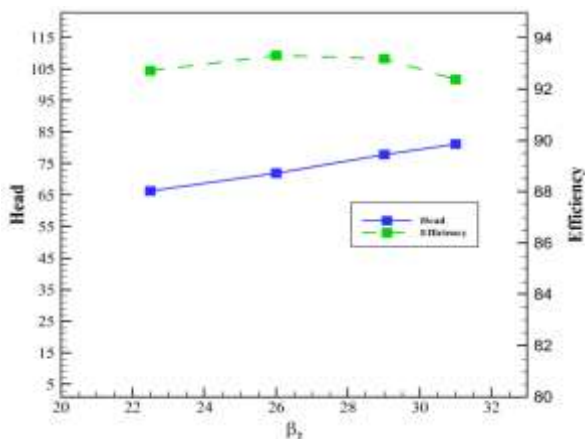
لذا بدیهی است که پمپ طراحی شده دارای اختلاف هندسی با مدل اعتبارسنجی است؛ بنابراین خطای به وجود آمده در تأخیر پیک زمانی هد، ناشی از تفاوت اینرسی سیال داخل پمپ است. قابل ذکر است که جریان در شروع به کار پمپ به شدت تحت اثر اینرسی سیال است. در اعتبارسنجی پیک به وجود آمده هد در حالت گذرا با خطای کمتر از ۴٪ به دست آمده است که این خطا با توجه به هدف طراحی که به دست آوردن حداکثر هد است مطابقت خوبی دارد.

#### ۵- نتایج تحلیل پارامتریک در حالت پایا و غیر پایا

در این بخش اثر تغییرات زاویه خروجی پره بر تغییرات هد در حالت های پایا و غیر پایا بررسی می شود.

#### ۵-۱- بررسی تغییرات زاویه خروجی در حالت پایا

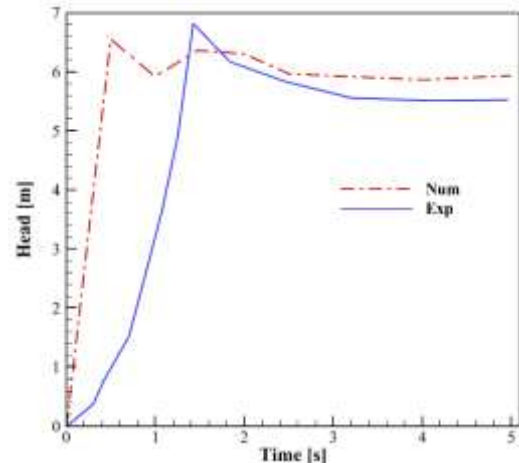
به منظور بررسی اثر این پارامتر بر روی هد پمپ جریان مختلط، چهار مدل پروانه با زوایای خروجی مختلف (۲۲/۵ درجه، ۲۶ درجه، ۲۹ درجه و ۳۱ درجه) با فرض ثابت بودن پارامترهای دیگر پروانه و در حالت پایا و بر روی پروانه پمپ بدون دیفیوزر، در دور ۱۲۶۰ rpm مورد بررسی قرار گرفت. در شکل ۹ اثر تغییر زاویه خروجی پره بر روی هد و راندمان پروانه پمپ جریان مختلط نشان داده شده است. از این تحلیل می توان دریافت که زاویه خروجی پره در بهبود هد پروانه پمپ مؤثر بوده و با تغییر زاویه خروجی، هد به میزان ۱۵ متر افزایش یافته است. راندمان پروانه در ابتدا با تغییر زاویه خروجی پره افزایش یافته و پس از زاویه ۲۶ درجه کاهش می یابد؛ بنابراین با توجه به راندمان در زاویه خروجی ۲۶ درجه و نزدیک بودن به هد طراحی، پروانه با زاویه خروجی ۲۶ درجه جهت شبیه سازی انتخاب شد.



شکل (۹): تغییرات زاویه  $\beta_2$  و اثر آن بر روی هد و راندمان پمپ جریان مختلط

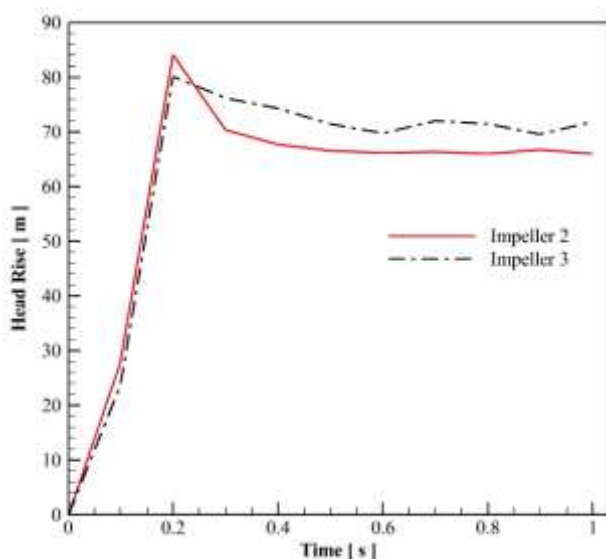
جدول (۷): اعتبارسنجی نتایج عددی مقاله حاضر با نتایج آزمایشگاهی مرجع [۱۵]

| هد آزمایشگاهی (گذرا) | هد عددی (گذرا) | درصد خطا |
|----------------------|----------------|----------|
| ۶/۸۲                 | ۶/۵۶           | ۳٪/۹۶    |
| هد آزمایشگاهی (پایا) | هد عددی (پایا) | درصد خطا |
| ۵/۵۱                 | ۵/۸۷           | ۶٪/۵۳    |



شکل (۸): اعتبارسنجی نتایج عددی مقاله حاضر با نتایج آزمایشگاهی مرجع [۱۵]

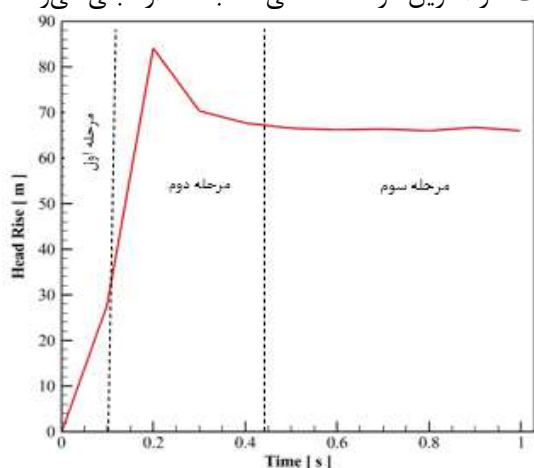
با مقایسه نتایج، می توان دریافت که هد گذرای محاسبه شده (پیک نمودار) با نتایج آزمایشگاهی مطابقت دارد و یک هد ضربه ای گذرا به میزان ۳٪/۹۶ خطا وجود دارد. پس از رسیدن دور پروانه به سرعت ثابت، هد عددی ۰/۳۶ متر بالاتر از هد آزمایشگاهی است و حداکثر خطا حدود ۶٪/۵۳ است. به طور کلی، نتایج هد شبیه سازی عددی و آزمایشگاهی تقریباً روند یکسانی دارند که نشان می دهد مدل سازی عددی از دقت خوبی برخوردار است. روند شبیه سازی عددی و آزمایشگاهی تقریباً مشابه است و نتایج آزمایشگاهی کمتر از شبیه سازی عددی است که ناشی از تلفات هیدرولیکی بیشتر در حالت آزمایشگاهی است. هد گذرای عددی در ابتدا کمتر از هد آزمایشگاهی است و با تثبیت دوران پروانه به ۱۲۶۰ دور در دقیقه از آن فراتر می رود. اختلاف هد بین تحلیل عددی و آزمایشگاهی به دلیل دبی های نشتی از طریق آب بند مکانیکی، فاصله بین پوشش پروانه و بدنه پمپ است که در شبیه سازی در نظر گرفته نشده است. با توجه به اینکه اعتبارسنجی شبیه سازی عددی بر اساس بازطراحی پمپ مرجع [۱۵] انجام گردید



شکل (۱۲): نمودار مقایسه هد برحسب زمان بین  $\beta_2 = 26$

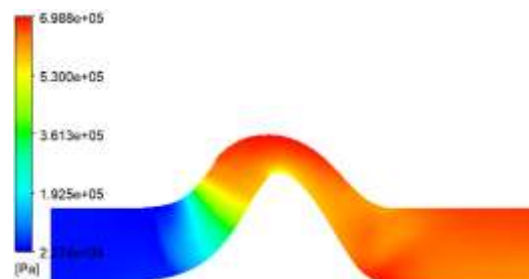
$$\text{و } \beta_2 = 29$$

۳-۵- تحلیل عددی ناپایا در زاویه خروجی ۲۶ درجه نمودارهای تغییرات هد و دبی برحسب زمان در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ نشان داده شده است. در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود که بیشینه فشار در حدود  $0.25$  ایجاد شده سپس در  $0.35$  به هد طراحی نزدیک شده و تمایل به پایداری دارد. در شکل ۱۴ تغییرات دبی برحسب زمان نمایش داده شده است. در این شکل دبی در زمان  $0.35$  به مقدار  $2/4 \text{ m}^3/\text{s}$  رسیده است؛ در این زمان هد به یک مقدار ثابت می‌رسد. شتاب بالای سیال و راه‌اندازی پمپ در فرایند گذرا باعث ایجاد یک فشار بیشینه لحظه‌ای می‌شود. با توجه به شکل ۱۳ تغییر هد پمپ به سه مرحله تقسیم می‌شود. در مرحله اول هد به‌طور یکنواخت و به‌صورت خطی افزایش می‌یابد و در مرحله دوم نوسانات هد در حدود  $18 \text{ m}$  از هد طراحی افزایش یافته و یک بیشینه فشار لحظه‌ای رخ داده است، در آخرین مرحله منحنی هد به مقدار ثابتی می‌رسد.



شکل (۱۳): نمودار هد برحسب زمان

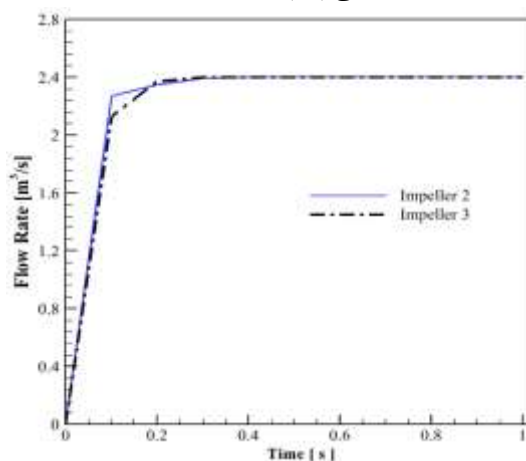
در شکل ۱۰ توزیع فشار در نمای نصف‌النهاری در زاویه خروجی ۲۶ درجه نشان داده شده است که می‌توان مشاهده نمود فشار از ورود تا خروج متفاوت و با کاهش سرعت، فشار در دیفیوزر افزایش داشته است.



شکل (۱۰): توزیع فشار در نمای مریدینال در زاویه خروجی ۲۶ درجه

## ۲-۵- بررسی تغییرات زاویه خروجی در حالت غیرپایا

در این قسمت پروانه با زوایای خروجی ۲۶ و ۲۹ درجه در حالت گذرا همراه با دیفیوزر و دور  $1260 \text{ rpm}$  بررسی و نتایج آن در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ نشان داده شده است. در این شکل‌ها به ترتیب دبی و هد برحسب زمان برای دو زاویه مذکور نشان داده شده است. در این شکل‌ها پروانه با زاویه خروجی ۲۶ درجه، پروانه ۲ و پروانه با زاویه خروجی ۲۹ درجه، پروانه ۳ نام‌گذاری شده است. همان‌طور که در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود تغییرات دبی در هر دو پره تقریباً یکسان هستند. در شکل ۱۲ اختلاف بین هد در دو پره به خاطر افزایش زاویه خروجی ایجاد شده مشاهده می‌شود که احتمالاً این پدیده به دلیل جدا شدن سریع‌تر جریان از روی پره و ایجاد گردابه‌ها با افزایش زاویه خروجی پره، همچنین تغییر در ابعاد هندسی پمپ، ایجاد شده است.

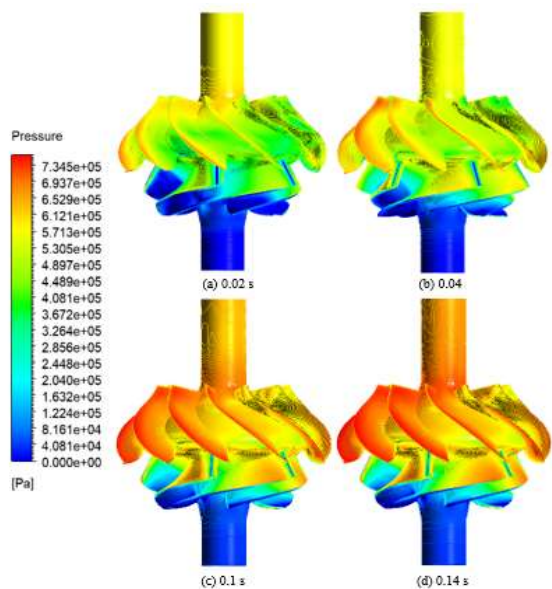


شکل (۱۱): نمودار مقایسه دبی برحسب زمان بین  $\beta_2 = 26$

$$\text{و } \beta_2 = 29$$

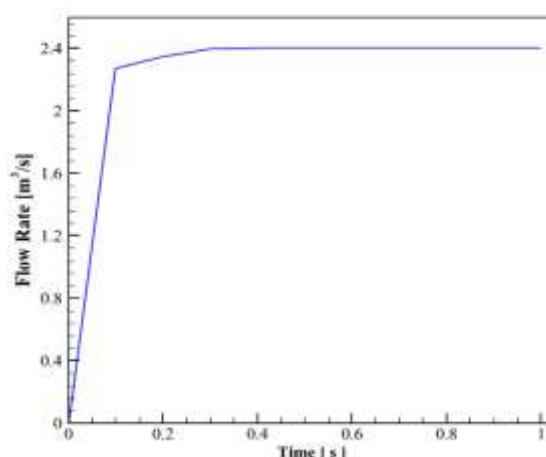


در شکل ۱۶ کانتورهای فشار در امتداد هندسه در زمان‌های مختلف شبیه‌سازی مشاهده می‌شود، مشخص است که فشار در خروجی پروانه افزایش می‌یابد که با افزایش هد گذرا طبق گذشت زمان مطابقت دارد. در ابتدای شبیه‌سازی (زمان ۰/۰۲s)، پروانه به تازگی شروع به چرخش کرده و جریان به خوبی توزیع نشده است، در امتداد سطح لبه ورودی تا خروجی در پره‌گردان فشار مشاهده می‌شود. یک ناحیه پرفشار در لبه انتهایی سطح پره ظاهر شده است، زیرا سیال در فرآیند شتاب توسط لبه پره تحت فشار قرار گرفته است. سیال در این ناحیه تحت تأثیر تغییرات سرعت زاویه‌ای پره و نیروی اینرسی قرار دارد. در طول زمان سرعت مماسی سیال با افزایش شعاع نسبت به ورودی پره بیشتر می‌شود که موجب افزایش نیروهای شعاعی و فشار کل از ورودی تا خروجی پمپ می‌شود.



شکل (۱۶): کانتورهای فشار در امتداد هندسه در زمان‌های مختلف شبیه‌سازی

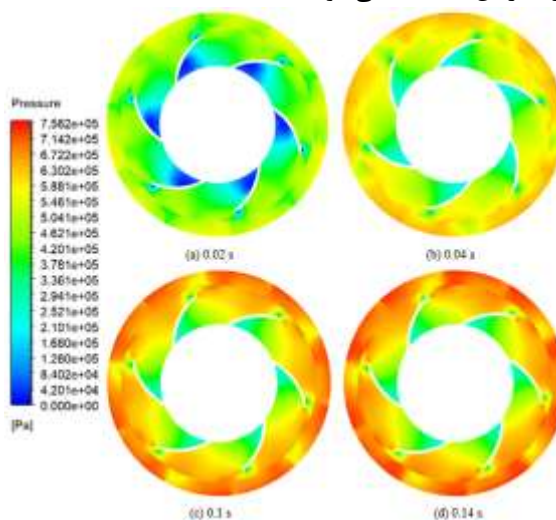
در شکل ۱۷ جهت بررسی دقیق‌تر تغییرات جریان، بردارهای سرعت سیال در مقطع میانی پمپ نشان داده شده‌اند. در شکل ۱۷ قسمت (الف) مشاهده می‌شود در زمان‌های اولیه دوران پمپ، با توجه به دور بودن از نقطه طراحی گردابه‌هایی در مسیر جریان پمپ تشکیل می‌شود و توزیع جریان غیریکنواخت و جریان‌های گردابی در سمت کم‌فشار پره به وجود آمده‌اند که جهت دورانشان برخلاف جهت دوران پروانه پمپ است. سیال در پمپ جریان مختلط قبل از شروع به کار در حالت ایستا قرار دارد و هنگام شروع،



شکل (۱۴): نمودار دبی بر حسب زمان

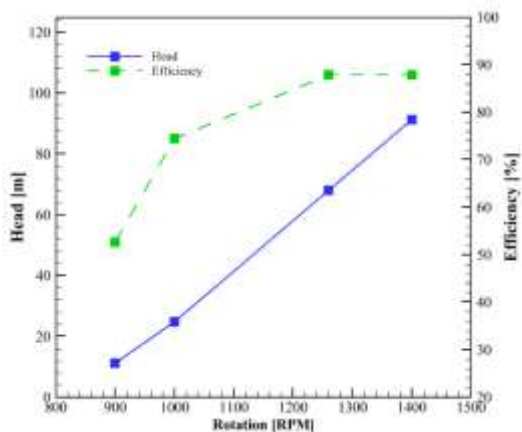
با استفاده از تحلیل دینامیک سیالاتی، مشاهده میدان سیال و تغییرات آن نسبت به زمان در پمپ امکان‌پذیر است. در این جهت کانتورهای فشار و بردارهای سرعت در هندسه سه‌بعدی و صفحه میانی پمپ، در زمان‌های متفاوت از کل بازه زمانی موردنظر، گزینش و نشان داده شده‌اند. کانتورهای فشار در صفحه میانی در شکل ۱۵، کانتورهای فشار در امتداد هندسه پمپ در شکل ۱۶ و بردارهای سرعت در شکل ۱۷ نشان داده شده‌اند.

در شکل ۱۵ مشاهده می‌شود که فشار با افزایش سرعت دورانی پمپ به دلیل افزایش انتقال انرژی و کار انجام‌شده بر روی سیال توسط پروانه به تدریج افزایش می‌یابد. همچنین فشار به صورت متقارن بین پره‌ها توزیع شده است. در طول فرآیند گذرا، در عبور جریان از پروانه، فشار به تدریج از سطح کم‌فشار پره به سطح پرفشار پره افزایش می‌یابد. بیشترین فشار در قسمت انتهایی پره و در سمت پرفشار آن مشاهده می‌شود.



شکل (۱۵): کانتورهای فشار در صفحه میانی پروانه در زمان‌های مختلف شبیه‌سازی

نمودار، هد با افزایش و یا کاهش دور متناسب است و راندمان با کاهش دور نسبت به نقطه طرح کاهش و با افزایش دور نسبت به نقطه طرح تغییر محسوسی نداشته است.



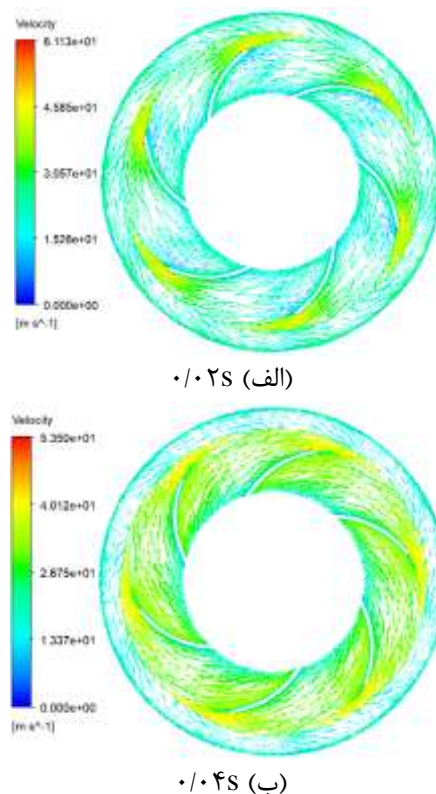
شکل (۱۸): بررسی هد و راندمان در دورهای متفاوت

#### ۶- نتیجه گیری

بیشتر گزارش‌های تحقیقاتی پمپ جریان مختلط بر روی ویژگی‌های حالت پایا متمرکز شده‌اند و مطالعه عددی برای جریان گذرا در پمپ مختلط بسیار کم است؛ بنابراین در این پژوهش جریان گذرا در یک پمپ جریان مختلط تحلیل و با فرض هندسه ثابت اثر تغییر دور پمپ بر روی هد و راندمان بررسی شد. همچنین اثر زاویه خروجی پره در پروانه بر روی هد در حالت پایا و گذرا بررسی شد. نتایج تحقیق حاضر می‌تواند مرجع مناسبی برای طراحان جهت طراحی، انتخاب زاویه خروجی مناسب پره و بررسی عملکرد گذرا و پیش‌بینی عملکرد و بهینه‌سازی پمپ جریان مختلط باشد. تجزیه و تحلیل جریان در پمپ نشان می‌دهد که:

- با مقایسه نتایج شبیه‌سازی عددی و آزمایشگاهی، می‌توان دریافت که هد گذرای محاسبه شده با نتایج آزمایشگاهی مطابقت دارد. روند شبیه‌سازی عددی و آزمایشگاهی تقریباً مشابه است و نتایج آزمایشگاهی کمتر از مقادیر شبیه‌سازی است که ناشی از تلفات هیدرولیکی بیشتر در حالت آزمایشگاهی است. با توجه به اینکه اعتبارسنجی شبیه‌سازی عددی بر اساس بازطراحی پمپ مرجع [۱۵] انجام گردید که موجب اختلاف هندسی با مدل اعتبارسنجی است؛ بنابراین خطای به وجود آمده در تأخیر پیک زمانی هد، ناشی از تفاوت اینرسی سیال داخل پمپ است.

گردابه‌ای برخلاف جهت چرخش پروانه تشکیل می‌شود که تحت تأثیر نیروی اینرسی و کشش سطحی دیواره است. با توجه به شکل ۱۷ قسمت (ب)، در زمان راه‌اندازی اولیه پمپ گردابه‌های تشکیل شده بر اثر لختی جریان با نزدیک شدن عملکرد پمپ به نقطه کار در طی زمان به سمت لبه فرار پره‌ها حرکت می‌کنند و کوچک‌تر شده تا از بین می‌روند. اختلاف فشار بین دو سطح پرفشار و کم‌فشار پره موجب ایجاد یک گرادیان فشار می‌شود. این گرادیان فشار باعث منحرف شدن بردارهای سرعت شده و سیال با زاویه پره خارج نمی‌شود. در خروجی پروانه، سرعت جریان افزایش می‌یابد و سرعت در سطح فشار کمتر از پشت پره است.



شکل (۱۷): بردارهای سرعت در صفحه میانی پروانه در زمان‌های مختلف شبیه‌سازی

#### ۴-۵- بررسی تغییر دور پروانه در حالت ناپایا

جهت بررسی اثر تغییر دور پمپ جریان مختلط بر هد و راندمان، پمپ در چهار دور متفاوت با فرض هندسه و دبی ثابت بررسی شد که نتایج آن در شکل ۱۸ نشان داده شده است. با توجه به نمودار ارائه شده مشاهده می‌شود که راندمان و هد تحت تأثیر تغییرات دور هستند. طبق این

- Sciences, vol. 53, no. 1, pp. 24-27, 2010, doi: 10.1007/s11431-009-0424-6.
7. H. Bing and S. Cao, "Three-Dimensional Design Method for Mixed-Flow pump Blades With Controllable Blade wrap Angle," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy, vol. 227, no. 5, pp. 567-584, 2013, doi: 10.1177/0957650913489296.
  8. S. Chaudhari, C. Yadav, and A. Damor, "A Comparative Study of Mix Flow Pump Impeller cfd Analysis and Experimental data of Submersible pump," International Journal of Research in Engineering & Technology (IJRET), vol. 1, no. 3, pp. 57-64, 2013.
  9. A. M. A. M. Akhlaghi, Sh. Jazayeri Moghaddas, and Y. Azizi, "Conceptual Design of a Centrifugal Compressor Impeller for a 65 KW MicroGas Turbine," Journal of Fluid Mechanics and Aerodynamics, vol. 4, no. 1, pp. 1-16, 2015 (in Persian).
  10. M. R. E. a. A. R. R. M. Tashakori Bafghi, "Numerical Analysis of Fluid Structure Interaction Phenomenon on a Turbine Blade," Journal of Fluid Mechanics and Aerodynamics, vol. 4, no. 2, pp. 11-1, 2016 (in Persian).
  11. H. Mirzabeh, M. Bazazzadeh, and E. V. a. M. J. Montazeri, "Numerical and Experimental Analyzes of Inner Stream and its Effect on Formation of Spray Angle at Dual-Base Swirl Injector in a Liquid Engine," Journal of Fluid Mechanics and Aerodynamics, vol. 3, no. 2, pp. 35-46, 2015 (in Persian).
  12. A. Sekhavat Benis and R. Aghaei Togh, "Tree-Dimensional Study of the Effect of Tandem Compressor Pressure Ratio on Downstream Vortices," Journal of Fluid Mechanics and Aerodynamics, vol. 11, no. 1, pp. 145-158, 2022 (in Persian).
  13. J. Mao, S. Yuan, J. Pei, J. Zhang, and W. Wang, "Applications of Different Turbulence Models in Simulations of a large Annular Volute-Type Pump with the Diffuser," in IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 2014, vol. 22, no. 2: IOP Publishing, p. 022019, doi: 10.1088/1755-1315/22/2/022019.
  14. W. Li, Y. Zhang, W. Shi, L. Ji, Y. Yang, and Y. Ping, "Numerical Simulation of Transient Flow Field in a Mixed-flow Pump During Starting Period," International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, vol. 28, no. 4, pp. 927-942, 2018, doi: 10.1108/HFF-06-2017-0220.
  15. W. Cao, W. Li, L. Ji, W. Shi, Z. Lu, and R. K. Agarwal, "Research of Transient Rotor-Stator Interaction Effect in a Mixed-Flow pump under Part-load Conditions," Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and

افزایش زاویه خروجی در پمپ جریان مختلط در بهبود هد پروانه پمپ مؤثر است. مشاهده می‌شود که هد پروانه پمپ جریان مختلط با تغییر زاویه خروجی پره از ۲۲/۵ به ۳۱، در حدود ۲۳ درصد و به میزان ۱۵ متر افزایش یافته است.

تغییر هد پمپ در حالت گذرا به سه مرحله تقسیم می‌شود. در مرحله اول هد به‌طور یکنواخت و به‌صورت خطی افزایش می‌یابد سپس در مرحله دوم نوسانات هد در حدود ۱۸ متر از هد نقطه طرح افزایش یافته و یک بیشینه هد لحظه‌ای رخ داده است که در حدود ۲۷ درصد بیشتر از هد در نقطه طراح است. در آخرین مرحله منحنی هد تمایل به پایداری پیدا کرده و به مقدار ثابتی می‌رسد.

در طول عملکرد گذرا تا رسیدن به پایداری، پروانه خارج از نقطه طراحی کار می‌کند.

جریان در عملکرد گذرا در مرحله اولیه تحت تأثیر نیروی اینرسی سیال و اصطکاک دیواره به‌شدت ناپایدار است و موجب ایجاد گردابه در گذرگاه پروانه می‌شود که این گردابه‌ها به تدریج با نزدیک شدن به نقطه عملکردی پمپ، کاهش می‌یابند و اثر گذرا از بین رود.

راندمان و هد تحت تأثیر تغییرات دور هستند. هد با افزایش و یا کاهش دور متناسب است و راندمان با کاهش دور نسبت به نقطه طرح کاهش و با افزایش دور نسبت به نقطه طرح تغییر محسوسی نداشته است.

## ۷- مراجع

1. J. F. Gülich and J. F. Gülich, Operation of Centrifugal Pumps (Centrifugal Pumps). 2010, pp. 665-714.
2. G. Wislicensus, "The Design of Mixed Flow Pumps," in Proceedings of the Symposium Held at the NEL Glasgow, 1965.
3. D. J. Myles, A Design Method for Mixed-Flow Fans and Pumps. Department of Scientific and Industrial Research, 1965.
4. A. J. Stepanoff, "Centrifugal and Axial Flow Pumps," Theory, Design, and Application, 1957.
5. F. A. Muggli, P. Holbein, and P. Dupont, "CFD Calculation of a Mixed Flow pump Characteristic From Shutoff to Maximum Flow," J. Fluids Eng., vol. 124, no. 3, pp. 798-802, 2002, doi: 10.1115/1.1478061.
6. J.-H. Kim, H.-J. Ahn, and K.-Y. Kim, "High-efficiency design of a mixed-flow pump," Science in China Series E: Technological

- Engineering, vol. 42, pp. 1-15, 2020, doi: 10.1007/s40430-019-2110-3.
16. L. Ji, W. Li, W. Shi, and R. Agarwal, "Transient Characteristics of internal Flow Fields of mixed-Flow Pump with Different Tip Clearances under Stall Condition," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy, vol. 235, no. 4, pp. 700-717, 2021, doi: 10.1177/0957650920962250.
  17. L. Yangping, M. Can, T. Lei, and H. Yadong, "Theoretical Model of Transient Mixed-Flow pump Start-up," Journal of Tsinghua University (Science and Technology), vol. 62, no. 12, pp. 1938-1944, 2022, doi: 10.16511/j.cnki.qhdxxb.2022.26.007.
  18. H. Zhang, F. Meng, L. Cao, Y. Li, and X. Wang, "The Influence of a Pumping Chamber on Hydraulic Losses in a Mixed-Flow Pump," Processes, vol. 10, no. 2, p. 407, 2022, doi: 10.3390/pr10020407.
  19. M. Liu, Y. Han, L. Tan, Y. Lu, C. Ma, and J. Gou, "Theoretical Prediction Model of Transient Performance for a Mixed flow Pump under Fast Start-up Conditions," Physics of Fluids, vol. 35, no. 2, 2023, doi: 10.1063/5.0138575.

