

## بررسی ضریب هدایت حرارتی نانوسیال هیبریدی سه‌گانه پایه آبی حاوی MWCNTs به روش شبکه عصبی مصنوعی

محمد همت اسفه<sup>۱\*</sup> سیدمجید مطلبی<sup>۲</sup>

دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران، ایران

(تاریخ دریافت: ۲۳/۰۷/۱۴۰۲؛ تاریخ بازنگری: ۰۱/۱۰/۱۴۰۲؛ تاریخ پذیرش: ۲۵/۱۰/۱۴۰۲؛ تاریخ انتشار: ۳۰/۱۱/۱۴۰۲)

DOR <https://dorl.net/dor/20.1001.1.23223278.1402.12.2.11.2>

### چکیده

هدایت حرارتی نانوسیال Water /MWCNT(40%)-CuO(30%)-TiO<sub>2</sub>(30%) در کسر حجمی‌ها و دماهای مختلف با روش شبکه عصبی مصنوعی، مدل‌سازی و تحلیل می‌شود. شبکه عصبی مصنوعی از نوع MLP هست. ۴۸ سری داده تجربی مورداستفاده قرار گرفت که به ترتیب ۷۰٪، ۱۵٪ و ۱۵٪ برای آموزش، اعتبارسنجی و آزمون به کار رفت. ساختار عصبی بهینه دارای دو لایه پنهان است که در لایه اول ۴ نورون و در لایه دوم ۵ نورون به ترتیب با تابع انتقال logsig و tansig قرار دارد. آموزش شبکه عصبی با الگوریتم لئونبرگ-مارکوآرت (ML) انجام می‌شود. مقادیر پارامترهای ضریب رگرسیون R و میانگین خطا MSE برای ساختار بهینه به ترتیب برابر با ۰/۹۹۹۵۷۵۳ و ۲/۸۷۳۴E-06 به دست آمدند. رابطه همگرایی نیز برای پیش‌بینی هدایت حرارتی نانوسیال ارائه می‌شود. مقایسه بین مدل همگرایی و شبکه عصبی مصنوعی، نشان از برتری شبکه عصبی مصنوعی دارد. مقادیر MOD برای شبکه عصبی مصنوعی نیز در محدوده ۳٪- تا ۷٪+ قرار گرفت.

**واژه‌های کلیدی:** نانوسیال، شبکه عصبی مصنوعی، هدایت حرارتی، لئونبرگ-مارکوآرت

## Investigating the Thermal Conductivity Coefficient of Water-based Ternary Hybrid Nanofluid Containing Mwcnts by Artificial Neural Network Method

Hemmat Esfe, M. <sup>1\*</sup>

Motallebi, M. <sup>2</sup>

Imam Hossein University, Tehran, Iran

(Received: 2023/10/15, Revised: 2023/12/22, Accepted: 2024/01/14, Published: 2024/02/19)

### ABSTRACT

Thermal conductivity of MWCNT(40%)-CuO(30%)-TiO<sub>2</sub>(30%) /Water nanofluid in different volume fractions and temperatures is modeled and analyzed by artificial neural network method. The type of artificial neural network is MLP. 48 experimental data series are used, 70%, 15%, and 15% are used for training, validation, and testing, respectively. The optimal neural structure has two hidden layers, in which there are 4 neurons in the first layer and 5 neurons in the second layer, with the transfer functions of logsig and tansig, respectively. Neural network training is done with Levenberg-Marquardt (ML) algorithm. The values of regression coefficient, R, and mean squared error, MSE, for the optimal structure are obtained as 0.9995753 and 2.8734E-06, respectively. The correlation equation is also presented to predict the thermal conductivity of nanofluid. The comparison between the correlation equation and the artificial neural network shows the superiority of the artificial neural network. MOD values for artificial neural network are also in the range of -3% to +7%.

**Keywords:** Nanofluid Levenberg-Marquardt, Thermal Conductivity Artificial Neural Network

۱- استادیار (نویسنده پاسخگو): m.hemmatesfe@gmail.com

۲- دانشجوی دکتری: m.motallebi@ihu.ac.ir

## ۱- مقدمه

مشکلات اتلاف گرما مدت‌هاست که در طیف وسیعی از مهندسی مورد توجه بوده است. با افزایش مصرف انرژی و استفاده از تجهیزات پر قدرت، سیالات معمولی انتقال حرارت مانند آب و روغن قادر به پاسخگویی به تقاضای مهندسی انتقال حرارت نیستند. سیالات انتقال حرارت با هدایت حرارتی بالاتر برای طیف وسیعی از فناوری‌ها ضروری هستند. سیالات معمولی مانند آب، اتیلن گلیکول (EG) و روغن به‌عنوان سیال انتقال حرارت در بسیاری از کاربردهای مهندسی مانند گرمایش و سرمایش فرایندهای صنعتی و تولید برق استفاده می‌شوند؛ اما این سیال هنگامی که به‌تنهایی مورد استفاده قرار می‌گیرد خواص حرارتی و نوری ضعیفی از خود نشان می‌دهد. تعلیق نانوذرات در سیالات معمولی که کلاس جدیدی از سیالات را تشکیل می‌دهد توسط چوی<sup>۱</sup> در سال ۱۹۹۵ معرفی شد [۱]. این سیالات به‌عنوان نانوسیال نام‌گذاری شدند و رسانایی حرارتی بالاتری نسبت به سیال پایه نشان دادند.

نانوسیال‌ها سیستم‌های کلئیدی پایداری هستند که در آن فاز جامد (شامل نانوذرات با اندازه اسمی کمتر از ۱۰۰ نانومتر) در فاز مایع (فاز حلال) معمولاً در غلظت‌های لحظه‌ای پراکنده می‌شود. این ویژگی منحصر به فرد به محققان اجازه می‌دهد تا خواص مواد مخلوط (نانوسیال) را برای ترکیب مزایای هر دو فاز تنظیم کنند زیرا که خواص به تغییرات کوچک در پروتکل سنتز بسیار حساس هستند. این توانایی شگفت‌انگیز برای تنظیم دقیق خواص مواد نانو سیالات منجر به جهش عظیمی در بررسی ویژگی‌های رفتاری آن‌ها در سال‌های اخیر شده است. به‌طور کلی، نانوسیال‌ها به دلیل افزایش غیرعادی در پاسخ‌های حرارتی و الکترومغناطیسی و همچنین روان‌کنندگی و ترشوندگی استثنایی‌شان شناخته می‌شوند [۶-۲]. علاوه بر این، استفاده از سیستم‌های هوشمند برای پیش‌بینی داده‌ها، همراه با فناوری نانو، به محققان در رشد و توسعه شاخه‌های مختلف علم کمک کرده است [۲۰-۷]. روغن کاری و خنک کاری از مهم‌ترین فرایندهای عملکرد دستگاه‌های مکانیکی و الکترونیکی است.

## فهرست علائم

ضریب هدایت حرارتی	k
تعداد آزمایش‌ها	N
ضریب رگرسیون	R <sup>2</sup>
دما	T
<b>مخفف‌ها</b>	
شبکه عصبی مصنوعی	ANN
نانولوله کربنی	CNT
اکسید مس	CuO
اتیلن گلیکول	EG
آزمایشگاهی	EXP
حاشیه انحراف	MOD
پرسپترون چندلایه	MLP
خطای مربع میانگین	MSE
نانولوله کربنی چند جداره	MWCNT
پیش‌بینی شده	Pred
کسر حجمی جامد	SVF
هدایت حرارتی نسبی	TCR
تیتانیوم اکسید	TiO <sub>2</sub>
<b>نماد یونانی</b>	
کسر حجمی	φ
<b>زیر نویس</b>	
سیال پایه	bf
نانوسیال	nf
نسبی	r

<sup>1</sup> Choi

اندازه‌گیری‌های سیستماتیک هدایت حرارتی نانوسیال‌ها در دمای اتاق را ارائه کرد. آن‌ها نشان دادند که هیچ ارتباط مستقیمی بین هدایت حرارتی مواد نانوذره و هدایت حرارتی نانوسیال حاوی این ذرات وجود ندارد. ساتی<sup>۵</sup> و همکاران [۳۷] هدایت حرارتی نانوسیال پروپیلن گلیکول را بررسی کرد. آن‌ها دریافتند که به دلیل افزایش رسانایی گرمایی با افزایش دما، نانو سیالات باید در کاربردهای دمای بالاتر مفیدتر باشند. شهسوار و همکاران [۳۸] هدایت حرارتی نانوسیال هیبریدی حاوی نانوذرات CNT/Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub> پوشش داده شده را بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که ویسکوزیته و هدایت حرارتی با افزایش غلظت نانوذرات Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub> یا غلظت CNT افزایش می‌یابد. وفایی و همکاران [۳۹] هدایت حرارتی نانوسیال های هیبریدی MgO-MWCNTs/EG را ارزیابی کرد. نتایج آن‌ها از بهترین ANN به دست آمده حداکثر حاشیه انحراف ۰/۸٪ را نشان داد. همت اسفنه و همکاران [۴۰] افزایش هدایت حرارتی نانو سیالات هیبریدی SiO<sub>2</sub>-MWCNT/EG را بررسی کرد. نتایج آن‌ها نشان داد که نسبت هدایت حرارتی نانو سیالات هیبریدی با افزایش دما و غلظت به صورت غیرخطی افزایش می‌یابد. زدخواست و همکاران [۴۱] یک همبستگی جدید برای تخمین رسانایی حرارتی نانوسیال هیبریدی MWCNT-CuO، water ایجاد کرد. آن‌ها دریافتند که هدایت حرارتی نانوسیال با افزایش دما افزایش می‌یابد.

استفاده از روش‌هایی برای مدل‌سازی خواص باتوجه‌به صرفه‌های اقتصادی و کاهش زمان تحقیقات، دارای اهمیت هست؛ بنابراین در مطالعه حاضر به بررسی هدایت حرارتی نانوسیال شامل نانوذرات MWCNT، CuO و TiO<sub>2</sub> به ترتیب با درصدهای ۴۰، ۳۰ و ۳۰ سیال پایه آب و اتیلن گلیکول به روش شبکه عصبی مصنوعی پرداخته می‌شود. بررسی خواص نانوسیال با سه نانوذره از نقاط برجسته مطالعه است. بخش‌های مربوط به روش شبکه عصبی شامل ارائه مدلی بهینه برای هدایت حرارتی نانوسیال، بررسی مقادیر MSE مربوط به داده‌های آموزش، آزمون، اعتبار سنجی و نیز همه داده‌ها می‌باشد. همچنین تأثیرات دما و کسر حجمی نانوذرات بر هدایت حرارتی برای روش‌های

افزایش رسانایی گرمایی برای پارامترهای مختلف مانند غلظت، حجم، اندازه ذرات، دما توسط بسیاری از محققان با استفاده از انواع مختلف نانوذرات به خوبی مورد بررسی قرار گرفت [۲۳-۲۱]. اثر افزودن نانوذرات TiO<sub>2</sub> در [۲۶-۲۴] با آب سیال پایه مورد مطالعه قرار گرفت.

لونگو<sup>۱</sup> و همکاران [۲۷] از ANN<sup>۲</sup> برای پیش‌بینی هدایت حرارتی نانو سیالات استفاده کرد. همت اسفنه و همکاران [۲۸] یک ANN برای پیش‌بینی هدایت حرارتی و ویسکوزیته دینامیکی نانوسیال فرومغناطیسی طراحی کردند. آن‌ها نشان دادند که همبستگی‌های ارائه شده در تطابق عالی با داده‌های تجربی بود. همت اسفنه و همکاران [۲۹] رسانایی حرارتی MgO-Water/EG توسط ANN برآورد شده است. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که مدل ANN می‌تواند هدایت حرارتی را پیش‌بینی کند. افرند و همکاران [۳۰] اثرات نانوذرات بر رسانایی حرارتی را با استفاده از ANN پیش‌بینی کرد. آن‌ها دریافتند که مدل‌سازی ANN دقیق‌تر از روش برازش منحنی است. همت اسفنه و همکاران [۳۱] خواص حرارتی نانوسیال هیبریدی مبتنی بر EG را با استفاده از ANN مدل‌سازی کرد. خروجی آن‌ها دقت و قابلیت ANN را نشان می‌دهد. جدول ۱ برخی مطالعات نانو سیالات در حوزه ANN را ارائه می‌دهد.

جدول (۱): مطالعه نانو سیالات با شبکه عصبی مصنوعی

نانوذرات	سیال پایه	پارامتر	مرجع
TiO <sub>2</sub>	آب	ویسکوزیته	[۳۲]
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	آب	عدد رینولدز	[۳۳]
گرافن	آب	هدایت حرارتی	[۳۴]
آهن	اتیلن گلیکول	هدایت حرارتی و ویسکوزیته	[۲۸]
TiO <sub>2</sub> و Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	آب	ویسکوزیته	[۲۷]

وی<sup>۳</sup> و همکاران [۳۵] پایداری و هدایت حرارتی نانو سیالات TiO<sub>2</sub>/دیاترمیک را بررسی کرد. آن‌ها نشان دادند که نسبت افزایش هدایت حرارتی یک رابطه خطی با کسر حجمی است. پریازنیکو<sup>۴</sup> و همکاران [۳۶] نتایج

<sup>1</sup> Longo

<sup>2</sup> artificial neural network

<sup>3</sup> Wei

<sup>4</sup> Pryazhnikov

<sup>5</sup> Satti

یکی از متداول ترین و ساده ترین رویکردها در شبکه‌های ANN استفاده از شبکه پرسپترون چندلایه<sup>۱</sup> است. این رویکرد شامل سه لایه مجزا است: اولین لایه که برای دستیابی به داده‌های ورودی استفاده می‌شود. تعدادی از لایه مخفی که بین لایه‌های شناخته می‌شوند، لایه نهایی یا خروجی که نتایج پیش‌بینی شده ANN را بیان می‌کند [۳۴ و ۴۸]. در هر شبکه عصبی جهت تبدیل سیگنال ورودی به سیگنال خروجی به تابع انتقال<sup>۲</sup> نیاز است. تابع انتقال وضعیت و نحوه فعال شدن یک نورون در شبکه عصبی را مشخص می‌کند. به طور کلی چهار نوع تابع انتقال وجود دارد اما از تابع انتقال سیگموئیدی<sup>۳</sup> با دو تابع لگاریتمی<sup>۴</sup> و تانژانتی<sup>۵</sup> برای مدل‌سازی غیرخطی استفاده می‌شود.

در تحقیق حاضر الگوریتم مورداستفاده جهت آموزش این شبکه عصبی از نوع لوبنبرگ-مارکوارت<sup>۶</sup> هست. همچنین از توابع انتقال سیگموئیدی بر نورون‌های موجود در لایه‌های پنهان به منظور جهت‌دهی هرچه بهتر فرایند آموزش در مدل‌سازی شبکه عصبی در نظر گرفته شد.

### ۳- داده‌های آزمایشگاهی و آموزش شبکه عصبی

یکی از پایه‌ای‌ترین مدل‌های عصبی موجود پرسپترون چندلایه است که عملکرد انتقالی مغز انسان را شبیه‌سازی می‌کند. هر یک از سلول‌های عصبی، موسوم به نورون، پس از دریافت ورودی از یک سلول عصبی یا غیرعصبی دیگر پردازش روی آن انجام می‌دهند و نتیجه را به یک سلول عصبی یا غیرعصبی دیگر انتقال می‌دهند. در شبکه ابتدا سیگنال ورودی توسط یک بردار وزن شده و سپس توسط یک بایاس اضافه می‌شود. سپس این سیگنال به تابع فعال‌سازی رفته و به قسمت خروجی نورون می‌رسد. شبکه عصبی مورداستفاده در این کار از نوع MLP و الگوریتم مورداستفاده برای طی مرحله آموزش از نوع لوبنبرگ-مارکوارت (ML) هست. ویژگی‌های برجسته این الگوریتم سرعت و دقت بالا آن در فرایند آموزش شبکه عصبی هست. از نرم‌افزار متلب برای برنامه‌نویسی استفاده شد. در لایه

آزمایشگاهی و شبکه عصبی مصنوعی ارائه گردید. همگرایی نیز برای هدایت حرارتی نانوسیال با روش‌های آماری بیان می‌شود. دقت روش‌ها با پارامتر MOD بررسی می‌شود.

### ۲- ANN

شبکه‌های عصبی مصنوعی ابزاری تحلیلی و آموزش‌پذیر هستند که تلاش می‌کنند تا الگوهای پردازش اطلاعات در مغز بشر را تقلید کنند [۴۲]. با استفاده از الگوریتم شبکه‌های عصبی، می‌توان مدل‌های مختلف و پیچیده‌ای را شناخت و طبقه‌بندی‌هایی با دقت خوب انجام داد یا خوشه‌بندی‌هایی بر روی داده‌های بزرگ انجام دهیم [۴۳]. شبکه عصبی یک سامانه پردازش داده است و پردازش داده‌ها را به عهده پردازنده‌های کوچک و بسیار زیادی می‌سپارد که به صورت شبکه‌ای به هم پیوسته و موازی با یکدیگر برای حل یک مسئله رفتار می‌کنند [۴۴].

شبکه عصبی از مهم‌ترین گرایش‌های هوش مصنوعی است و علمی روبه‌رشد و در حال پیشرفت است. در سال‌های اخیر، به دلیل توسعه فناوری هوش مصنوعی، رویکردهای جدید مدل‌سازی مبتنی بر داده‌های مختلف برای حل مشکلات و مسائل پیچیده علمی و همچنین در حوزه هدایت حرارتی طرح‌های ارائه شده است. نتایج تحقیقات مختلف در زمینه شبکه عصبی نشان داد که شبکه عصبی مصنوعی یک ابزار مؤثر در مقایسه با رویکرد مبتنی برای توصیف بهبود رفتار نانوسیال است [۴۵ و ۴۶].

مروری بر مطالعات گذشته نشان داده‌اند که طراحی داده‌های تجربی توسط شبکه عصبی ANN روشی مناسب است که مورد توجه محققان زیادی قرار گرفته است. از این رو در این کار رسانایی حرارتی نانوسیال (40)-MWCNT/CuO(30)-TiO<sub>2</sub>(30)/Water برحسب پارامترهای دما و کسر حجمی توسط شبکه عصبی مصنوعی ANN ارائه می‌شود. داده‌های تجربی مورداستفاده در این پژوهش از مطالعه همت و همکاران [۴۷] می‌باشد. شبکه عصبی بهینه بعد از بررسی تعداد زیادی نورون و توابع انتقال مختلف در تعداد زیادی از شبکه‌های عصبی مختلف انتخاب می‌شود. در بخش انتهایی رسانایی حرارتی پیش‌بینی شده به‌عنوان خروجی داده‌های شبکه عصبی با نتایج داده‌های تجربی مقایسه می‌شوند

<sup>1</sup> MLP

<sup>2</sup> Transfer function

<sup>3</sup> Sigmoid Transfer function

<sup>4</sup> log-sigmoid

<sup>5</sup> tan-sigmoid

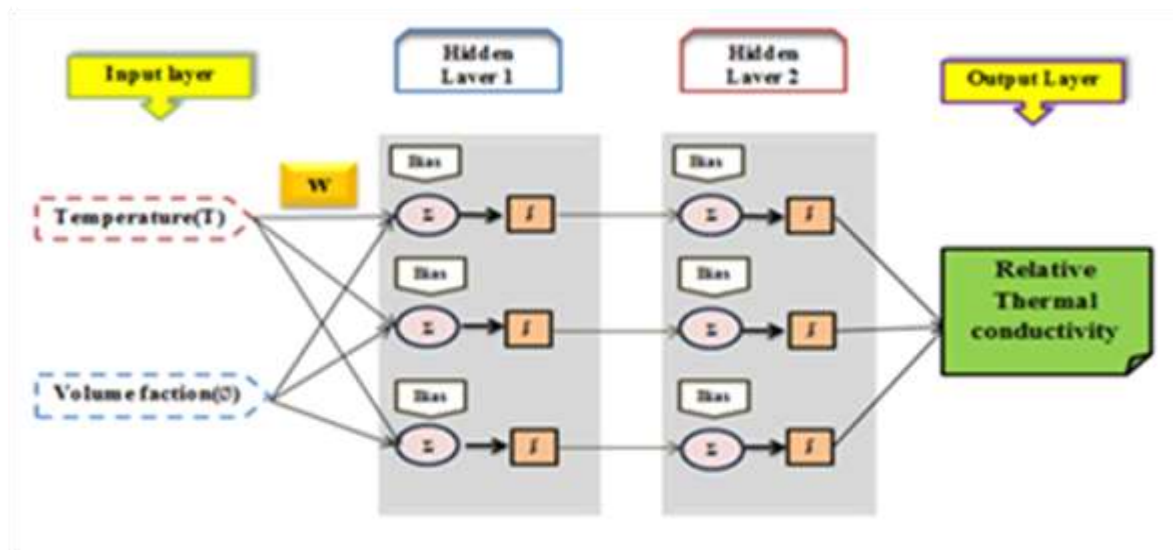
<sup>6</sup> Levenberg-Marquardt (ML)

مختلف، ساختار بهینه‌ای تشکیل شده که شامل دو لایه پنهان با ساختار بهینه ۴ نورون در لایه اول و ۵ نورون در لایه دوم است. در هر بخش تعداد لایه‌های پنهان، تعداد نورون در هر لایه پنهان، توابع انتقال مربوط به لایه‌های پنهان در جهت تعیین ساختار از مجموعه ساختارهای شبکه عصبی در دستور کار قرار گرفت. در انتها به منظور دستیابی به ساختار بهینه و طی کردن فرایند آموزش شبکه عصبی تعداد ۴۸ سری داده‌ای تجربی مورد استفاده قرار گرفت که به صورت تصادفی به سه مرحله، ۷۰٪ داده‌ها به آموزش که برای ست کردن وزن‌ها و مناسب‌سازی، ۱۵٪ به مرحله اعتبار سنجی برای بهینه کردن تعداد نورون‌ها و لایه‌های پنهان و ۱۵٪ به مرحله آزمون برای آزمون کلی کیفیت عملکرد شبکه عصبی اختصاص داده شد. بهترین ساختار انتخابی از میان ۴۰۰ ساختار مورد مطالعه جهت پیش‌بینی خاصیت هدایت حرارتی نانوسیال (40)-MWCNT خاصیت هدایت حرارتی  $\text{CuO}(30)\text{-TiO}_2(30)/\text{Water}$  در شکل ۱ ترسیم شده است.

پنهان تابع فعال‌سازی سیگموئید مماس است که در معادله ۱ ارائه شده است.

$$\tan \text{sig}(x) = \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1 \quad (1)$$

در این تحقیق، نمونه‌ای از ساختار شبکه عصبی با دو لایه پنهان که در هر لایه پنهان ۱۰ نورون وجود دارد و با استفاده از توابع انتقال (۴ حالت) که در مجموع ۴۰۰ توپولوژی تشکیل شده است. به منظور انتخاب بهینه‌ترین ساختار عصبی، مجموعه ۴۰۰ ساختار مختلف شبکه مورد بررسی قرار گرفت که این ساختارها در تعداد نورون‌های لایه پنهان اول و دوم و ترکیب توابع انتقال اعمال شده بر روی لایه‌های پنهان با یکدیگر متفاوت هستند. در ساختارهای مورد مطالعه از ترکیب‌های مختلف توابع انتقال تانژانت سیگموئید و لگاریتمی سیگموئید در لایه‌های پنهان استفاده شده است. از میان ۴۰۰ ساختار شبکه عصبی



شکل (۱): ساختار ANN

به دست آمده است. جدول ۱ نتایج حاصل از مدل‌سازی صورت گرفته با شرایط مختلف را در دسته‌بندی‌های عنوان شده نشان می‌دهد. بهینه‌ترین حالت که دارای خطای کمتر است مربوط به چهاردهمین ساختار موجود در جدول ۲ که برابر  $0.9995753$  است

پارامترهای دما و کسر حجمی به عنوان متغیرهای ورودی لحاظ شدند و تحقیقات گذشته نیز این پارامترها را مؤثرترین پارامترها بر روی هدایت حرارتی نانوسیال در نظر گرفتند [۴۹، ۵۰].

بهینه‌ترین حالت با استفاده از سعی و خطا و با تغییر نوع توابع، تعداد لایه‌های پنهان و تعداد نورون‌های هر لایه،

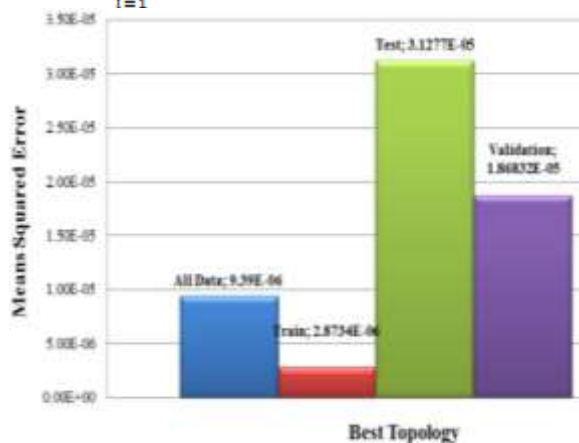
جدول (۲): ویژگی‌های ۱۴ ساختار برتر ANN

رگرسیون				تابع انتقال		تعداد لایه‌های پنهان	ردیف
Test R	Val. R	Train R	R	تابع ۲	تابع ۱		
۰/۹۸۸۸۶۱	۰/۹۹۸۵۹	۰/۹۹۲۱۲۲	۰/۹۸۵۱۲	tansig	tansig	[11]	۱
۰/۹۹۱۵۳۴	۰/۹۹۶۶۶۷	۰/۹۸۸۲۹۷	۰/۹۹۰۳۰۴	tansig	tansig	[12]	۲
۰/۹۹۹۷۳۹	۰/۹۹۷۵۳	۰/۹۸۸۶۴۸	۰/۹۹۰۲۵۷	tansig	tansig	[13]	۳
۰/۹۶۹۵۶۳	۰/۹۹۹۵۶۲	۰/۹۹۳۲۶	۰/۹۹۰۵۹۹	tansig	tansig	[15]	۴
۰/۹۵۵۹۷۵	۰/۹۹۲۳۳۱	۰/۹۹۶۰۵۹	۰/۹۹۱۶۲۵	logsig	tansig	[15]	۵
۰/۹۷۸۵۹۹	۰/۹۹۴۳۳۲	۰/۹۹۳۵۲	۰/۹۹۲۱۲۶	tansig	tansig	[18]	۶
۰/۹۹۵۵۴۱	۰/۹۹۷۷۱۷	۰/۹۹۸۶۸۴	۰/۹۹۸۲۶۹	tansig	logsig	[21]	۷
۰/۹۹۸۷۷۷	۰/۹۹۸۶۳۳	۰/۹۹۸۹۹۸	۰/۹۹۸۷۸۴	logsig	tansig	[21]	۸
۰/۹۹۹۵۰۸	۰/۹۹۷۴۸۱	۰/۹۹۸۹۵۹	۰/۹۹۸۹۵۶	tansig	tansig	[23]	۹
۰/۹۹۷۳۵۷	۰/۹۹۹۷۱	۰/۹۹۹۳۱۶	۰/۹۹۰۹۰۵	logsig	tansig	[23]	۱۰
۰/۹۹۸۲۹	۰/۹۹۷۹۶۹	۰/۹۹۹۷۳۴	۰/۹۹۹۴۵۹	logsig	tansig	[24]	۱۱
۰/۹۹۹۱۹۸	۰/۹۹۹۷۲	۰/۹۹۹۵۶۸	۰/۹۹۹۵۲	tansig	tansig	[25]	۱۲
۰/۹۹۹۷۰۷	۰/۹۹۷۷۸۵	۰/۹۹۹۷۰۷	۰/۹۹۹۵۷	logsig	tansig	[28]	۱۳
۰/۹۹۵۹۱۷	۰/۹۹۸۷۳۶	۰/۹۹۹۸۵۶	۰/۹۹۹۵۷۵۳	logsig	tansig	[45]	۱۴

#### ۴- نتایج و بحث

می‌کند: در رابطه ۲،  $K_{exp}$  ضریب هدایت حرارتی نسبی داده‌های آزمایشگاهی،  $K_{pred}$  هدایت حرارتی خروجی شبکه عصبی مصنوعی و  $N$  تعداد آزمایش‌های انجام شده است.

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (K_{rel|EXP} - K_{rel|pred})^2 \quad (2)$$



شکل (۲): MSE به عنوان تابعی از نورون‌های لایه پنهان.

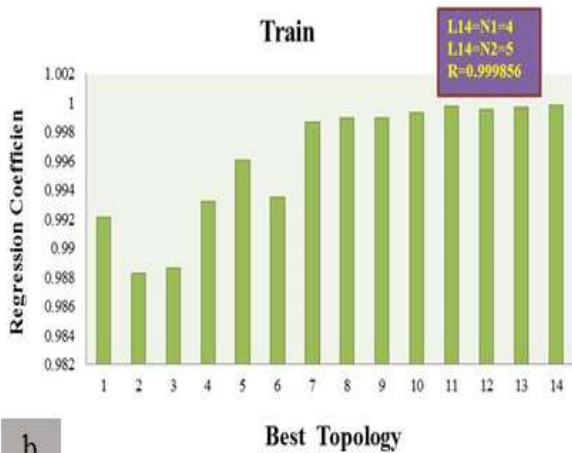
در این بخش از مقاله پس از تعیین شدن ساختار بهینه و تعداد نورون از مجموعه ساختارهای شبکه ANN، به بررسی نتایج عملکرد شبکه عصبی مصنوعی برای مجموع ۴۸ داده تجربی در لایه‌های پنهان که با الگوریتم MLP آموزش دیده‌اند، می‌پردازیم. طبق نتایج بررسی ساختارهای مختلف شبکه عصبی، بهترین نتایج از ۱۰ نورون در لایه پنهان به دست آمده است. در شکل ۲، روند تغییرات میانگین مربعات خطا<sup>۱</sup> مربوط به ساختار منتخب برای مقادیر ضریب هدایت حرارتی از مجموعه ساختارهای شبکه عصبی ANN برای مراحل آموزش، آزمون و اعتبار سنجی نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود MSE در مرحله آموزش، نسبت به مراحل دیگر، کمترین مقدار میانگین مربعات خطا، نسبت به مراحل دیگر دارد که طبق رابطه ۱ برابر با 2.8734E-06 است. معادله ۲ تابع MSE را بیان

<sup>۱</sup> MSE

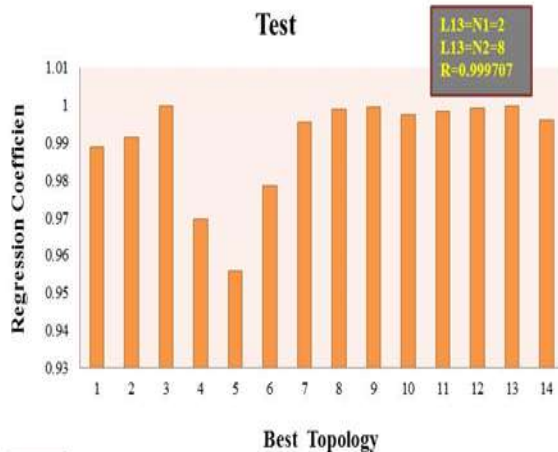
در شکل ۳، رابطه همبستگی برای مراحل مختلف شامل آموزش، آزمون و اعتبارسنجی و همه داده‌ها در ۴ بخش مجزا ترسیم شده است. همان‌طور که می‌دانید مقدار ضریب رگرسیون R نزدیک به یک، نشان دهنده یک رابطه نزدیک بین داده‌های تجربی و داده‌های شبکه عصبی است. ملاحظه می‌شود که مقدار R برای تمامی داده‌ها در مدل حاضر بالاتر از ۰/۹۹۹ است. اگر چه در مراحل اعتبارسنجی و آزمون، ضریب رگرسیون R در ساختار ۱۲ و ۱۳ اتفاق افتاده است اما در اینجا، نتایج بررسی و ارزیابی ضریب رگرسیون شکل a یعنی R داده‌های کل مهم‌تر است که برابر ۰/۹۹۹۵۷۵۳ و متعلق به چهاردهمین (۱۴) ساختار پیشنهادی است.

در شکل ۴، مقایسه دیگری بین نتایج حاصل از داده‌های تجربی نسبت به داده‌های شبکه عصبی در ۲ بخش مجزا مورد ارزیابی قرار گرفته است. همان‌طور که منحنی‌های شکل ۴ نشان می‌دهد تطابق بسیار خوبی بین خروجی‌های شبکه عصبی مصنوعی و داده‌های تجربی وجود دارد. نتایج این بررسی نشان می‌دهد که شبکه عصبی با دقت بسیار خوبی مقادیر آزمایشگاهی را پیش‌بینی کرده است.

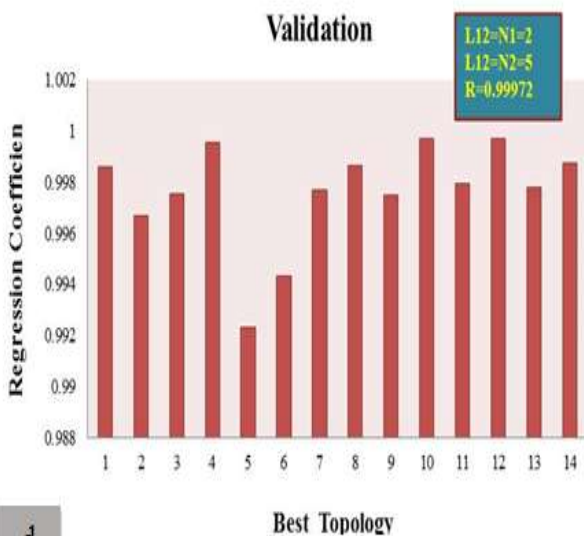
مقایسه بین داده‌های تجربی و موارد پیش‌بینی شده توسط ANN در شکل ۵، رسم شده است. این مقایسه به صورت عددی در مراحل سه‌گانه شامل آموزش و مجموعه داده‌ها انجام شد. در صورت دستیابی به دقت مناسب، آموزش شبکه عصبی به پایان می‌رسد و خروجی قابل قبولی ارائه می‌شود. با توجه به منحنی‌های شکل ۵، همبستگی نزدیکی بین داده‌ها وجود دارد که این موضوع صحت داده‌های پیش‌بینی شده از داده‌های تجربی نشان می‌دهد.



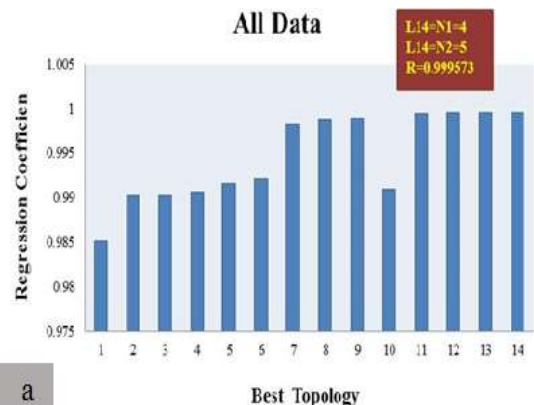
b



c

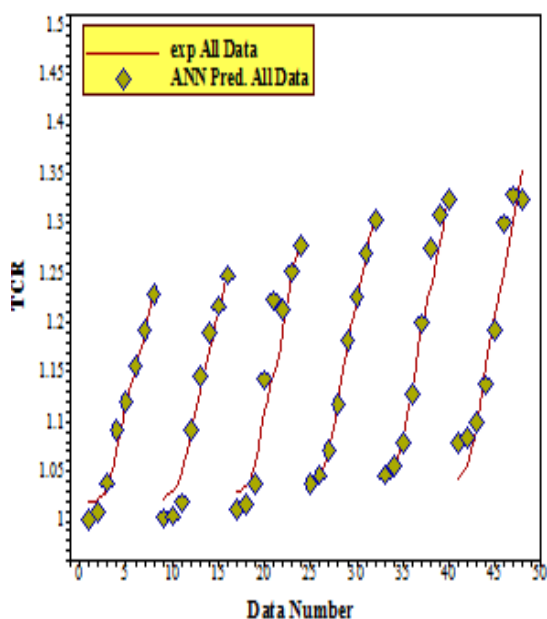


d



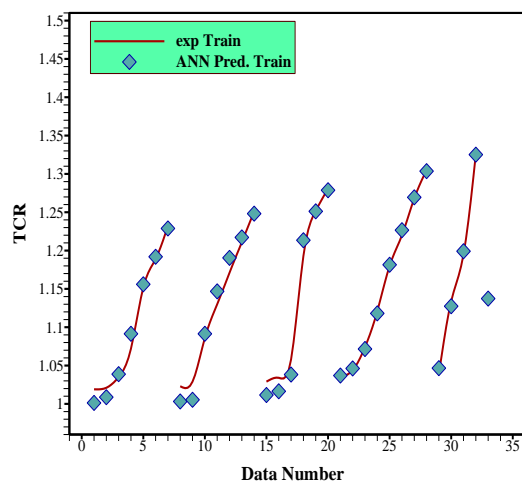
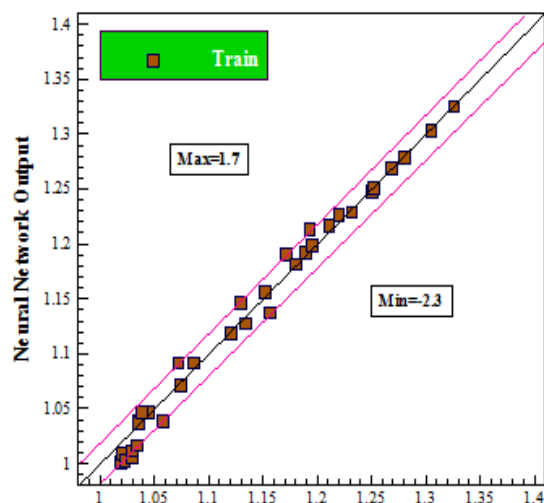
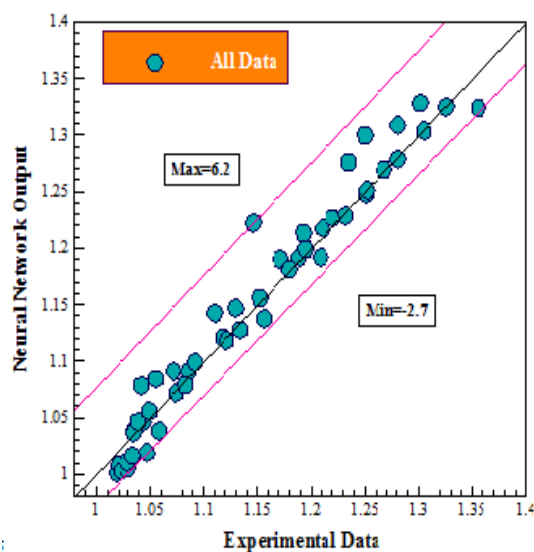
a

شکل (۳): رگرسیون به عنوان تابعی از نوروهای لایه پنهان



شکل (۵): دقت شبکه عصبی مصنوعی

شکل ۶، نوع دیگری از مقایسه بین داده‌های تجربی و موارد پیش‌بینی شده توسط ANN، به‌طور هم‌زمان در اثر تغییرات دما و کسر حجمی بر هدایت حرارتی نسبی را به صورت بهتر به نمایش می‌گذارد. همان‌گونه که در منحنی‌های شکل ۶ مشاهده شده همه نقاط پیش‌بینی شده توسط ANN با نقاط تجربی مطابقت نزدیکی دارد که این موضوع نشان‌دهنده دقت و عملکرد مناسب شبکه‌های عصبی در پیش‌بینی داده‌های آزمایشگاهی است؛ اما بر اساس کانتور تغییرات قابل مشاهده در این شکل، ناحیه مثلث سیاه رنگ مشخص شده بر روی شکل دارای کمترین میزان تطابق بین داده‌ها که مربوط به دماها و کسرهای حجمی مختلف است و به صورت دقیق‌تر در دماهای بین ۲۵-۳۵ درجه سانتی‌گراد تشکیل دهنده این ناحیه هستند. خطای پیش‌بینی هدایت حرارتی توسط شبکه عصبی مصنوعی برای مراحل مختلف در ۲ بخش مجزا در شکل ۷ ترسیم شده است. همان‌طور که در شکل ۷ مشاهده شده، اکثر داده‌ها شبکه عصبی روی یا نزدیک خط صفر هستند و این نشان‌دهنده کمترین خطا و دقت قابل قبول داده‌های شبکه عصبی است.



شکل (۴): مقایسه بین داده‌های پیش‌بینی شده با ANN بر اساس داده‌های تجربی برای همه متغیرها



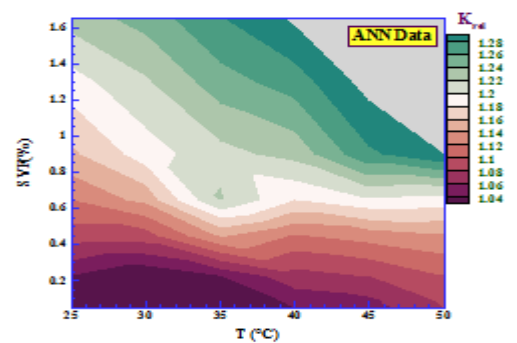
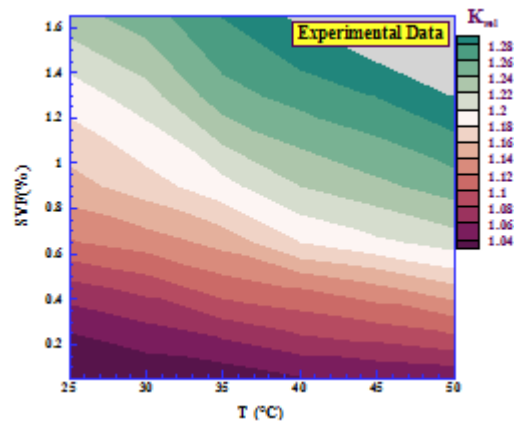
باتوجه به نمودارهای شکل ۷، شبکه عصبی ارائه شده می‌تواند تنظیم قابل قبولی با خط معیار داشته باشد و بنابراین داده‌های آزمایش می‌توانند هدایت حرارتی نانوسیال را با حداکثر خطا پیش‌بینی کند. برای درک بهتر انحراف داده‌ها از مقادیر واقعی خروجی‌های مدل‌سازی شبکه عصبی، از مفهوم حاشیه انحراف استفاده می‌شود. این مقدار از رابطه ۳ بدست می‌آید که طبق این رابطه  $K_{exp}$  داده تجربی،  $K_{pred}$  خروجی شبکه عصبی مصنوعی هست. باتوجه به منحنی‌های شکل ۸، مشاهده شده، حاشیه انحراف<sup>۱</sup> از در محدوده بین ۰.۳ تا ۰.۶ بالاتر نرفته است که این نشان‌دهنده دقت قابل قبولی از برای تخمین هدایت حرارتی نسبی نانوسیال است.

$$MOD(\%) = \frac{K_{pre} - K_{exp}}{K_{exp}} \times 100 \quad (3)$$

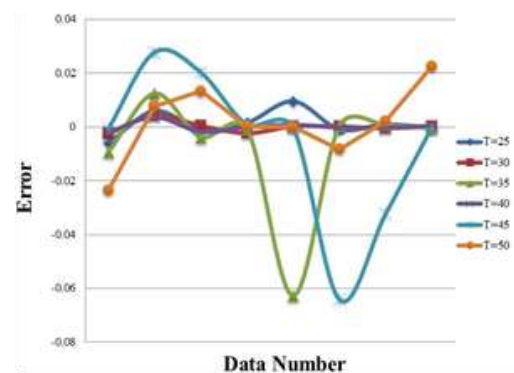
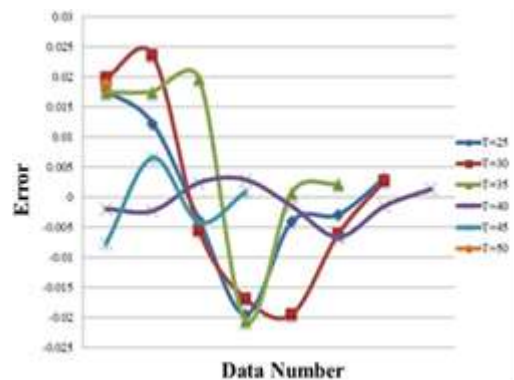
هدایت حرارتی نانوسیال- CuO(30)-MWCNT(40) در کسر حجمی‌های  $TiO_2(30)/Water$  طبق رابطه ۴ [۵۱] در کسر حجمی‌های مختلف محاسبه شده است. رابطه ریاضی ۴ بر اساس متغیرهای اندازه‌گیری شده برای هدایت حرارتی نسبی  $K_r$  ارائه شده است:

$$K_{nf}/K_{nb} = 1 + 2.25\phi + 2.27\phi^2 \quad (4)$$

در شکل ۹، دو روش پیش‌بینی داده، رابطه جدید پیشنهادی و طراحی شبکه عصبی، از لحاظ پیش‌بینی داده‌های آزمایشگاهی با یکدیگر مقایسه شده‌اند. این مقایسه در دماهای ۳۰-۴۰-۵۰ درجه سانتی‌گراد و کسر حجمی‌های مختلف انجام شده است. مطابق شکل ۹، روش طراحی شبکه عصبی توانایی بیشتری در پیش‌بینی داده‌ها داشته است. نتایج محاسبات رابطه ریاضی نشان داد با افزایش دما و کسر حجمی هدایت حرارتی داده‌های محاسباتی فاصله بیشتری با داده‌های تجربی دارد اما داده‌های شبکه عصبی منطبق بر داده‌های آزمایشگاهی بوده و در نتیجه شبیه‌سازی توسط شبکه عصبی دقیق‌تر از داده‌های محاسباتی هست.



شکل (۶): بررسی اثر همزمان دما و کسر حجمی بر هدایت حرارتی نسبی

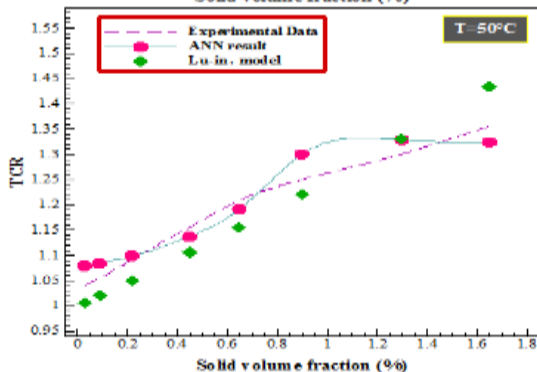
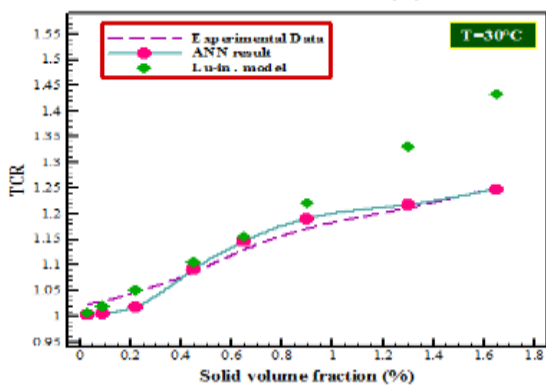
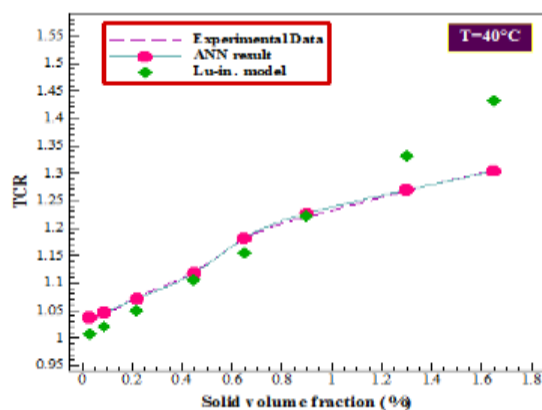


شکل (۷): مقادیر خطای محاسبه شده

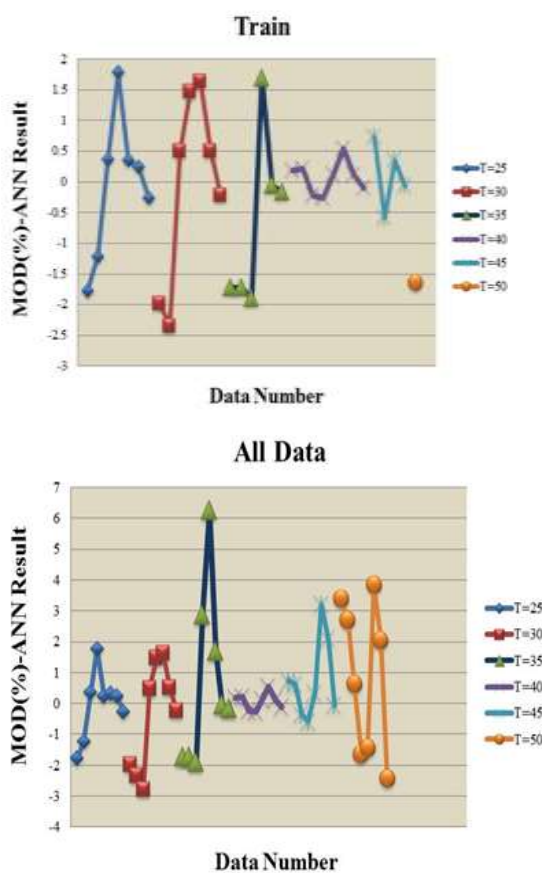
<sup>۱</sup> MOD

ریاضی و داده‌های آزمایشگاهی ارائه شده که شبکه عصبی در فرایند پیش‌بینی هدایت حرارتی بهتر عمل کرده است.

باتوجه به جدید بودن علم نانو سیالات و نیاز به داده‌های تجربی و پایه، مطالعات آینده می‌تواند به بررسی هدایت حرارتی نانو سیالات دیگر بپردازد. علاوه بر هدایت حرارتی، خواص مختلفی وجود دارد که بررسی آن‌ها دارای اهمیت است که می‌توان به ویسکوزیته، ظرفیت گرمایی ویژه، دانسیته اشاره کرد. در مطالعات آینده به بررسی تغییر هر جز را در نانو سیالات هیبریدی می‌توان پرداخت و مؤثرترین جز را معین کرد. مطالعات عددی باتوجه به صرفه‌جویی در وقت و زمان نیز حائز اهمیت هستند و در حوزه خواص نانو سیالات دارای اهمیت می‌باشند.



شکل (۹): برازش منحنی بر روی داده‌های تجربی برای کسرهای حجمی مختلف جامد در دماهای مختلف



شکل (۸): حاشیه انحراف

##### ۵- نتیجه‌گیری

در این مطالعه تجربی، هدایت حرارتی نانوسیال MWCNT(40)-CuO(30)-TiO<sub>2</sub>(30)/Water توسط شبکه عصبی ANN مدل‌سازی شد. این مدل‌سازی از طریق داده‌های تجربی ارائه شده توسط همت و همکاران [۴۷] صورت گرفت. در این مدل‌سازی پارامترهای دما و کسر حجمی به‌عنوان متغیر ورودی در نظر گرفته شد. پارامتر خروجی هدایت حرارتی نسبی بود. ۴۸ داده تجربی شامل دو پارامتر (درجه حرارت مختلف و کسر حجمی مختلف) برای مدل‌سازی هدایت حرارتی نانوسیال اعمال شد. از مجموعه ۴۰۰ ساختار شبکه عصبی، ساختار بهینه انتخاب شده که دارای دو لایه پنهان اول و دوم که به ترتیب برابر ۴ و ۵ نرون در هر لایه هست. ضریب رگرسیون R و میانگین خطا MSE برای ساختار شبکه عصبی بهینه به ترتیب برابر با ۰/۹۹۹۵۷۵۳ و 2.8734E-06 گزارش شد. توابع انتقال بهینه به ترتیب تنسیگ و لوگسیگ برای لایه‌های پنهان اول، دوم هستند. مقایسه بین داده‌های شبکه عصبی با داده‌های رابطه

## ۷- مراجع

- Engine. Alexandria Engineering Journal. 2022;61(11):8363-91.
12. Sepehrnia M, Mohammadzadeh K, Rozbahani MH, Ghiasi MJ, Amani M. Rheological Behavior of oil-silicon Dioxide-multi walled Carbon Nanotube Hybrid Nanofluid: Experimental Study and Neural Network Prediction. 2022.
  13. Wang Y, Wang H, Zhou B, Fu H. Multi-Dimensional Prediction Method Based on Bi-LSTM for Ship roll. Ocean Engineering. 2021;242:110106.
  14. Meng F, Cheng W, Wang J. Semi-supervised Software Defect Prediction Model Based on tri-Training. KSII Transactions on Internet & Information Systems. 2021;15(11).
  15. Yin G, Alazzawi FJI, Bokov D, Marhoon HA, El-Shafay A, Rahman ML, et al. Multiple Machine learning Models for Prediction of CO2 Solubility in Potassium and Sodium Based Amino Acid salt Solutions. Arabian Journal of Chemistry. 2022;15(3):103608.
  16. Zhao TH, Khan MI, Chu YM. Artificial Neural Networking (ANN) analysis for heat and Entropy Generation in Flow of non-Newtonian Fluid Between two Rotating Disks. Mathematical Methods in the Applied Sciences. 2023;46(3):3012-30.
  17. Zhong Q, Yang J, Shi K, Zhong S, Li Z, Sotelo MA. Event-Triggered  $H_{\infty}$  load Frequency Control for Multi-Area Nonlinear Power systems Based on non-Fragile proportional Integral Control Strategy. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems. 2021;23(8):12191-201.
  18. Chen T-C, Alazzawi FJI, Salameh AA, Ayub Ahmed AA, Pustokhina I, Surendar A, et al. Application of Machine learning in Rapid Analysis of Solder Joint Geometry and Type on Thermomechanical useful lifetime of Electronic Components. Mechanics of Advanced Materials and Structures. 2023;30(2):373-81.
  19. Nemati M, Sefid M. Numerical Investigation Through Boltzmann Network Method to Analyze the Amount of Entropy Produced due to heat Transfer of non-Newtonian Conjugated Nanofluid under the Effect of Magnetic Field Aerospace Mechanics Quarterly. 2022;19:113-29.
  20. Doustdar MM, Yekani M. Numerical Study of Mixed Displacement of NNanofluid in a Square Chamber with Movable Roof and Hot Barriers. Aerospace Mechanics Quarterly. 2015;12.
  21. [21] Wang X, Yan X, Gao N, Chen G. Prediction of Thermal Conductivity of Various Nanofluids with Ethylene Glycol using Artificial Neural Network. Journal of Thermal Science. 2020;29:1504-12.
  22. Nazari M, Kihani MH, Sultanzadeh H. Experimental Study of Heat Transfer of
    1. Choi SU, Eastman JA. Enhancing Thermal Conductivity of Fluids with Nanoparticles. Argonne National Lab. (ANL), Argonne, IL (United States); 1995.
    2. Kamsuwan C, Wang X, Piumsombon P, Pratumwal Y, Otarawanna S, Chalernsinsuwan B. Artificial Neural Network Prediction Models for Nanofluid Properties and Their Applications with Heat Exchanger Design and Rating Simulation. International Journal of Thermal Sciences. 2023;184:107995.
    3. Aghaei-Meybodi Z, Ghambarian M, Khandan Barani K, Sheikholeslami-Farahani F. Green Synthesis and Study of Biological Activity of New Benzopyrimidoazepines: Reduction of Organic Pollutants Using Synthesized Fe3O4/TiO2/CuO@ MWCNTs MNCs. Polycyclic Aromatic Compounds. 2023;43(7):6138-59.
    4. Xuan Z, Zhai Y, Li Y, Li Z, Wang H. Guideline for Selecting Appropriate Mixing Ratio of Hybrid Nanofluids in Thermal Management Systems. Powder Technology. 2022;403:117425.
    5. Kumar H, Sokhal GS, Editors. Effect of Different Types of Nanoparticles on Thermophysical Properties of Water Based Hybrid Nanofluids. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering; 2022: IOP Publishing.
    6. Hammet Esfe M, Motallebi SM. Experimental Study of the Effect of Effective Parameters on the Coefficient of Thermal Conductivity of Five-Component Hybrid Nanofluid. Aerospace Mechanics Quarterly. 2022;18:141-54.
    7. Mukhtar M, Oluwasanmi A, Yimen N, Qinxu Z, Ukwuoma CC, Ezurike B, et al. Development and Comparison of two Novel Hybrid Neural Network Models for Hourly Solar Radiation prediction. Applied Sciences. 2022;12(3):1435.
    8. Tian J, Liu Y, Zheng W, Yin L. Smog prediction Based on the Deep Belief-BP Neural Network Model (DBN-BP). Urban Climate. 2022;41:101078.
    9. Ferreira FPV, Shamass R, Limbachiya V, Tsavdaridis KD, Martins CH. Lateral-Torsional Buckling Resistance Prediction Model for Steel Cellular Beams Generated by Artificial Neural Networks (ANN). Thin-Walled Structures. 2022;170:108592.
    10. Zhang Z, Tian J, Huang W, Yin L, Zheng W, Liu S. A haze Prediction Method Based on one-Dimensional Convolutional Neural Network. Atmosphere. 2021;12(10):1327.
    11. Veza I, Afzal A, Mujtaba M, Hoang AT, Balasubramanian D, Sekar M, et al. Review of Artificial Neural Networks for Gasoline, Diesel and Homogeneous Charge Compression Ignition

33. Safikhani H, Abbassi A, Khalkhali A, Kalteh M. Multi-objective Optimization of Nanofluid Flow in Flat Tubes using CFD, Artificial Neural Networks and Genetic Algorithms. *Advanced Powder Technology*. 2014;25(5):1608-17.
34. Vakili M, Yahyaei M, Kalhor K. Thermal Conductivity Modeling of Graphene Nanoplatelets/Deionized Water Nanofluid by MLP Neural Network and Theoretical Modeling using Experimental Results. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 2016;74:11-7.
35. Wei B, Zou C, Li X. Experimental Investigation on Stability and Thermal Conductivity of Diathermic oil Based TiO<sub>2</sub> Nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2017;104:537-43.
36. Pryazhnikov M, Minakov A, Rudyak VY, Guzei D. Thermal Conductivity Measurements of Nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2017;104:1275-82.
37. Satti JR, Das DK, Ray D. Investigation of the Thermal Conductivity of Propylene Glycol Nanofluids and Comparison with Correlations. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2017;107:871-81.
38. Shahsavar A, Bahiraei M. Experimental Investigation and Modeling of Thermal Conductivity and viscosity for non-Newtonian Hybrid Nanofluid Containing Coated CNT/Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub> Nanoparticles. *Powder Technology*. 2017;318:441-50.
39. Vafaei M, Afrand M, Sina N, Kalbasi R, Sourani F, Teimouri H. Evaluation of Thermal Conductivity of MgO-MWCNTs/EG Hybrid Nanofluids Based on Experimental data by Selecting Optimal Artificial Neural Networks. *Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures*. 2017;85:90-6.
40. Esfe MH, Behbahani PM, Arani AA, Sarlak MR. Thermal Conductivity Enhancement of SiO<sub>2</sub>-MWCNT (85: 15%) -EG Hybrid Nanofluids. *J Therm Anal Calorim*. 2017;128(1):249-58.
41. Zadhast M, Toghraie D, Karimipour A. Developing a New Correlation to Estimate the Thermal Conductivity of MWCNT-CuO/water Hybrid Nanofluid via an Experimental Investigation. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*. 2017;129:859-67.
42. Vakili M, Karami M, Delfani S, Khosrojerdi S, Kalhor K. Experimental Investigation and Modeling of Thermal Conductivity of CuO-Water/EG Nanofluid by FFBP-ANN and Multiple Regressions. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*. 2017;129:629-37.
43. Maddah H, Ghasemi N. Experimental Evaluation of Heat Transfer Efficiency of Nanofluid in a Double pipe Heat Exchanger and Prediction of Alumina/Water Nanofluid Inside a Horizontal Tube. *Aerospace Mechanics Quarterly*. 2012;9.
23. Nanofluid Through Boltzmann Network Method. *Aerospace Mechanics Quarterly*. 2022:1-25.
24. Javadpour R, Heris SZ, Mohammadfam Y, Mousavi SB. Optimizing the Heat Transfer Characteristics of MWCNTs and TiO<sub>2</sub> water-Based Nanofluids Through a Novel Designed pilot-scale Setup. *Scientific Reports*. 2022;12(1):15154.
25. Asadi A, Alarifi IM, Foong LK. An Experimental Study on Characterization, Stability and Dynamic viscosity of CuO-TiO<sub>2</sub>/water Hybrid Nanofluid. *Journal of Molecular Liquids*. 2020;307:112987.
26. Abbas F, Ali HM, Shaban M, Janjua MM, Shah TR, Doranehgard MH, et al. Towards convective heat transfer optimization in aluminum tube automotive radiators: Potential assessment of novel Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-TiO<sub>2</sub>/water hybrid nanofluid. *Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers*. 2021;124:424-36.
27. Longo GA, Zilio C, Ceseracciu E, Reggiani M. Application of artificial neural network (ANN) for the prediction of thermal conductivity of oxide-water nanofluids. *Nano Energy*. 2012;1(2):290-6.
28. Esfe MH, Saedodin S, Sina N, Afrand M, Rostami S. Designing an Artificial Neural network to Predict Thermal Conductivity and dynamic viscosity of Ferromagnetic Nanofluid. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 2015;68:50-7.
29. Esfe MH, Rostamian H, Afrand M, Karimipour A, Hassani M. Modeling and Estimation of Thermal Conductivity of MgO-water/EG (60: 40) by Artificial Neural Network and correlation. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 2015;68:98-103.
30. Afrand M, Esfe MH, Abedini E, Teimouri H. Predicting the Effects of Magnesium oxide Nanoparticles and Temperature on the Thermal Conductivity of water using Artificial neural Network and Experimental data. *Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures*. 2017;87:242-7.
31. Esfe MH, Esfandeh S, Afrand M, Rejvani M, Rostamian SH. Experimental Evaluation, New Correlation Proposing and ANN Modeling of Thermal Properties of EG Based Hybrid Nanofluid Containing ZnO-DWCNT Nanoparticles for Internal Combustion Engines Applications. *Applied Thermal Engineering*. 2018;133:452-63.
32. Bahiraei M, Hosseinalipour SM, Zabihi K, Taheran E. Using Neural Network for Determination of viscosity in water-TiO<sub>2</sub> Nanofluid. *Advances in Mechanical Engineering*. 2012;4:742680.

- Experimental Results using Artificial Neural Networks. *Heat and Mass Transfer*. 2017;53:3459-72.
44. Karlik B, Olgac AV. Performance Analysis of Various Activation Functions in Generalized MLP Architectures of Neural networks. *International Journal of Artificial Intelligence and Expert Systems*. 2011;1(4):111-22.
  45. Chatterjee S, Dey N, Sen S. Soil Moisture Quantity Prediction using Optimized Neural Supported Model for Sustainable Agricultural Applications. *Sustainable Computing: Informatics and Systems*. 2020;28:100279.
  46. Vaferi B, Samimi F, Pakgozar E, Mowla D. Artificial Neural Network approach for Prediction of Thermal Behavior of Nanofluids Flowing Through Circular Tubes. *Powder Technology*. 2014;267:1-10.
  47. Esfe MH, Alidoust S, Toghraie D. Correlation and Thermal Conductivity Sensitivity Analysis of Ternary Hybrid Nanofluids Containing CuO and TiO<sub>2</sub> Nanoparticles and Multi-walled Carbon Nanotubes. *Korean Journal of Chemical Engineering*. 2023;40(9):2312-20.
  48. Taud H, Mas J. Multilayer Perceptron (MLP). *Geomatic Approaches for Modeling land Change Scenarios*. 2018:451-5.
  49. Esfe MH, Toghraie D, Esfandeh S, Alidoust S. Measurement of Thermal Conductivity of triple Hybrid Water Based Nanofluid Containing MWCNT (10%)-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (60%)-ZnO (30%) Nanoparticles. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*. 2022;647:129083.
  50. Hemmat Esfe M, Motallebi SM. Optimization, Modeling, and prediction of Relative viscosity and Relative Thermal Conductivity of AlN nano-Powders Suspended in EG. *The European Physical Journal plus*. 2021;136:1-19.
  51. Lu SY, Lin HC. Effective Conductivity of Composites Containing Aligned Spheroidal Inclusions of Finite Conductivity. *Journal of Applied Physics*. 1996;79(9):6761-9.